महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद,
(विद्या प्राधिकरण) पुणे – ३०.

गणिताचार्य भास्कराचार्य
गणित समृद्धीकरण कार्यक्रम माहिती पुस्तिका

ज्ञानसेवा तु साफल्यम्

महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, (विद्या प्राधिकरण) पुणे.

शिक्षणाचा अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान

सारे शिकूया, पुढे जाऊया

ज्ञानदीप मिटवी अज्ञान

महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.

वचनबद्धता (Commitment)

राज्य शासनाने भारत सरकारला सन २०१६-१७ मध्ये खालीलप्रमाणे वचनबद्धता केल्या आहेत.

१) मुलांच्या गुणवत्तेत किमान १० टक्के वाढ करणे.

२) राज्यातील प्रगत शाळांच्या संख्येत किमान १० टक्क्यांनी वाढ करणे.

३) राज्यातील किमान २५ टक्के प्राथमिक (इयत्ता १ ली ते ५ वी) शिक्षकांना गणितात प्रगल्भ करणे.

४) राज्यातील किमान २०,००० शाळांना समृद्ध शाळा २०१६ अंतर्गत प्रमाणित करणे.

साहित्य संच वापराबाबत महत्त्वाच्या सूचना

वरील वचनबद्धतेची पूर्तता करण्यासाठी व गणित विषयातील संपादणूक पातळीत वाढ करण्याकरिता तज्ज्ञ गटाने गणित समृद्धीकरण साहित्य संचाची निर्मिती केली आहे. या साहित्य संचाच्या प्रभावी व परिणामकारक उपयोगितेसाठी खालील निर्देशांचे पालन करण्यात यावे.

१) पुरवठा करण्यात येणाऱ्या साहित्य संचामध्ये पेटीसह १५ प्रकारच्या साहित्याचा समावेश आहे.

२) परिसरातील व बाजारातील सहज उपलब्ध होणाऱ्या साहित्याची यादी माहिती पुस्तिकेत देण्यात आली आहे.

३) वरील तीनही प्रकारच्या साहित्याशिवाय आपणांस माहिती असलेल्या साहित्याची त्यामध्ये भर घालून त्याचा उपयोग करू शकता.

४) पुरवठा करण्यात येणाऱ्या साहित्याच्या उपयोगाबाबतची ही माहिती पुस्तिका असून त्यामध्ये साहित्यनिहाय विविध कृती प्रातिनिधिक स्वरूपात देण्यात आल्या आहेत.

५) माहिती पुस्तिकेतील कृतीशिवाय संकल्पना दृढीकरणासाठी साहित्याचा वापर करून विविध नावीन्यपूर्ण कृती घेण्याची मुभा आहे.

६) साहित्य संचातील सर्व साहित्याचा गरजेनुसार वापर शिक्षकांनी करावा. तसेच सदरचे साहित्य विद्यार्थ्यांना मुक्तपणे हाताळण्यासाठी उपलब्ध करून द्यावे.

७) साहित्य संचाच्या उपयोगाबाबतचे अभिप्राय विद्या प्राधिकरणास लेखी स्वरूपात कळवावेत.

८) साहित्य संचातील साहित्याचा गणितातील विविध संकल्पना दृढीकरणासाठी उपयोग करून किमान १० टक्के गुणवत्ता वाढीचे उद्दिष्ट साध्य करावे.

महत्त्वाचे : साहित्य संचातील विविध साहित्य रंगाने आकर्षक व काही साहित्य आकाराने लहान असल्यामुळे विद्यार्थी खाद्यपदार्थ समजून खाणार नाहीत तसेच ते हाताळताना विद्यार्थ्यांना इजा होणार नाही याची दक्षता घ्यावी.

गणिताचार्य भास्कराचार्य

गणित समृद्धीकरण कार्यक्रम माहिती पुस्तिका

महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, (विद्या प्राधिकरण) पुणे.

शिक्षणाचा अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान

सारे शिकूया, पुढे जाऊया

ज्ञानदीप मिटवी अज्ञान

महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.

गणिताचार्य भास्कराचार्य
गणित समृद्धीकरण कार्यक्रम माहिती पुस्तिका

प्रवर्तक : **मा. ना. विनोद तावडे,**
मंत्री, शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, महाराष्ट्र शासन.

संकल्पना : **मा. श्री. नंदकुमार (भा.प्र.से.)**
प्रधान सचिव, शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, महाराष्ट्र शासन तथा राज्य प्रकल्प संचालक, महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.

प्रेरणा : **मा. श्री. धीरज कुमार (भा.प्र.से.)**
आयुक्त (शिक्षण), महाराष्ट्र शासन.

मार्गदर्शक : **डॉ. गोविंद नांदेडे**
संचालक, विद्या प्राधिकरण, पुणे.

निर्मिती : **श्री. राजेंद्र बाबर,**
उपसंचालक (आस्था.)

श्रीमती अनुपमा तावशीकर,
प्राध्यापक, गणित विभाग, विद्या प्राधिकरण, पुणे.

श्री. चंदन कुलकर्णी,
स. प्र. अ., गणित विभाग, विद्या प्राधिकरण, पुणे.

❍ निर्मिती साहाय्य ❍

श्री. जितेंद्र राठी	श्री. सचिन वाडकर
श्री. चेतन शर्मा	श्री. उमेश रेळे
श्री. संदीप राऊत	श्री. मनिष दिघेकर
श्री. सोपान बंदावणे	श्रीमती शालिनी सोनावणे
श्री. रामचंद्र टिके	श्री. विजय दिक्षित
श्रीमती भारती राजेशिर्के	श्री. संतोष निकम
श्रीमती प्राची चौधरी	श्रीमती मीना महाशब्दे

श्री. विवेक जोशी

मुखपृष्ठ : विद्यार्थी व शिक्षक पुणे म.न.पा. विद्यानिकेतन शाळा क्र. १, शुक्रवार पेठ, पुणे.

अर्थसहाय्य : महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.

© **सर्व हक्क :** विद्या प्राधिकरण पुणे यांच्या स्वाधीन.

अनुक्रमणिका

❍ **गणित शिक्षण आणि आपले राज्य** ३
मा. नंदकुमार (भा.प्र.से.)

❍ **मनोगत** ६

❍ **गणित समृद्धीकरण साहित्य संच** ७

१. घनाकृती ठोकळे ७
२. अपूर्णांक चकत्या १२
३. क्रॉसलिंक फोमचे विविध भौमितिक आकार १३
४. गणितीय जाळी १५
५. मॅचिंग सेट्स २२
६. संख्यारेषा २३
७. जोडो स्ट्रॉ २५
८. त्रिमितीय आकार २७
९. संवेदनशील तराजू २८
१०. संख्यातुला ३०
११. जिओ बोर्ड ३५
१२. ठोकळे ३७
१३. अंकाचे खाचे असलेले कट–आऊट्स ३७
१४. झटपट गणित – दोन अंकी संख्यांची बेरीज व वजाबाकी ३८
१५. ठोकळे जोडणी ४०
१६. संख्याकार्ड ४७
१७. पेटी ४७
१८. परिशिष्ट–१ : परिसरातील साहित्य ४८
१९. परिशिष्ट–२ : बाजारात सहज उपलब्ध होणारे साहित्य ४९
२०. परिशिष्ट–३ : ई–निविदेनुसार साहित्य संचातील साहित्याचा तपशील ५०

गणित शिक्षण आणि आपले राज्य

नंदकुमार (भा. प्र. से.), प्रधान सचिव, शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, महाराष्ट्र शासन

शिक्षण क्षेत्राच्या बाबतीत महाराष्ट्र राज्याचा समावेश देशातील प्रथम तीन राज्यांमध्ये करण्याचे उद्दिष्ट मा. मुख्यमंत्री महोदयांनी सन २०१५ मध्ये शालेय शिक्षण विभागास दिले होते. त्यावेळी राज्यांच्या क्रमांकाचे विश्लेषण केले असता असे दिसले की, भाषा विषयात राज्य देशामध्ये दहाव्या क्रमांकावर तर गणित विषयामध्ये शेवटून पाचव्या क्रमांकावर होते. महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, पुणे यांनी सन २०१३-१४ मध्ये केलेल्या मूल्यमापनातसुद्धा आढळून आले की, पाचवीमधील मुलांची भाषा विषयाची सरासरी ५३% तर गणित विषयाची सरासरी ५०% होती.

खाजगी संस्थेच्या अहवालाप्रमाणे भाषेत १०% पर्यंत सुधारणा दिसून आली तर गणितात वर्ष २०१४ च्या तुलनेत २०१५ या वर्षी वजाबाकीत खालील स्थिती आढळून आली.

वर्ष	इ. तिसरी	इ. चौथी	इ. पाचवी
२०१४	१७.९%	३७.३%	३८.६%
२०१५	२२.७%	४०.७%	४६.८%

त्याचप्रमाणे भागाकारात खालील स्थिती आढळून आली.

वर्ष	इ. चौथी	इ. पाचवी	इ. सहावी	इ. सातवी	इ. आठवी
२०१४	१२.१%	१६.६%	२१.७%	२८.०%	३०.८%
२०१५	९.२%	२१.९%	२४.१%	२६.३%	३१.७%

वरील माहितीच्या विश्लेषणावरून वजाबाकीमध्ये सुधारणा दिसते. परंतु भागाकारात स्थिती अजून चिंताजनक आहे.

महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, पुणे यांनी सन २०१४-१५ मध्ये इयत्ता पाचवीच्या वर्गाच्या केलेल्या अध्ययन संपादणूक सर्वेक्षणामध्ये भाषा विषयाची सरासरी ५३% वरून ५६% वर गेली तर गणित विषयाची सरासरी ५०% वरून ४४.७% इतकी खाली आली. येथे सुद्धा गणित विषयच चिंतेची बाब आहे. आपण मेहनत करून सुद्धा परिणाम मिळत नाही. विशेष करून गणित विषयामध्ये, मग काय करावे?

