

मूल्यमापनासंदर्भातील निर्देश

गणित अभ्यासक्रम तयार करताना विद्यार्थ्यांच्या संपादनाबरोबरच सुचविलेल्या आंतरक्रियांमधून मूल्यमापन प्रक्रिया सशक्त करण्याचा विचार केलेला आहे. विद्यार्थ्यांचे अध्ययन कृती आधारित, स्वयंअध्ययन, सहअध्ययन, स्वयंशोधन, सहअध्ययन, स्वतःची पद्धती वापरण्याची मोकळीक, विविध साधनस्रोत हाताळणीस मुभा अशा विविध तंत्रांची भरपूर संधी दिली आहे. शिक्षकांनी विद्यार्थी कृती करीत असतानाच त्यांच्या अध्ययन प्रक्रियेचे व संपादणुकीचे मूल्यमापन करणे सहज व सोपे होणार आहे. अध्ययनाची साधनतंत्रे हीच मूल्यमापनाची साधनतंत्रे आहेत. आकारिक मूल्यमापनासाठी पुढे काही उदाहरणे दिली आहेत.

- जीवनाशी निगडित अध्ययन अनुभवाची योजना करण्याची दिशा.
जसे : मापनाशी निगडित उदाहरणे मूल दैनंदिन व्यवहारात करते त्या कामाशी निगडित केली आहेत. यात बादली, घागर या भांड्याची धारकता प्रत्यक्ष मोजणे, पडताळा घेणे, यासारख्या **प्रात्यक्षिकाधारित कृतींचा** समावेश
- लोकशाही मूल्यांची रुजवणूक व्हावी म्हणून गट अध्ययन व सह अध्ययनास अध्ययनअनुभवात पुरेशी संधी. त्यातून भावात्मक व क्रियात्मक अंगाच्या मूल्यमापनास पुरेशी संधी मिळते.
यासाठी क्षेत्र भेट देऊन तेथील कामकाजा संबंधीचा गणिती दृष्टीने विचार करण्यासाठीचे उपक्रमांचा समावेश.
- अध्ययन-अध्यापन व मूल्यमापन उद्दिष्टाभिमुख व्हावे यासाठी अभ्यासक्रमाची रचना व मांडणी बाल मानसशास्त्राचा व क्रमन्वित अध्ययनाचा विचार प्रत्येक घटकाच्या अनुषंगाने श्रेणी बद्ध उदाहरणे म्हणजेच **स्वाध्याय** देण्यासंबंधी निर्देश.
- अध्ययन-अध्यापन व मूल्यमापन बहुस्तरीय म्हणजेच **सामाजिक परीक्षण व सहाध्यायी** मूल्यमापन व्हावे म्हणून आवश्यक असे **गृहकार्य** देण्याची सोय जसे : परिमिती घरातील वस्तूंची लांबी मोजा. मूल हे काम पूर्ण करत असताना त्याचे पालक व संवगडी पाहणार आहेत व त्यास योग्य ठिकाणी मार्गदर्शन निर्देश देणार आहेत म्हणजेच अनौपचारिक अध्ययनास-मूल्यमापनास संधी आहे.
- आकलनासह अध्ययनावर भर यामध्ये पाठांतराने नियम व सूत्रे सांगण्याऐवजी संकल्पना स्पष्टीकरणाकडे लक्ष दिले आहे. त्यात उदाहरण कसे सोडविले? कोणता विचार केला? यासारख्या प्रश्नांच्या मदतीने **तोंडीकामाद्वारे** मूल्यमापनाचा विचार केला आहे.
- अध्ययन-अध्यापनासोबतच सुचविलेल्या आंतरक्रियेच्या माध्यमातून मूल्यमापनाची दिशा (अनौपचारिक मूल्यमापनाची सोय) दिली आहे.
- गणिती क्रिया शिकताना समस्या निराकरण करणे, अंदाज करणे, सुसंगत विचार करणे **Logical Thinking** गणिती संवाद साधणे (**Mathematical Communication**), गणिताचा दैनंदिन जीवनाशी संबंध जोडणे. या बाबींचा अध्ययन-अध्यापन व मूल्यमापन म्हणून विचार यासाठी विविध माहितीच्या स्रोतांची हाताळणीचे निर्देश