एका संशोधनातून असे दिसून आले आहे की, पहिलीच्या वर्गातील मुलांना गणित विषयाची भीती वाटत नाही. परंतु, हीच मुले पाचवीला पोहोचतात तेव्हा साधारण ५०% मुले गणित विषयाला घाबरायला लागतात आणि दहावीला पोहोचता-पोहोचता साधारणत: ८०% मुलांना वाटायला लागते की, गणितापासून केव्हा सुटका होतीय. याचा अर्थ असा की शाळेच्या गणित शिकवण्याच्या पद्धतीत काहीतरी अडचण आहे. ती अडचण नेमकी कोणती हे शोधण्यासाठी प्रौढांना विचारण्याची आवश्यकता आहे. प्रौढांना एखाद्या समारंभामध्ये किती लोकांना गणिताची भीती वाटते असे विचारल्यास निम्मे काय एक सुद्धा हात वर येत नाही. मग जे लोक ज्या पद्धतीने भाषा शिकले व ज्या पद्धतीने गणित शिकले या दोन्ही पद्धतीमध्ये काहीतरी फरक असला पाहिजे. भाषेचे बरेच शिक्षण विशेष करून ऐकणे व बोलणे शाळेत येण्यापूर्वीच झालेले असते. याबद्दल मुले बरेच काही शिकून आलेली असतात. त्यांच्याकडे मोठी शब्दसंपत्ती असते. भाषेमध्ये शाळेत त्यांना मुख्यत्वे वाचन आणि लेखन शिकवायचे असते.

गणितामध्ये सुद्धा मुलांना शाळेत येण्यापूर्वी काही श्रवणाची आणि बोलण्याची माहिती असते. थोडे शिकलेल्या पालकांची सहा वर्षे वयाची मुले तीन बोटं दाखवा म्हटल्यावर दाखवू शकतात. ही मुले पूर्व प्राथमिक शिक्षणात किंवा अंगणवाडीत गेल्यास हळूहळू गणिताचे संबोध स्पष्ट व्हायला सुरुवात होते. परंतु त्याचा लाभ मिळाला नसल्यास किंवा तेथे योग्य पद्धतीने शिकवले गेले नसल्यास त्याच मुलाला टोपलीतून तीन लिंबे काढून दे म्हटल्यावर बहुतेक काढू शकणार नाही. याला कारण काय तर त्या मुलांना तीन बोटे ही भाषा माहीत आहे. परंतु तीन लिंबे ही भाषा माहीत नाही. अर्थात त्यांना घरात जेवढे शब्द वापरले गेले तेवढी भाषा माहीत आहे.

घरात गणितीय संकल्पना स्पष्ट करण्याच्या दृष्टीने भाषा वापरली जात नाही. ती हेतुपूर्वक करण्याची बाब आहे. त्यामुळे मुलांना घरात भाषा विषय शिकायला मिळतो. परंतु गणित विषय शिकायला मिळत नाही. त्या मुलाला 'तीन बोटं' हा शब्दसमूह माहीत आहे. परंतु त्यातले 'तीन' यास संख्यात्मक संकल्पना माहीत नाही. म्हणून 'तीन' सोबत 'बोटं' ऐवजी 'लिंबे' आले की त्या मुलाला 'तीन लिंबे' हे शब्दसमूह समजणार नाही. मुलांना गणित शिकताना 'तीन'ची संकल्पना स्पष्ट करणे आवश्यक आहे. मुलांना अशा मूलभूत गणितीय संकल्पना स्पष्ट न झाल्याने गणिताची भीती निर्माण होते. ही भीती आयुष्यभर टिकून राहते. लहानपणी गणिताची भीती निर्माण झाली आणि मोठे झाल्यावर शिक्षक व्हावे लागले अशी स्थिती असू शकते. म्हणून राज्यातील प्रत्येक शिक्षकाने मूलभूत गणितीय संकल्पना शिकण्याची शास्त्रशुद्ध पद्धती शिकून घेण्याची आवश्यकता आहे असे स्पष्ट होते.

मेहनत करून सुद्धा परिणाम मिळत नाही. तेव्हा मेहनतीची दिशा बदलण्याची आवश्यकता आहे असे वाटते, म्हणून पुढील काळात राज्यात गणित विषयाच्या शिक्षक प्रशिक्षणात वेगळेपण दिसणार आहे. त्या वेगळेपणाचे स्वागत करून त्यातल्या शिकण्याच्या बाबींकडे सर्वांनी लक्ष द्यावयाची आवश्यकता आहे. हे वेगळेपण दोन प्रकारचे परिणाम मिळवण्याकरिता आहे हे प्रत्येकाने ध्यानात ठेवले म्हणजे :

१) ज्या मुलांना गणित शिकण्यात अडथळे निर्माण झाले आहेत ते दूर करणे.

२) जी मुले गणित शिकत आहेत त्यांच्या शिकण्याच्या गतीत वाढ करणे.

प्रत्येक शिक्षक व अधिकाऱ्यानी वरील परिणाम मिळाले तरच नवीन पद्धतीचे स्वागत करावे. फक्त वरून सांगितले जात आहे किंवा नवीन आहे म्हणून स्वागत करू नये. आपला उद्देश कमीत कमी प्रयत्नाने कमीत कमी वेळात कमीत कमी आर्थिक खर्च करून अधिकाधिक परिणाम मिळवणे हे होय हे ही ध्यानात ठेवावे. त्यासाठी शोधाधारित शास्त्रशुद्ध पद्धतच कामी पडते.

गणिताच्या भाषेची संकल्पना :

गणिताला बऱ्याच भाषा असतात.

१) बोटांची भाषा २) कृती भाषा ३) वस्तूंची भाषा ४) चित्र भाषा ५) ध्वनी भाषा ६) अंक भाषा

शाळेत येण्यापूर्वी मुलांना भाषा येत असते म्हणून गणिताची सुरुवात भाषेतूनच व्हायला हवी. हे म्हणताक्षणी अजून एक मुद्दा समोर येतो. मुलांना मराठी भाषेऐवजी इतर बोलीभाषा किंवा प्रमाणभाषा येत असल्यास त्या भाषेचा उपयोग गणित शिकण्यासाठी आवश्यक ठरेल. अर्थात, थोडी मेहनत घेऊन शिक्षक स्थानिक भाषेचा वापर गणित शिकवण्यासाठी करू शकतात. शास्त्रीयरित्या ते करता यावे म्हणून महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, पुणे लवकरच एक दिशानिर्देश काढणार आहेत.

गणिताच्या भाषांचा उपयोग योग्य पद्धतीने करण्याचा उद्देश काय आहे? तर मुलांना सर्व गणितीय संकल्पना अचूक समजण्यासाठी मूळ गणितीय संकल्पनांमधील सर्वांत महत्त्वाची संकल्पना आहे ती 'संख्येचे संख्यापण'

१) दोन बोटे २) दोन मुले ३) दोन लिंबे ४) दोन लिंबांचे चित्र ५) प्रत्येक वेळी उच्चारलेले 'दोन'

या सगळ्यांमध्ये दोन सामाईक आहे. म्हणजे 'दोन' ही संख्या आहे. हे समजलं की दोन ही संख्या म्हणजे किती ते समजते. आपण दोन वस्तूंचे अनेक अनुभव दिल्यानंतर मूल स्वत:चे स्वत: ते समजून घेते.

संख्येची चिन्हे :

या सगळ्यानंतर त्या दोनचे चिन्ह म्हणजे अंक भाषेतील २ असे असतात हे शिकावयाचे. वरील विवेचनावरून गणित शिकण्याची 'नैसर्गिक पद्धत' समोर येते ती म्हणजे–

संख्या एक ते पाच, शून्य आणि सहा ते नऊ या बोटांच्या भाषेत, कृती भाषेत, वस्तू भाषेत, चित्र भाषेत, ध्वनी भाषेत शिकून झाल्या. संख्यांची नावे पक्की झाली की त्यानंतर अंकचिन्हे शिकवायची.

वरील सर्व भाषा शिकून झाल्या हे ओळखायचे कसे? तर शिक्षकांनी एका रूपात दिलेल्या संख्या मुलांना इतर सर्व रूपांमध्ये देता येऊ लागल्या तर समजावे की, मुलांना सर्व गणितीय भाषा शिकून झाल्या. हे झाल्याशिवाय अंक भाषा शिकविणे मुलांवर अन्याय आहे. त्यामुळेच मुले आयुष्यभर (मोठे झाल्यावर सुद्धा) गणिताला भितात. गणिताची भीती दूर करावयाची असेल तर ही नैसर्गिक पद्धत प्रत्येक शिक्षकाने अर्थात १००% शिक्षकांनी वापरावयाचे आहे. १००% शिक्षकांनी ही पद्धत वापरावयाची असल्यास गणिताचे प्रशिक्षणसुद्धा नैसर्गिक पद्धतीने व्हायला पाहिजे. अधिक स्पष्टतेसाठी शाळेतील वर्ग व कार्यशाळेतील वर्गाची साम्यता खालील तक्त्यात देण्यात आली आहे.

कार्यशाळेतील पद्धत अगदी वर्गातील पद्धतीसारखी असावी.

अ. क्र.	वर्गातील पद्धत	कार्यशाळेतील पद्धत
१)	उद्दिष्ट : १०० × १०० अर्थात वर्गातील १००% मुलांना १००% गणितीय संकल्पना समजली पाहिजे.	उद्दिष्ट : १०० × १०० अर्थात कार्यशाळेतील १००% गोष्टी १००% लोकांना समजल्या पाहिजेत.
२)	त्यासाठी वर्गात प्रत्येक विद्यार्थ्याने स्वत: कृती करत समजून घेणे आवश्यक आहे.	त्यासाठी कार्यशाळेतही सहभागी व्यक्तींनी प्रत्येक कृती स्वत: करून त्याचा अनुभव घेणे आवश्यक आहे.
३)	हे घडविण्यासाठी आवश्यक तितक्या संख्येने साहित्य उपलब्ध राहील हे पाहणे ही शिक्षकांची जबाबदारी आहे.	हे घडविण्यासाठी आवश्यक तितक्या संख्येने साहित्य उपलब्ध राहील हे पाहणे ही स्रोत व्यक्तीची जबाबदारी आहे.
४)	'अशी कृती घ्या, असा अनुभव द्या. हे साहित्य वापरा' अशा सूचना किंवा वर्णन वर्गात होऊ नये. ते साहित्य देऊन प्रत्येक कृती गटात विद्यार्थ्यांनी स्वत: करावी.	'अशी कृती घ्या, असा अनुभव द्या. हे साहित्य वापरा' अशा सूचना किंवा वर्णन कार्यशाळेत होऊ नये. ते साहित्य घेऊन प्रत्येक कृती गटात प्रशिक्षणार्थ्यांनी स्वत: करावी.
५)	वर्गात मुले गटा–गटात बसवावीत.	कार्यशाळेत प्रशिक्षणार्थ्यांनी गटा–गटात बसावे. ४० प्रशिक्षणार्थ्यांसाठी ८ टेबल व प्रत्येक टेबलाभोवती ५ खुर्च्या अशी रचना करावी.
६)	प्रत्येक कृतीच्या वेळी शिक्षकाने प्रश्न समोर ठेवावे आणि विद्यार्थ्यांनी कृती करावी. आपापसात चर्चा करावी. त्यानंतर सगळ्या गटांबरोबर चर्चा करावी.	प्रत्येक कृतीच्या वेळी स्रोत व्यक्तीने प्रश्न समोर ठेवावे आणि प्रशिक्षणार्थ्यांनी कृती करावी. आपापसात चर्चा करावी. त्यानंतर सगळ्या गटांबरोबर चर्चा करावी.

मनोगत

भारत सरकारने बालकाच्या मोफत आणि सक्तीच्या शिक्षणाचा हक्क अधिनियम २००९ या कायद्याची अंमलबजावणी सुरू केली आहे. प्रत्येक बालकाला गुणवत्तापूर्ण शिक्षण मिळणे हा त्याचा हक्क आहे आणि शिक्षण व्यवस्थेतील घटक म्हणून तो हक्क बालकास मिळवून देणे आपल्या सर्वांचे कर्तव्य आहे.

महाराष्ट्रात 'प्रगत शैक्षणिक महाराष्ट्र' कार्यक्रम सन २०१५–१६ पासून सुरू करण्यात आला. या कार्यक्रमाचा हेतू प्रत्येक मुलाला अपेक्षित क्षमता प्राप्त करण्यास मदत करणे, हा आहे.

गेल्या दोन वर्षात राष्ट्रीय व राज्यस्तरावरून घेण्यात आलेल्या शैक्षणिक सर्वेक्षणात एक बाब निदर्शनास आली आहे की, राज्याची गणिताची स्थिती चिंताजनक आहे. गणिताच्या या स्थितीचे मुख्य कारण म्हणजे इयत्तेबरोबर वाढणारी गणिताची भीती. आजपर्यंत गणित आपण यांत्रिक पद्धतीने शिकत आलो त्यामुळे विद्यार्थ्यांच्या मनातील का? आणि कसे? या प्रश्नांचा विचारच झाला नाही. परिणामी एखादी पायरी विसरली की पुढे गणित सोडवणे बालकाला शक्य होत नाही आणि मग त्याला गणिताची भीती वाटण्यास सुरुवात होते. म्हणूनच गणित सोडवताना का? हा प्रश्न निर्माण झाला पाहिजे आणि कसे? चे उत्तर दृश्य स्वरूपात मिळाले पाहिजे. अर्थात का? चे उत्तर विद्यार्थ्याने शोधावे. शिक्षकाने सुलभकाची भूमिका घेऊन विद्यार्थ्याला शिकण्याचा आनंद द्यावा.

मुलाने स्वत: प्रत्यक्ष वस्तू हाताळून, कृती करून संकल्पना समजून घ्यावी. सुलभकाने एकाच संकल्पनेसाठी विविध अध्ययनअनुभवांची योजना करावी. यासाठी शिक्षकाला तीन प्रकारच्या साहित्याचा वापर करता येईल. १) परिसरातील साहित्य, २) बाजारात सहज उपलब्ध होणारे साहित्य, ३) ई–निविदेनुसार साहित्य संचातील साहित्याचा तपशील. यापैकी बाजारात सहज उपलब्ध होऊ न शकणारे काही साहित्य या गणित पेटीच्या माध्यमातून आपल्यापर्यंत पोहोचवत आहोत.

या गणित समृद्धीकरण साहित्य संचामधील प्रत्येक साहित्य गणितातील एकापेक्षा अधिक संबोध स्पष्ट करण्यासाठी वापरता येते. ते कसे वापरता येईल याची काही उदाहरणे या माहिती पुस्तिकेत देण्यात आली आहेत, परंतु या व्यतिरिक्त अजून विविध संबोधांसाठी शिक्षकांना यातील प्रत्येक साहित्याचा कल्पकतेने वापर करता येईल.

या साहित्याच्या माध्यमातून मुले आनंदाने कृतीतून शिकती होतील. त्यांना ज्ञानाच्या निर्मितीचा आनंद घेता येईल. स्वत:हून शिकल्यामुळे संकल्पनांचे दृढीकरण होईल व त्याचे सहजपणे उपयोजनही करता येईल व त्यामुळे वर्गावर्गांमधून विद्यार्थ्यांच्या मनातील गणिताची भीती दूर होण्यास मदत होईल. गणिताविषयी गोडी वाढेल व यातूनच महाराष्ट्र गणितात अधिक समृद्ध होत जाईल.

गोविंद नांदेडे
संचालक
महाराष्ट्र राज्य शैक्षणिक संशोधन व
प्रशिक्षण परिषद, (विद्या प्राधिकरण) पुणे.

गणित समृद्धीकरण साहित्य संच

गणित विषयातील संकल्पना अमूर्त स्वरूपाच्या आहेत. या साहित्य संचातील साहित्याच्या माध्यमातून या संकल्पनांना मूर्त रूप देण्यास मदत होईल. या साहित्य संचातील साहित्य साधारणपणे पुढील बाबींसाठी वापरता येईल.

१) विद्यार्थ्यांच्या गणितातील संकल्पना स्पष्ट करणे.

२) गणितातील समजलेल्या संकल्पनांचा सराव घेणे व दृढीकरण करणे.

३) समजलेल्या संकल्पनांचे मूल्यमापन करणे.

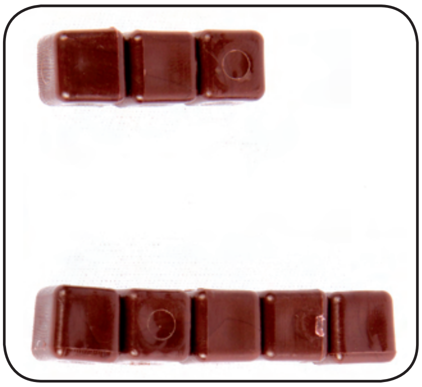
विद्यार्थ्यांना साहित्याचा परिचय व्हावा यासाठी पेटीतील साहित्य मुलांना मुक्तपणे हाताळण्यास द्यावे. साहित्य संचातील साहित्य हाताळता हाताळता मुले स्वत:हून शिकतील. खेळून झाल्यावर साहित्य परत जागेवर ठेवण्याची विद्यार्थ्यांना पहिल्यापासूनच सवय लावावी ज्यामुळे गणितातील नीटनेटकेपणा हा गुण विकसित होण्यास मदत होईल व विद्यार्थ्यांच्या मनात साहित्याबद्दल आपलेपणा निर्माण होईल. या साहित्य माहिती पुस्तिकेमध्ये साहित्य वापराबाबतच्या दिलेल्या कृती या प्रातिनिधीक स्वरूपाच्या असून या कृतींव्यतिरिक्त तसेच सुचविलेल्या कृतींव्यतिरिक्त इतर अध्ययन अनुभव देण्यासाठी सुद्धा हे साहित्य उपयोगी ठरेल. या साहित्य संचातील साहित्य एका संकल्पनेसाठी एक तसेच एका संकल्पनेसाठी एकापेक्षा अधिक साहित्य वापरून अध्ययन अनुभव देता येतील.

या गणित समृद्धीकरण साहित्य संचामध्ये पुढीलप्रमाणे साहित्य आहे.

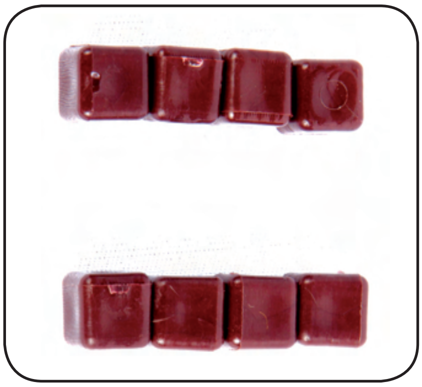
१. घनाकृती ठोकळे (Cubes) : हे घनाकृती आकाराचे प्लॅस्टिकचे १०० ठोकळे असून वजनाने हलके आहेत. विद्यार्थ्यांना हाताळण्यासाठी अतिशय सुलभ असून त्यांच्या साहाय्याने विविध प्रकारचे अध्ययन अनुभव देता येतील.