व अर्थनिर्वचन करण्याची संधी यातून स्वयंशोधनाची म्हणजेच **प्रकल्पाची** जवळीक साधणारे कामाचा समावेश जसे परिसरात दिसणाऱ्या वस्तूंचे आकारानुसार वर्गीकरण करा.

- कृती/उपक्रम, प्रयोग व प्रात्यक्षिके यावर भर म्हणजेच विहित मूल्यमापन पद्धतीतील साधनतंत्राच्या उपयोजनास पुरेसा वाव आहे, तसेच
- अध्ययनाचे विविध पर्याय सुचविलेले आहेत. यातून **विशेष गरजा असणाऱ्या मुलांच्या** अध्ययनाची व मूल्यमापनाची सोयही होते.
- स्वअभ्यास, स्वयंअध्ययन, सहअध्ययन, कसे शिकावे व स्वतःच्या गतीने शिकणे या बाबींकडे आवर्जून लक्ष म्हणजेच प्रतिसाद टिपण्याची दिशा व अचूक प्रत्याभरण म्हणजेच **अतिरिक्त पूरक मार्गदर्शक** यासंबंधाने विचार.
- अध्ययन समृद्ध होण्याच्या दृष्टिने अध्ययन अनुभवांच्या योजना सुचविलेल्या आहेत. त्यातून बौद्धिक (आशय) संपादना सोबतच भावनिक व क्रियात्मक विकास पडताळता येणार आहे. संपादन व प्रक्रियेचे मूल्यमापन सुलभ होणार आहे. शिवाय गरजेनुसार प्रत्याभरण म्हणजेच अतिरिक्त पूरक मार्गदर्शन देखील करता येणार आहे.

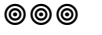
सारांश, पुनर्रचित गणित अभ्यासक्रमात आकारिक व संकलित मूल्यमापनास प्राधान्य दिले आहे. सुचविलेल्या आंतरक्रियांतून संबंधित साधनतंत्रे निवडून सातत्याने मूल्यमापन करणे, विद्यार्थ्यांस तसेच शिक्षकांनाही प्रत्याभरण करणे अशी कार्ये सहज साधता येतील. मूल्यमापन हा काही वेगळा असा खास कार्यक्रम गणला जाऊ नये. **NCF 2005** मध्येही मूल्यमापन हा वेगळा उपक्रम मानला जाऊ नये असे निर्देशित केले आहे. त्याच्या साध्यतेसाठी गणित अभ्यासक्रमात सुचविलेल्या विविध आंतरक्रियांतून योजावयाच्या कृती, उपक्रम, प्रात्यक्षिके, प्रकल्प यांतून सातत्यपूर्ण सर्वकष मूल्यमापनास निश्चित बळकटी मिळेल.

©©©

विषय : गणित

परिशिष्टे

- 1) टाळी-टिचकी खेळ
- 2) घडी पट्टी
- 3) अपूर्णाक तक्ता
- 4) भागाकार : मांडणी - स्पष्टीकरण
- 5) पूर्णाक बाजार
- 6) पूर्णाक टाईल्सचा खेळ
- 7) पेंटोमिनोज
- 8) Nets
- 9) टॅनग्रॅम
- 10) एरातोस्थेनेसची पद्धत
- 11) पिक्सचे प्रमेय
- 12) मुक्तोत्तरी प्रश्न



1) टाळी टिचकीचा खेळ

एक टाळी म्हणजे एक दशक किंवा दहा.

एक टिचकी म्हणजे एक एकक किंवा एक असे मानून टाळी व टिचक्यांचा वापर करून दोन अंकी संख्या व्यक्त करणे.