घनाकृती ठोकळे

१.१ अवकाशीय संबोध व गणनपूर्व तयारी : लांब, आखूड, समान ओळखण्यासाठी घनाकृती ठोकळ्यांच्या साहाय्याने विद्यार्थ्यांना उभे आडवे दांडे तयार करण्यास सांगून समान ठोकळे जोडून तयार झालेल्या दांड्यांची तुलना करून लांब, आखूड, समान दांडे ओळखण्याचा अनुभव देता येईल.

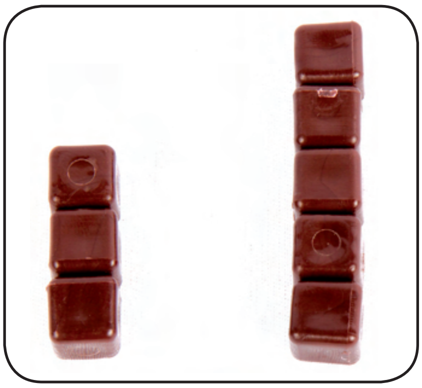


आखूड - लांब

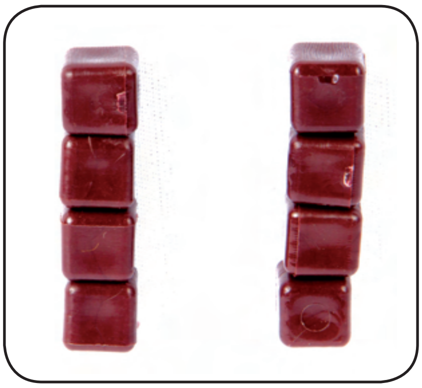


समान - लांब

याचप्रमाणे उंच–ठेंगणा, उंचीने समान ओळखण्यासाठी या घन ठोकळ्यांचा उपयोग करता येईल. याप्रकारे विद्यार्थ्यांना प्रत्यक्ष कृतीद्वारे अनुभव दिल्यामुळे विद्यार्थ्यांची गणनपूर्व तयारी चांगल्याप्रकारे करून घेण्यास मदत होईल.



ठेंगणा - उंच



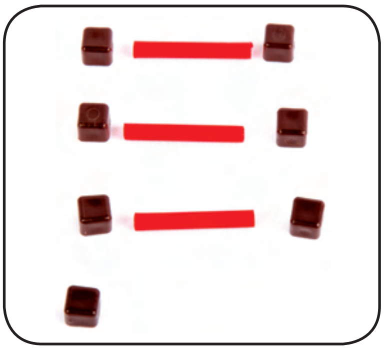
समान - उंच

१.२ वस्तूसमूहाची तुलना : विद्यार्थ्यांना कमी व जास्त निरीक्षणाने ओळखता येण्यासाठी त्यांना असमान संख्येच्या घन ठोकळ्यांचा समूह देऊन निरीक्षण करण्यास सांगून त्याद्वारे कमी अथवा जास्त ठोकळ्यांचा समूह ओळखण्याचा अनुभव देता येईल.

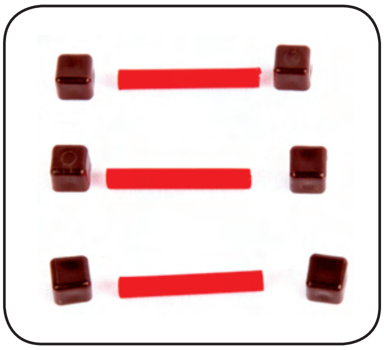
जास्त

कमी

१.३ एकास एक संगतीने तुलना : एकास एक संगतीने जास्त-कमी व समान वस्तू समूह ओळखण्यासाठी देखील घन ठोकळ्यांच्या साहाय्याने अनुभव देता येईल.



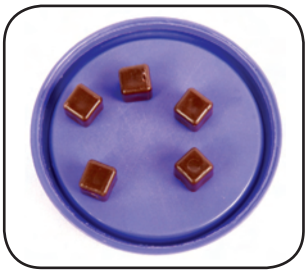
जास्त - कमी



समान

जशास तसे ओळखण्यासाठी, जितके-तितके ओळखण्यासाठी मांडलेल्या घन ठोकळ्यांच्या एवढ्या वस्तू, बोटे, चित्रे ओळखण्याची संधी देता येईल.

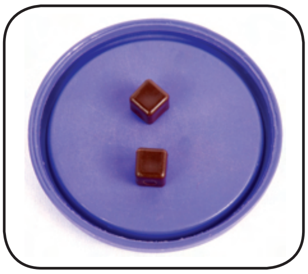
१.४ १ ते ९ संख्यांची ओळख : गणनपूर्व तयारीमध्ये १ ते ९ संख्यांची ओळख करून देण्यापूर्वी बोटांची भाषा, चित्र भाषा, ध्वनी भाषा, कृती भाषा वापरून अंकांचे संबोध स्पष्ट करावेत. यासाठी दिलेली चित्रे, वस्तू, बोटे एवढे घन ठोकळे मांडण्याचा अनुभव देता येईल. १ ते ९ पर्यंत घन ठोकळे मांडून संख्या सांगितली असता तेवढी चित्रे/प्रतिके दर्शविण्याचा अनुभव देता येईल. उदा. पाच ठोकळ्यांसाठी पाच चित्रे.



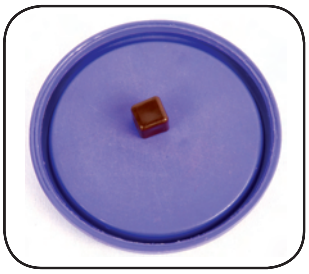
पाच ठोकळे

पाच चित्रे

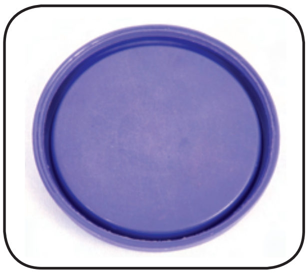
१.५ शून्याची संकल्पना : शून्य या संकल्पनेचा बोध होण्यासाठी देखील या ठोकळ्यांचा उपयोग करता येईल. ठेवलेल्या ठोकळ्यातून एक-एक ठोकळा कमी-कमी करत न्यावा. प्रत्येक वेळेस ठोकळ्यांची संख्या ओळखण्याची संधी द्यावी. जेव्हा शेवटी एकही ठोकळा उरणार नाही तेव्हा एकही ठोकळा नाही म्हणजे शून्य ठोकळे हा अनुभव देऊन शून्याची संकल्पना स्पष्ट करून देता येईल.



दोन ठोकळे



एक ठोकळा



शून्य ठोकळे

१.६ संख्यांचा क्रम : घन ठोकळ्यांच्या मदतीने क्रमाने कमी होणाऱ्या संख्या व क्रमाने वाढणाऱ्या संख्या दर्शविण्याचा अनुभव देता येईल.

५ ४ ३

क्रमाने कमी होणाऱ्या संख्या

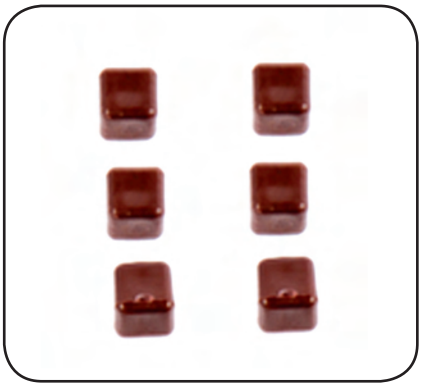
३ ४ ५

क्रमाने वाढणाऱ्या संख्या

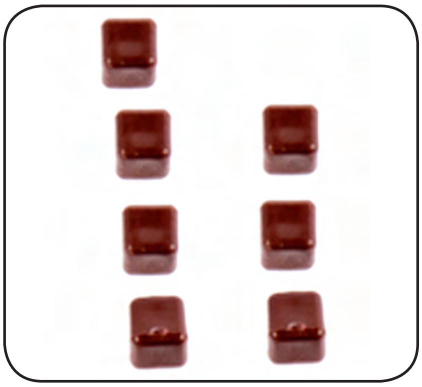
१.७ क्षेत्रफळ व परिमिती : घनाकृती ठोकळ्यांच्या साहाय्याने १ ते ५ इयत्तेच्या काठिण्यपातळीनुसार चौरस व आयतावरील आधारित संकल्पना समजून देता येईल. एक घन ठोकळा आणि अनेक घन ठोकळे जोडून तयार होणाऱ्या चौरस व आयताची लांबी, रुंदी मोजणे, ठोकळ्यांची रचना पाहून आयत व चौरसाच्या क्षेत्रफळाचे सूत्र तयार करणे, सूत्रे वापरून ठोकळ्यांच्या रचनेचे क्षेत्रफळ काढणे, विविध चौरस व आयताकार रचनांच्या परिमितीची सूत्रे तयार करणे, तसेच एखादा ठोकळा कमी केल्यास परिमितीत झालेला बदल लक्षात आणून देणे, समान संख्येच्या ठोकळ्यांच्या परिमिती व क्षेत्रफळातील संबंध शोधणे, अशा विविध कृतींसाठीदेखील या ठोकळ्यांचा उपयोग करता येईल.

क्षेत्रफळ

१.८ **सम–विषम संख्या :** घन ठोकळ्यांच्या मदतीने सम आणि विषम संख्या ओळखणे. घनांच्या जोड्या बनविल्यास ती संख्या सम आहे व दोन–दोनच्या जोड्या बनवून एक सुटा घन ठोकळा उरल्यास घन मोजून ती संख्या विषम आहे हे ओळखण्याचा अनुभव याच्या साहाय्याने देता येईल.

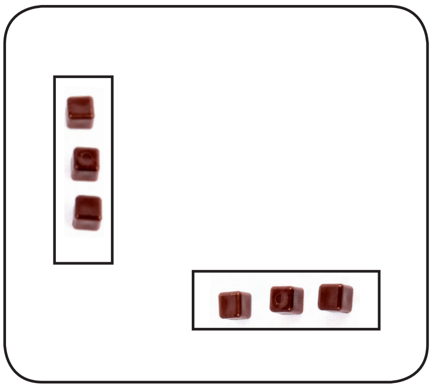


सम संख्या

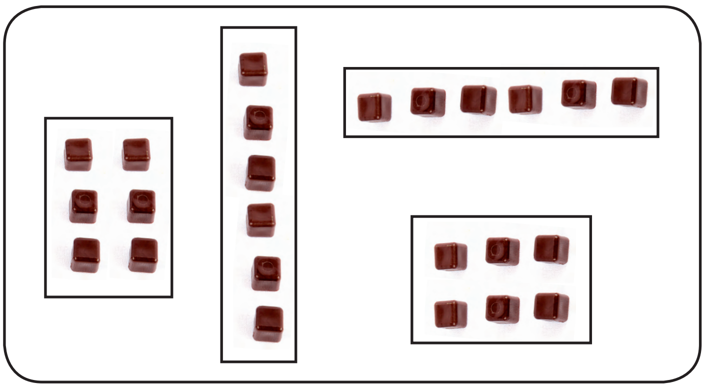


विषम संख्या

१.९ **मूळ संख्या, संयुक्त संख्या :** दिलेल्या संख्येएवढ्या घन ठोकळ्यांच्या गुणाकार रूपाच्या केवळ दोन रचना करता आल्यास ती संख्या मूळ संख्या आहे हे ओळखण्याचा अनुभव देता येईल तसेच दिलेल्या संख्येएवढ्या घन ठोकळ्यांच्या गुणाकार– रूपाच्या दोनपेक्षा जास्त रचना करता आल्यास ती संख्या संयुक्त संख्या आहे हे ओळखण्याचा अनुभव देता येईल.



मूळ संख्या

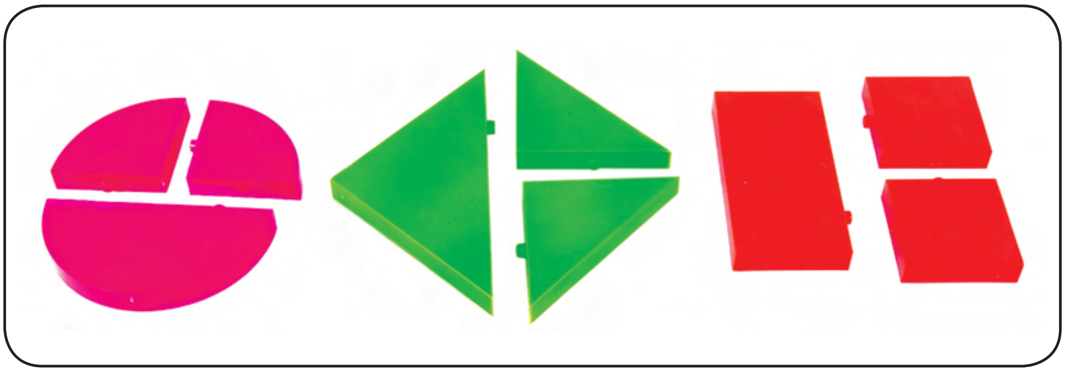


संयुक्त संख्या

अशाच प्रकारे संख्येइतके घन ठोकळे चौरसाकार रचनेत मांडता आल्यास ती संख्या पूर्ण वर्ग संख्या आहे हे ओळखणे आणि तशी मांडणी करता न आल्यास ती संख्या पूर्ण वर्ग संख्या नसते हे ठोकळ्यांच्या साहाय्याने कृतीद्वारे सांगता येईल. याचबरोबर घन ठोकळे वापरून मांडलेली बेरीज करता येणे, घन ठोकळे वापरून बेरीज–वजाबाकी आंतरसंबंधाचा अनुभव देणे इत्यादी अनेक अनुभवदेखील या घन ठोकळ्यांच्या साहाय्याने विद्यार्थ्यांना देता येतील.

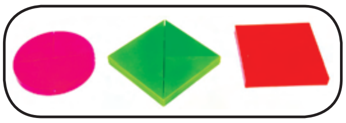
अशाप्रकारे या ठोकळ्यांच्या मदतीने गणनपूर्व तयारी, संख्याज्ञान, संख्यांवरील क्रिया, मापन, भूमिती इत्यादी क्षेत्रातील विविध संबोधांसाठी अध्ययन अनुभव देता येतील, ज्याद्वारे विद्यार्थ्यांमध्ये वस्तू हाताळणे, निरीक्षण करणे, तुलना करणे, वर्गीकरण करणे, सहसंबंध ओळखणे, बहुदिश विचार करणे अशा विविध क्षमता विकसित करण्यासाठी मदत होईल.

२. **अपूर्णांक चकत्या (Fractions of circle, square and triangle) :** यामध्ये वर्तुळाकृती, चौरसाकृती व त्रिकोणाकृती प्लॅस्टिकच्या चकत्या असून त्यात पाव, अर्धा, पाऊण, पूर्ण सहजपणे दाखवता येतो. या चकत्या वजनाने हलक्या असून विद्यार्थ्यांना सहजपणे जोडता व वेगळ्या करता येण्याजोग्या आहेत. रंगाने आकर्षक असल्यामुळे अपूर्णांक शिकताना विद्यार्थ्यांच्या अवधानाचे केंद्रिकरण देखील होईल. विद्यार्थी आवडीने हाताळू शकतील.

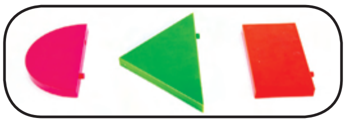


अपूर्णांक चकत्या

२.१ **अपूर्णांकाची ओळख :** याद्वारे वर्तुळाचा पाव भाग, अर्धा भाग, पाऊण भाग, पूर्ण इत्यादी संकल्पना स्पष्ट करता येतील. तसेच दोन पाव भाग मिळून अर्धा भाग तयार होतो, दोन अर्धे भाग मिळून एक पूर्ण तयार होतो, एक अर्धा भाग आणि एक पाव भाग मिळून एक पाऊण भाग तयार होतो. एक पाऊण भाग आणि पाव भाग मिळून एक पूर्ण तयार होतो, ही अपूर्णांकाच्या बेरजेची संकल्पनादेखील या चकत्यांच्या आधारे स्पष्ट करून देता येईल.



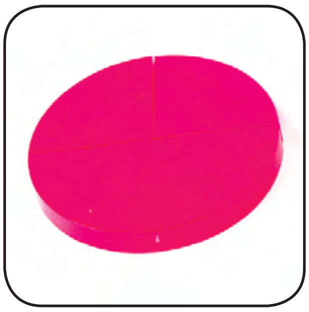
पूर्ण



अर्धा

पाव

२.२ **वर्तुळ – त्रिज्या व व्यास :** या वर्तुळाकृती चकत्यांच्या आधारे वर्तुळाचा परीघ, वर्तुळाची त्रिज्या आणि वर्तुळाचा व्यास मोजण्याचा अनुभव देता येईल.

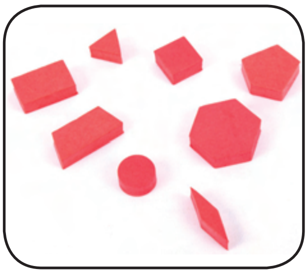


अशाप्रकारे अपूर्णांक चकत्यांद्वारे अपूर्णांक, परिमिती या संकल्पना प्रत्यक्ष वस्तू हाताळून विद्यार्थ्यांना समजून घेता येतील. त्याचबरोबर १ सेमी चौरस चकत्यांवर ठेऊन क्षेत्रफळ काढण्याचा अनुभवही देता येईल.

३. क्रॉसलिंक फोमचे विविध भौमितिक आकार (Geometrical cut-outs) : यामध्ये त्रिकोण, चौकोन, वर्तुळ, पंचकोन, षटकोन इत्यादी भौमितिक आकाराचे व रंगाचे कट-आऊट्स दिले आहेत. वजनाने ते हलके असून विद्यार्थ्यांना हाताळण्यास सोपे आहेत. या मँचिग सेट्सचा उपयोग विविध घटकांसाठी खालीलप्रमाणे करता येईल.

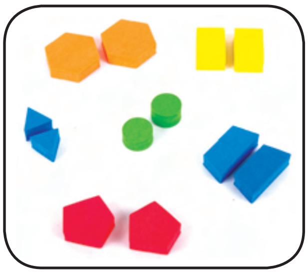
क्रॉसलिंक फोमचे विविध भौमितिक आकार

३.१ भौमितिक आकार : भौमितिक आकारांची एकास एक संगती लावून रंगाने सारख्या परंतु आकार वेगळा असणाऱ्या, आकाराने सारख्या परंतु रंग वेगळा असणाऱ्या तसेच रंगाने व आकाराने समान अथवा भिन्न कट-आऊट्स शोधण्यास सांगता येतील. जसे – रंगाने पांढरे असणारे आकार मॅचिंग सेटमधून शोधण्यास सांगावे. तसेच त्या आकारासारखा आकार असणारे भौमितिक कट-आऊट्स शोधण्यास सांगावे जेणेकरून विद्यार्थ्यांना निरीक्षणाद्वारे समान घटक शोधणे, वेगळे घटक शोधणे, वर्गीकरण करणे, एकास एक संगती लावणे इत्यादी क्षमता प्राप्त करण्यास मदत होईल.