उदा.

- १) २ टाळ्या आणि ३ टिचक्या म्हणजे $२०+३ = २३$ हे ओळखण्याची विद्यार्थ्यांना संधी देणे.
- २) शिक्षकांनी व्यक्त केलेल्या संख्येच्या लगतची पुढची/मागची संख्या विद्यार्थ्यांनी व्यक्त करण्याचा खेळ घेणे.

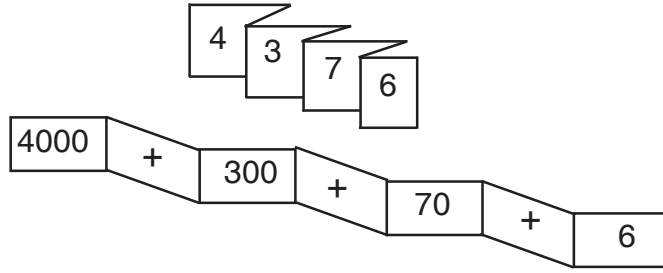
याप्रमाणे वेगवेगळे खेळ घेऊन दोन अंकी संख्यांचे दृढीकरण करून घेणे. शतक, हजार यासाठी वेगवेगळ्या खुणा वापरून तीन अंकी/चार अंकी संख्यांचे दृढीकरण करून घेता येईल.

2) घडी पट्टी

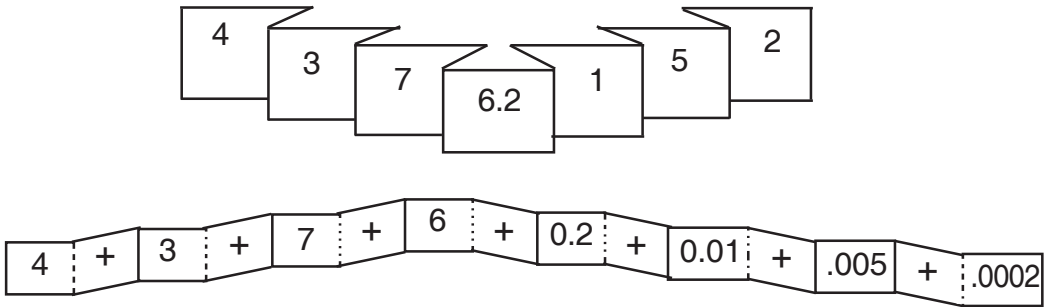
दिलेल्या संख्येतील अंकांची स्थानिक किंमत ओळखणे हे प्राथमिक शाळेतील विद्यार्थ्यांना आकलनास सोपी वाटणारी बाब नाही. स्थानिक किंमतीचा हा साप विद्यार्थ्यांना स्थानिक किंमतींच्या आकलनास मदत करतो. पाहू या कसा तो.... ?

साहित्य : कागदाची पट्टी, पेन

कृती :



कागदाची पट्टी तयार करून आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे तिची घडी घाला. त्यावर एक संख्या लिहा. जसे 4376 आता घडीच्या दृश्य बाजूला आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे ते अंक लिहा आणि घडीच्या न दिसणाऱ्या बाजूस शून्य व “+” चे चिन्ह लिहून घ्या. जेव्हा घडी उलघडतो (मोठा होते) तेव्हा ती संख्या स्थानिक किंमतीच्या बेरजेच्या स्वरूपात दिसते. मात्र जेव्हा घडी पट्टी आक्रसते (लहान होते) तेव्हा ती मूळची संख्या पुन्हा दिसू लागते. अशाप्रकारे वेगवेगळ्या चार, पाच, सहा व त्यापेक्षा अधिक अंकी संख्या या सापाच्या स्वरूपात दाखविता येतात. असा साप तयार करणे लहान वर्गातील मुलांना शक्य आहे. शिवाय खाली आकृती दाखविलेल्या प्रमाणे दशांश संख्याही या प्रकारात लिहिता येते हे विद्यार्थ्यांकडून या सापाद्वारे तयार करता येते.