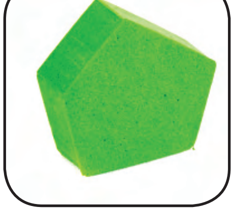
रंग सारखा आकार भिन्न

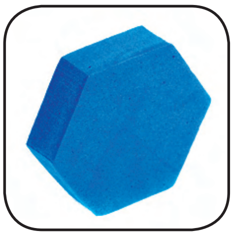
आकार सारखा रंग भिन्न



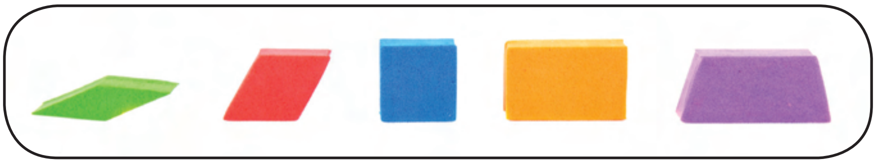
रंग, आकार दोन्ही सारखा

३.२ त्रिमितीय आकारांचे द्विमितीय रेखाटन : या भौमितिक वस्तूंच्या सहाय्याने विविध त्रिमितीय आकारांचे पृष्ठभाग, कडा व कोपरे ओळखण्याची संधी तसेच त्यांच्यातील साम्य-भेद ओळखून वर्गीकरणाची संधी देता येईल. त्रिमितीय भौमितिक कट-आऊट्सच्या कडांचे रेखाटन करून द्विमितीय आकृत्या जसे त्रिकोण, चौकोन, वर्तुळ काढण्याचा अनुभव देता येईल जेणेकरून विद्यार्थ्यांना त्रिमितीय व द्विमितीय आकृत्यांमधील सहसंबंध स्पष्ट होण्यास मदत होईल.





३.३ **त्रिमितीय व द्विमितीय आकृत्यांचे घटक :** मॅचिंग सेट्समधील भौमितिक कट–आऊट्सच्या मदतीने विविध द्विमितीय आकृत्यांची (त्रिकोण, चौकोन, वर्तुळ) ओळख, तुलना व वर्गीकरण करण्याची कृती करून घेता येईल. तसेच या आकृत्यांमधील घटक शिरोबिंदू, कडा, कोन इत्यादींची ओळख करून देता येईल जसे तीन कोन, तीन शिरोबिंदू, तीन बाजू असे त्रिकोणाचे विविध घटक दाखविता येतात. त्याचप्रमाणे चौकोनाचे घटक ओळखण्याची संधी देखील देता येईल. हे भौमितिक आकार त्रिकोणाचे प्रकार, काटकोन त्रिकोण, लघुकोन त्रिकोण, विशालकोन त्रिकोण इत्यादी संकल्पनांच्या दृढीकरणासाठी वापरता येतील. तसेच चौकोनाचे प्रकार जसे चौरस, आयत, समांतरभुज, समलंब इत्यादी प्रकारही विद्यार्थ्यांना समजावून देता येतील. या व्यतिरिक्त त्रिकोण, चौकोन, वर्तुळ व त्यांची एकरूपता ही संकल्पना स्पष्ट होण्यास मदत होईल.

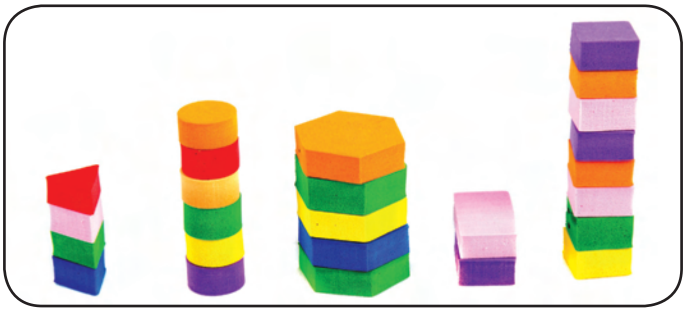


चौकोनाचे प्रकार

३.४ **बहुभुजाकृती :** या विविध आकाराच्या साहाय्याने बहुभुजाकृती ही संकल्पना देखील विद्यार्थ्यांना समजण्यास मदत होईल. या आकारांपैकी चौकोन, पंचकोन, षट्कोन इत्यादींच्या आकारांचे घटक व त्यातील संबंध विद्यार्थ्यांना स्पष्ट होईल.

बहुभुजाकृती

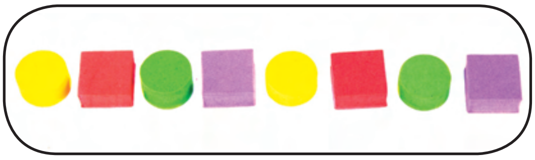
३.५ **आलेख :** माहितीचे संकलन करून भौमितिक आकारांच्या साहाय्याने वर्गीकरण करता येईल व आलेखाच्या स्वरूपात माहितीचे सादरीकरण देखील करून दाखवता येईल.



आलेख

३.६ आकृतिबंध : हे भौमितिक आकार विद्यार्थ्यांना हाताळण्यास देऊन त्यांना वेगवेगळ्या प्रकारे या आकारांची मांडणी/रचना करण्याची संधी देता येईल. तसेच विविध प्रकारच्या भौमितिक रचना, आकृतिबंध, सौंदर्याकृती तयार करण्याची संधी देता येईल. यातून विद्यार्थ्यांच्या सर्जनशीलतेला व रचनात्मक कल्पनाशक्तीला वाव मिळेल.

सौंदर्याकृती



आकृतिबंध

भौमितिक आकाराच्या साहाय्याने केलेली रचना

या कृतीव्यतिरिक्त गणन, संख्याबोध, सममिती इत्यादी घटकांच्या दृढीकरणासाठी देखील या भौमितिक आकारांचा उपयोग करता येईल. तसेच हे कट-आऊट्स फोमचे तयार केलेले असल्यामुळे ते पाण्यात भिजवून सपाट पृष्ठभागावर चिटकविता येतात. तसेच ते सपाट पृष्ठभागावर चिटकवून विविध आकार विद्यार्थ्यांकडून तयार करून घेता येतील किंवा विविध रंगात बुडवून त्यांच्या ठशाच्या साहाय्याने विविध आकृत्या तयार करवून घेता येतील.

४. गणितीय जाळी (Mathematics Mat) : यामध्ये क्रॉसलिंक फोमच्या जाळीमध्ये वेगवेगळ्या १० आकर्षक रंगांच्या दंडगोलाकृती गोळ्या दिल्या आहेत. वजनाने हलक्या व आकर्षक रंगात असल्यामुळे विद्यार्थ्यांना हाताळण्यास सोप्या व आंनददायी आहेत. जाळी आणि गोळ्यांबरोबर सुरुवातीला मुलांना मुक्तपणे खेळू द्या. या गणितीय जाळीचा उपयोग विविध घटकांसाठी खालीलप्रमाणे करता येईल.

गणितीय जाळी

४.१ अवकाशीय संबोध : क्रॉसलिंक फोमच्या जाळीमध्ये गोळ्यांच्या साहाय्याने आत-बाहेर, जवळ-दूर, मागे-पुढे हे अवकाशीय संबोध समजण्यासाठी विद्यार्थ्यांना जाळी व गोळ्यांच्या साहाय्याने कृती करून संकल्पना समजावून सांगता येईल.

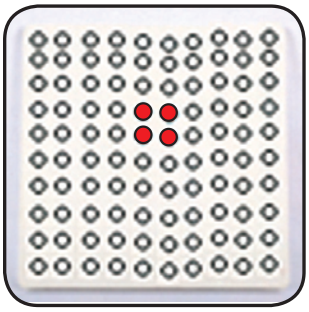
उदा. १ : शेजारील आकृतीत पिवळे व निळे गोळे जवळ आहेत आणि लाल व हिरवे गोळे लांब आहेत.

अशाच प्रकारे इयत्ता दुसरीतील मुलांना मागे-पुढे, लगतचा-पुढचा हे अवकाशीय संबोध समजून सांगता येतील.

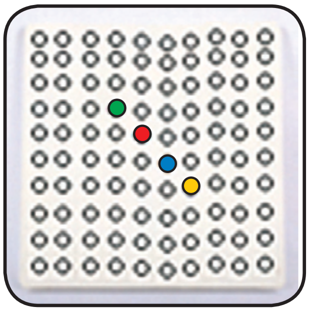
उदा. २ : दोरीच्या साहाय्याने जाळीचे दोन भाग करून दोन विद्यार्थ्यांना प्रत्येकी एक-एक भाग वाटून देऊन जाळीमध्ये कमीत कमी वेळेत गोळे लावण्याची स्पर्धा घेता येईल त्यावरून कमी वेळ, जास्त वेळ या तुलनात्मक शब्दांचा अर्थ स्पष्ट होईल.

४.२ संख्याज्ञान : ० ते १० पर्यंतच्या संख्यांचे संख्याज्ञान होण्यासाठी जाळीचा चांगला उपयोग होतो. १ ते १० पर्यंतच्या संख्यांसाठी माझ्यासारखे हा खेळ घेता येईल.

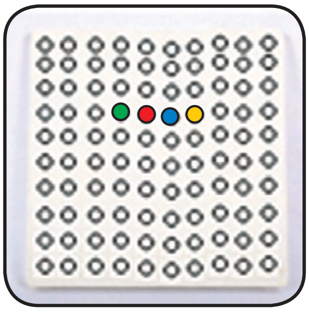
उदा. १ : बोटांच्या भाषेत, चित्र भाषा, वस्तू भाषा यादवारे शिक्षकांनी ४ ही संख्या दाखवावी. विद्यार्थ्यांना निरनिराळ्या प्रकारे ४ ही संख्या गणितीय जाळीवर गोळ्याच्या साहाय्याने दाखविण्यास सांगता येईल.



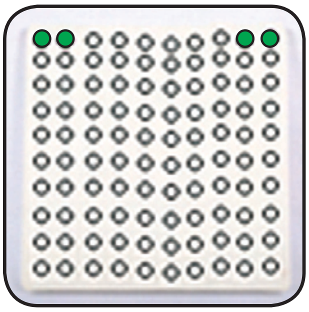
अ



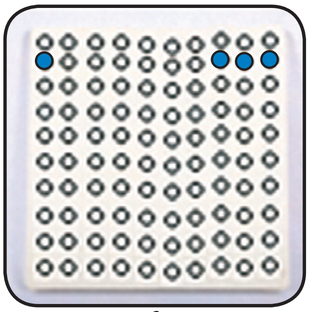
ब



क



ड



ई

आकृती ड आणि ई नुसार केलेली ४ या संख्येची मांडणी ही बेरजेची पूर्वतयारी म्हणून घेता येईल.

५ गोळ्यांच्या मांडणीच्या विविध पद्धती

उदा. २ : एक अंकी संख्यांच्या मांडणीचे निरनिराळे आकार दाखवता येतील, ज्यामुळे संख्या न मोजता नुसत्या नजरेतून संख्या मोजण्याचा सराव देता येईल. उदा. गोळ्यांच्या मांडणीची काही रूपे शेजारील आकृतीत दिली आहेत.

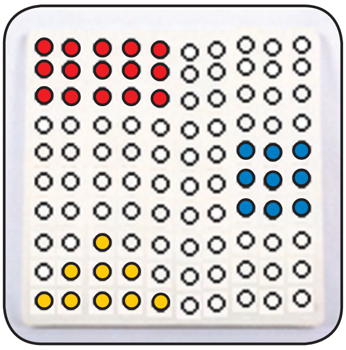
उदा. ३ : एकाच रंगाचे दहा गोळे वापरून दशकाची संकल्पना सांगता येईल. तसेच गोळे काढून टाकून शून्याचा संबोध सांगता येईल.

४.३ संख्येवरील क्रिया–बेरीज–वजाबाकी : जाळीमध्ये कोणत्याही एका रंगाचे पाच गोळे बसवावेत. त्याखाली दुसऱ्या रंगाचे चार गोळे बसवावेत. विद्यार्थ्यांना दोघांच्या बेरजेएवढे गोळे लावण्यास सांगावेत. अशाप्रकारे विविध उदाहरणाद्वारे बेरीज ही संकल्पना स्पष्ट करून सांगता येईल.

गोळ्यांच्या साहाय्याने बेरीज

वजाबाकी म्हणजे काढून टाकणे. एकूण ९ मधून ४ काढले तर ५ राहिले हे दाखवता येईल. यातून बेरीज व वजाबाकीचा सहसंबंध लक्षात आणून देता येईल.

४.४ भौमितिक आकार : भौमितिक आकारांचा परिचय आपल्या आजूबाजूला उपलब्ध असलेल्या वस्तूंमधून करून द्यावा. जाळी व गोळ्यांच्या साहाय्याने विविध भौमितिक आकार ओळखण्याचा सराव घेता येईल.



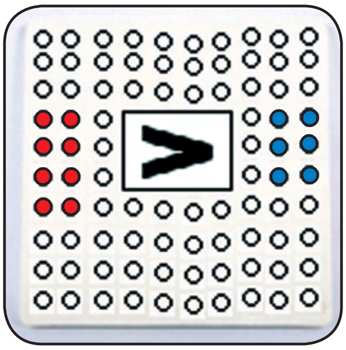
भौमितिक आकार

४.५ १ ते १०० संख्या : १ ते १०० पर्यंतच्या संख्या क्रमाने सांगता येतील. यासाठी एक–एकने गोळे वाढवून/कमी करून क्रमाने मोजण्याचा अनुभव देता येईल.

४.६ संख्येचा टप्पा : एकाच रंगाच्या गोळ्यांची विशिष्ट प्रकारे मांडणी करून टप्प्यांच्या संख्यांची संकल्पना सांगता येईल. **उदा. २** चा टप्पा सांगताना पिवळ्या रंगाचा गोळा एक आड एक लावावा. अशाच प्रकारे ३, ५, १० च्या टप्प्यांची संकल्पना सांगण्यासाठी जाळी गोळ्याचा उपयोग करता येईल. तसेच १०, १२, १५ असे टप्पे दाखविण्यासाठी प्रत्येक छिद्राला विशिष्ट मूल्य आहे हे ठरवावे लागेल.

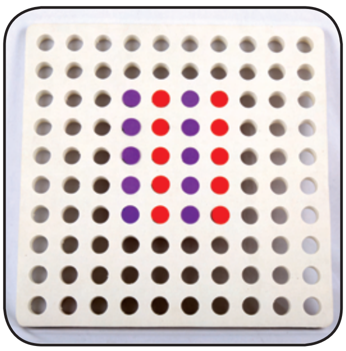
२ चा टप्पा

४.७ संख्यांचा लहान-मोठेपणा : दोरीच्या साहाय्याने जाळीचे दोन भाग करून दोन भागातील जाळीमध्ये गोळे लावून लहान, मोठे, समान या संकल्पना समजावून सांगता येतील.



संख्यांची तुलना

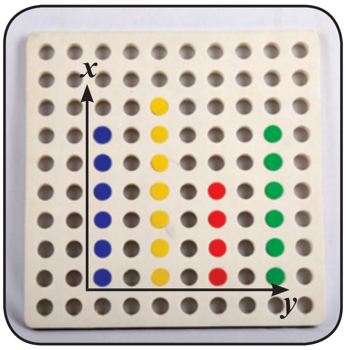
४.८ गुणाकार-पूर्वतयारी : गट करणे. विशिष्ट रंगाचे गोळे गटामध्ये जाळीत लावून गट तयार करून घेता येतील. उदा. विद्यार्थ्यांकडे २० गोळे द्या. या २० गोळ्यांचे ४ चे गट करून गोळे जाळीत लावण्यास सांगा. शिक्षकांनी प्रश्न विचारावा प्रत्येक गटात किती गोळे? एकूण गट किती? असे प्रश्न विचारून गुणाकार पूर्वतयारी घेता येईल.



२० चे ४ गट

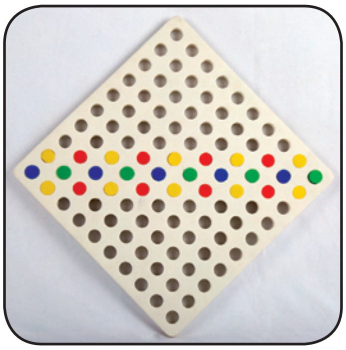
४.९ चित्ररूप माहिती : विविध प्रकारची माहिती गोळा करून त्याचे चित्ररूप सादरीकरण करण्यासाठी जाळी व गोळ्यांचा उपयोग करता येईल.

उदा. १ : आवडत्या खेळाचे नाव विद्यार्थ्यांना विचारावे. एका रंगाचा गोल एका खेळासाठी द्यावा. जाळीवर खेळ आवडणाऱ्या विद्यार्थी संख्येनुसार मांडणी करावी. चर्चा करून निष्कर्ष काढावेत.



● खो-खो ● क्रिकेट ● कबड्डी ● बॅडमिंटन

४.१० आकृतिबंध : जाळीवर गोळ्यांच्या साहाय्याने निरनिराळे आकृतिबंध विद्यार्थ्यांकडून तयार करून घेता येतील.



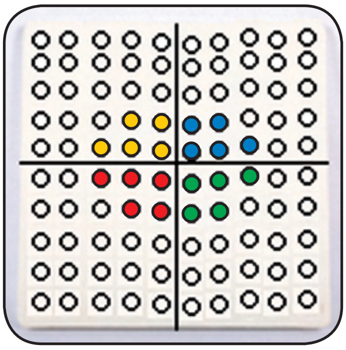
आकृतिबंध

४.११ संख्यांवरील क्रिया : गुणाकार म्हणजे पुन्हा पुन्हा बेरीज ही संकल्पना जाळीवर गोळ्यांची मांडणी करून सांगता येईल.

उदा. २ + २ + २ + २ + २ = १० म्हणजेच २ × ५ = १० अशा उदाहरणांद्वारे जाळी व गोळ्यांच्या साहाय्याने २ ते १० पर्यंतचे पाढे तयार करता येतील.

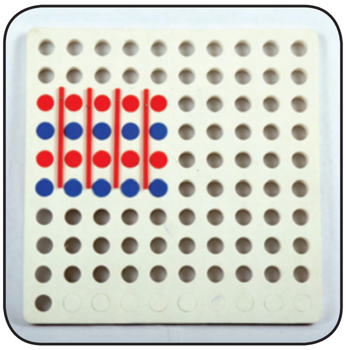
२ चा पाढा

४.१२ भागाकार पूर्वतयारी : दोरीच्या साहाय्याने जाळीचे चार समान भाग करा. २० गोळे चार भागामध्ये समान वाटण्यास सांगा. अशा प्रकारे दिलेले गोळे समान भागात वाटणी करण्याचा सराव घेऊन भागाकार पूर्वतयारी घेता येईल.