3) अपूर्णाक तक्ता -

साहित्य : प्लायवूड किंवा कार्डबोर्ड, चार्ट पेपर, दोरा, लहान चेंडू.

एका पूर्णाचा अपूर्णाक या संकल्पनेची प्राथमिक शाळांमध्ये ओळख करून दिली जाते. विद्यार्थ्यांना अपूर्णाकांची संकल्पना आणि अंश व छेद यांचा अर्थ समजायला कठीण जातो. यासाठी अपूर्णाक तक्ता हे एक उपयुक्त शैक्षणिक साधन ठरते.

अपूर्णाक तक्ता

1 युनिट											
$\frac{1}{2}$						$\frac{2}{2}$					
$\frac{1}{3}$				$\frac{2}{3}$				$\frac{3}{3}$			
$\frac{1}{4}$			$\frac{2}{4}$			$\frac{3}{4}$			$\frac{4}{4}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{5}$			
$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{6}$		$\frac{3}{6}$		$\frac{4}{6}$		$\frac{5}{6}$		$\frac{6}{6}$	
$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{7}$					
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$				
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{9}$			
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$		
$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{10}{11}$	$\frac{11}{11}$	
$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{12}$

(टीप : निरनिराळे अपूर्णाक व संबंधित पट्टीचा भाग दाखविणे आवश्यक)

अपूर्णाक तक्ता हा प्लायवूड किंवा जाड एक्लिकचा बनलेला असतो आणि त्याचा आकार भिंतीवर टांगण्याइतका मोठा असतो. समान लांबीच्या चार्टपेपरच्या पट्ट्या तक्त्यावर लावलेल्या असतात. पहिली पट्टी 1 (पूर्ण) दर्शविते असे

मानू दुसऱ्या पट्टीचे दोन समान अर्द्या भागांमध्ये विभाजन करा आणि त्यावर आणि $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}$ हे अपूर्णाक दाखवा.

त्यापुढील पट्टीचे तीन समान भाग करा आणि त्यांना $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$ अशी नावे द्या. सर्व पट्ट्यांची विभागणी करून लहानांत लहान अपूर्णाकापर्यंत जा. जर जागा उपलब्ध असेल तर आपण $\frac{1}{20}, \dots, \frac{20}{20}$ या अपूर्णाकापर्यंत जाऊ शकतो. आता या बोर्डच्या वरील बाजूपासून छोटे चेंडू बांधलेल्या दोन दोऱ्या बांधा. या दोऱ्या ओळंब्याच्या रेषेप्रमाणे सरळ राहतील.

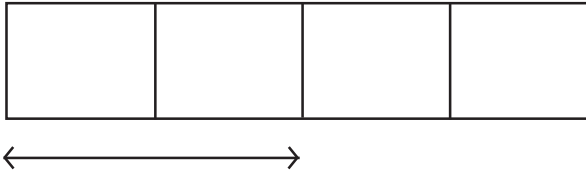
अपूर्णाक तक्त्याचा वापर भाग-पूर्ण नमुना दाखविण्यासाठी होतो. किती एक तृतीयांश मिळून एक पूर्ण बनतो? या तक्त्याचा आणखी एक महत्त्वाचा वापर सममूल्य अपूर्णाक दाखविण्यासाठी होतो. ओळंब्याची रेषा एका अपूर्णाकावर ठेवा. तक्ता जर सरळ उभा धरला असेल तर सर्व सममूल्य अपूर्णाक एका उभ्या रेषेत येतील. विद्यार्थी हेही शिकतील की या स्वरूपात असणाऱ्या कोणत्याही अपूर्णाकाची किंमत 1 असते. हा तक्ता वापरून अपूर्णाकांची प्राथमिक स्तरावरील बेरीज व वजाबाकी करणेही शक्य आहे. जर दोन अपूर्णाकांची बेरीज करायची असेल तर ओळंब्याची रेषा वापरून त्याच रेषेवरील सममूल्य अपूर्णाक शोधता येतील व त्यानंतर अंशांची बेरीज केल्यास त्या दोन अपूर्णाकांची बेरीज आपल्याला मिळेल.

टीप : येथे चुकीच्या संकल्पना दृढ होऊ नयेत याकरिता प्रात्यक्षिक काळजीपूर्वक घ्यावे.

उदा.

$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$
---------------	---------------	---------------	---------------

यांमधील $\frac{2}{4}$ म्हणजे आकृतीखालील रेषेने दाखविलेल्या भाग होय.



4) भागाकार : मांडणी स्पष्टीकरण

विद्यार्थ्यांनी स्वतःच्या पद्धतीने भागाकार केल्यानंतर त्या भागाकाराची मांडणी कशी करावी हे खालील उदाहरणामध्ये दिले आहे.

उदा. 63 खडू 3 जणांना सारखे वाटल्यास प्रत्येकास किती खडू मिळतील? ($63 \div 3$)

एका विद्यार्थ्याने केलेली वाटणी/केलेला भागाकार ($63 \div 3$)

<p>पायरी 1 : प्रत्येकाला 10 खडू दिले झाले 30 उरले 33</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 10 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 10 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 10 </div> </div>	<p>पायरी 2 : उरलेले 33 प्रत्येकाला दिले 10 झाले 30 उरले 3</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 10 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 10 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 10 </div> </div>	<p>पायरी 3 : उरलेले 3 प्रत्येकाला दिला 1</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ 1 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ 1 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; gap: 5px;"> ○ 1 </div> </div>
--	---	---

म्हणून वाटणीची प्रत्येकाला मांडणी $10+10+1=21$ खडू मिळतील,

पायरी 1 : मांडणी

$$\begin{array}{r} 10 \\ 63 \\ - 30 \quad 3 \times 10 \\ \hline 33 \end{array}$$

पायरी 2 : पर्यंतची मांडणी

$$\begin{array}{r} 10+10 \\ 63 \\ - 30 \quad 3 \times 10 \\ \hline 33 \\ - 30 \quad 3 \times 10 \\ \hline 3 \end{array}$$

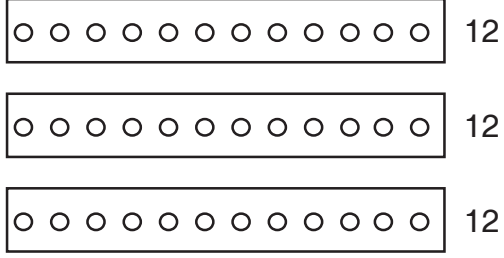
पायरी 3 : पर्यंतची मांडणी

$$\begin{array}{r} 10+10+10 \\ 63 \\ - 30 \quad 3 \times 10 \\ \hline 33 \\ - 30 \quad 3 \times 10 \\ \hline 3 \\ - 3 \quad 3 \times 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

दुसऱ्या विद्यार्थ्याने केलेली वाटणी/केलेला भागाकार (63 ÷ 3)

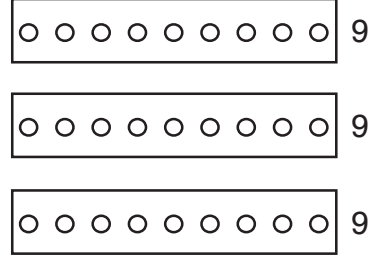
पायरी 1 :

प्रत्येकाला 12 खडू दिले
झाले 36 उरले 27



पायरी 2 : उरलेले 27 प्रत्येकाला

दिले 9 झाले 27



वरील भागाकाराची मांडणी

पायरी 1 : मांडणी

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 63 \\ - 36 \quad 3 \times 12 \\ \hline 27 \end{array}$$

पायरी 2 : पर्यंतची मांडणी

$$\begin{array}{r} 12+9 \\ \hline 63 \\ - 36 \quad 3 \times 12 \\ \hline 27 \\ - 27 \quad 3 \times 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

स्वतःच्या पद्धतीने भागाकार केल्यावर 'Partial Quotient' वापरून त्या भागाकाराची मांडणी करण्याची संधी देणे.

5) पूर्णांक बाजार

पूर्णांक बाजार वापरून चिन्हांकित संख्या शिकण्याचा व शिकविण्याचा क्रम -

पूर्णांक बाजाराचे वर्णन तळमजल्या खाली पाच आणि वर सहा मजले आहेत. मुलांना आवडणाऱ्या वस्तू प्रत्येक मजल्यावर आहेत. उदा. खेळणी, पुस्तके, व्हिडिओ गेम इ.

या पूर्णांक बाजाराचे वैशिष्ट्य म्हणजे त्यातील लिफ्टमध्ये ⊕ आणि ⊖ अशी चिन्हे असणारी बटणे आहेत.

⊕ हे बटण एकदा दाबल्यावर लिफ्ट एक मजला वर जाते व ⊖ हे बटण एकदा दाबल्यावर लिफ्ट एक मजला खाली येते.

एकूण कितीवेळा तुम्ही ⊕ किंवा ⊖ बटण दाबता त्यावर तुम्ही अखेरीस कोणत्या मजल्यावर पोचता हे ठरते. पूर्णांक बाजाराचे चित्र खाली दिले आहे.



पूर्णांक बाजार वापरून पूर्णांक संख्या शिकविता येऊ शकतात. पूर्णांक बाजार वापरून खालील उदाहरणांसारखी उदाहरणे वर्गात घेऊ शकता.

1. पूर्णांक बाजारातील मजल्यांना क्रमांक द्या.
2. खालील जागा कोणत्या मजल्यावर आहेत ते लिहा :
 - i) खानावळ -----
 - ii) पुस्तकाचे दुकान -----

प्रा. शि. अभ्यासक्रम २०१२ - भाषेतर विषय : भाग - २ : इयत्ता ६ वी ते ८ वी : गणित : (५८)

- iii) व्यायामशाळा -----
- iv) क्रीडा केंद्र -----
- v) गणिती खेळणी -----
3. रिकाम्या जागा भरा.
- i) तुम्हाला नवीन पुस्तक खरेदी करायचे आहे. तुम्ही तळमजल्यावर आहात. तर तुम्हांला ----- मजले ----- (वर/खाली) जावे लागेल.
- ii) पुस्तक खरेदी केल्यावर तुम्हांला सिनेमा बघायचा आहे, तर तुम्हांला ----- मजले ----- (वर/खाली जावे लागेल.)
- iii) पुस्तक खरेदी केल्यावर तुम्हांला तुमच्या बहिणीसाठी खेळण्यातील गाडी खरेदी करायची आहे तर तुम्हांला ----- मजले (वर/खाली) जावे लागेल.
4. तिसऱ्या मजल्यावर असताना खालीलपैकी बटण दाबल्यास कोणत्या मजल्यावर पोहचाल ते लिहा.
- i) + + + - - - -
- ii) + + + - - - + -----
- v) - + - + -+ -+ - ++ -----
- iii) - - + - - - + + -----
- iv) - - - - + -----
5. कृष्णाच्या बाईनी त्याला सांगितले की तो जर खरेदी केंद्रांवरून आईसक्रीमच्या दुकानात जातो, तेव्हा लिफ्टच्या वाहतुकीसाठी गणिती पदावली $+ 4 - (+2) = +2$ अशी आहे.
खालील लिफ्टच्या वाहतुकीसाठी गणिती पदावल्या लिहा.
- i) खानावळ ते खरेदी केंद्र
- ii) गणिती खेळ ते खरेदी केंद्र
- iii) सिनेमा ते व्यायामशाळा
- iv) विज्ञान प्रदर्शन ते क्रीडा केंद्र