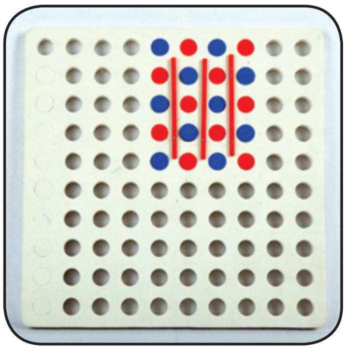


२० ची समान ४ भागात वाटणी

भागाकाराचे दोन अर्थ : २० ÷ ५ चा पहिला अर्थ २० चे ५ समान भाग करणे व दुसरा अर्थ ५–५ चे वाटे करणे. असे भागाकाराचे दोन्ही अर्थ जाळी आणि गोळ्याच्या साहाय्याने समजावून सांगता येतील.



२० चे ५ समान भाग



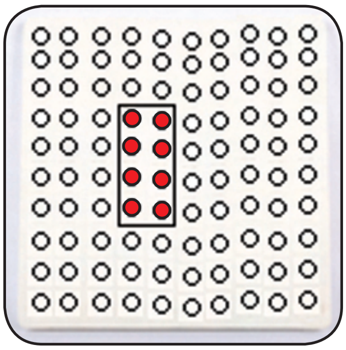
५–५ चे गट करणे

४.१३ अपूर्णांक : अर्धा, पाव, पाऊण यांची ओळख. पूर्णचे चार समान भाग केल्यास पाव भाग मिळतो व अर्धाचा अर्धा केल्यासही मूळ पूर्णचा पाव भाग मिळतो हे जाळी आणि गोळे यांच्या साहाय्याने सहज कृतीतून लक्षात आणून देता येईल. याच पद्धतीने समूहाचा पाव, अर्धा दर्शविणे हा घटक घेता येईल.

पूर्ण भाग

पाव भाग

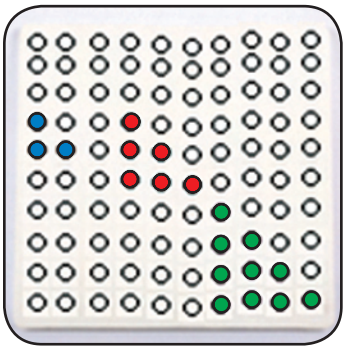
४.१४ सम–विषम संख्या : सम–विषम संख्या या जाळी व गोळे यांच्या साहाय्याने दाखविता येतील. सम संख्येच्या गोळ्यांचे दोन–दोनचे गट करून एकाखाली एक मांडल्या असता आयत किंवा चौरस मिळतो मात्र विषम संख्यांचे दोन–दोनचे गट करून एकाखाली एक मांडल्यास एक गोळी शिल्लक राहते. अशा प्रकारे जाळी आणि गोळ्याच्या साहाय्याने मांडण्यास सांगून सम आणि विषम संख्या ओळखण्यास सांगता येतील.



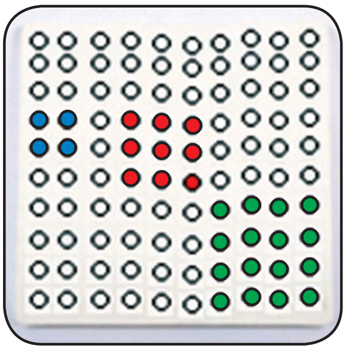
सम संख्या

विषम संख्या

४.१५ आकृतिबंध : जाळी व गोळ्याच्या साहाय्याने त्रिकोणी व चौकोनी संख्या दाखवता येतील. दोन लगतच्या त्रिकोणी संख्या मिळून चौकोनी संख्या मिळतात हे प्रत्यक्ष कृतीद्वारे जाळी व गोळ्याच्या साहाय्याने दाखवता येईल.



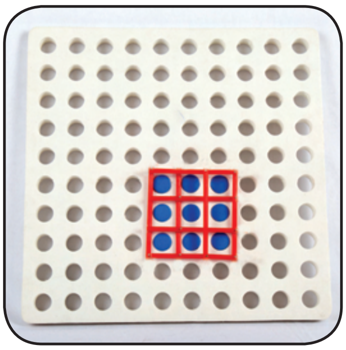
त्रिकोणी संख्या



चौकोनी संख्या

४.१६ आयताचे व चौरसाचे क्षेत्रफळ : जाळीमध्ये गोळ्यांची आयताकृती व चौरसाकृती रचना करून रचनेमधील एकक चौरस मोजण्यास सांगून क्षेत्रफळ काढता येईल.

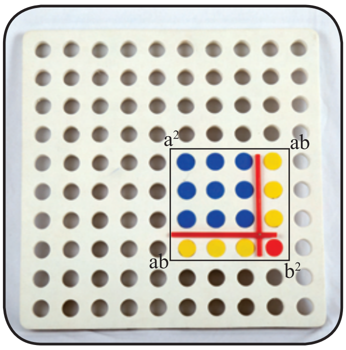
उदा. १ : ३ × ३ चा चौरस तयार करा. या चौरसामधील एकक चौरस मोजण्यास सांगून व त्यावरून चौरसाचे क्षेत्रफळ काढता येईल.



चौरसाचे क्षेत्रफळ

४.१७ विस्तार सूत्रे : जाळी आणि गोळ्याच्या साहाय्याने विस्तार सूत्रे शिकवता येतील.

उदा. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



विस्तार सूत्र

अशा प्रकारे जाळी आणि गोळ्याच्या साहाय्याने संख्याज्ञान, आकृतिबंध भौमितिक आकार, माहितीचे व्यवस्थापन, अपूर्णांक या क्षेत्रामधील विविध घटकांच्या संकल्पना स्पष्ट करण्यासाठी व सराव करून दृढीकरण करण्यासाठी मदत होईल. अपूर्णांकासारखा घटक प्रत्यक्ष दृश्य स्वरूपात अनुभवल्यामुळे संकल्पना स्पष्ट होतील.

५. मॅचिंग सेट्स (Matching sets) : यामध्ये विविध भौमितिक आकारांचे त्रिकोण, चौकोन, वर्तुळ, पंचकोन, षटकोन इत्यादी आकारांचे व रंगांचे कट–आऊट्स दिले आहेत. वजनाने ते हलके असून विद्यार्थ्यांना हाताळण्यास सोपे आहेत. या मॅचिंग सेट्सचा उपयोग विविध घटकांसाठी खालीलप्रमाणे करता येईल.

मॅचिंग सेट्स

५.१ अपूर्णांकाचा लहान मोठेपणा : मॅचिंग सेट्समधील वेगवेगळा आकार विद्यार्थ्यांना हाताळण्यास देता येतील. अपूर्णांक दर्शविणारे भाग एकमेकांवर ठेवून त्यांच्या आकाराची तुलना करण्याची संधी देता येईल.

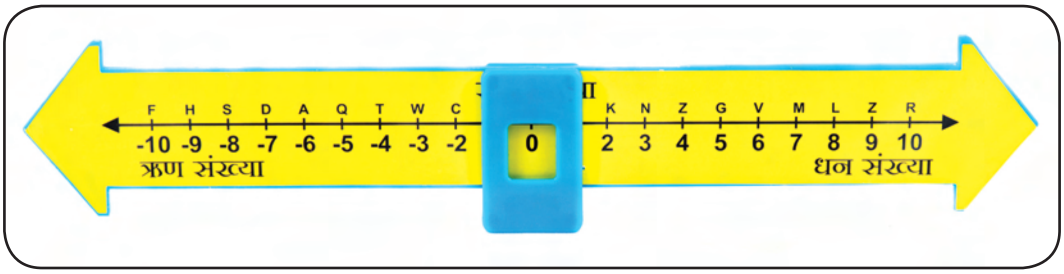
५.२ सममूल्य अपूर्णांक : एक पूर्ण, एका पूर्णचा अर्धा भाग, एक चतुर्थांश भाग, एक अष्टमांश भाग अशी मॅचिंग सेट्सची रचना करता येईल. त्यानंतर १/२, २/४, ३/६, ४/८ असे भाग दाखवून सममूल्य अपूर्णांक हा घटक स्पष्ट करता येईल.

सममूल्य अपूर्णांक

५.३ अपूर्णांकाची बेरीज व वजाबाकी : मॅचिंग सेट्समधील भाग एकमेकांना जोडून एक पूर्ण बनवावा व त्यातील अर्धा, पाव, पाऊण यांच्या साहाय्याने अपूर्णांकाची बेरीज-वजाबाकी ही संकल्पना स्पष्ट करता येईल.

या व्यतिरिक्त वर्तुळपाकळ्यांद्वारे आयताचे क्षेत्रफळ, भौमितिक आकारांचे कडा व कोपरे, आयत, चौरस, त्रिकोण यांची परिमिती व क्षेत्रफळ इत्यादी घटकांसाठी सुद्धा या मॅचिंग सेट्सचा उपयोग करता येईल.

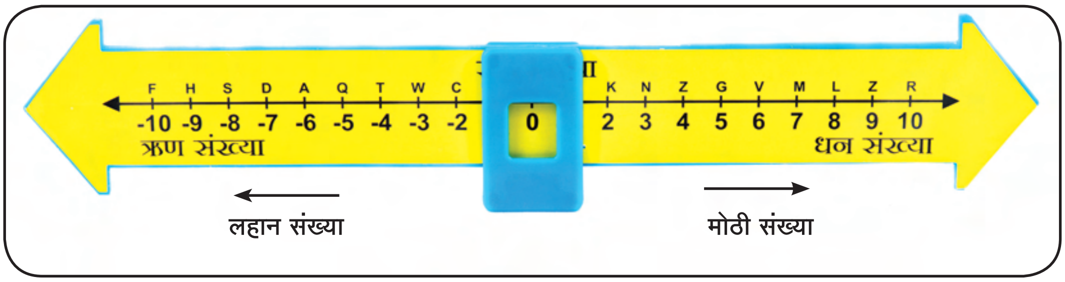
६. संख्यारेषा (Number line : Positive and Negative Numbers) : संख्यारेषा ही प्लॅस्टिकची पट्टी असून संख्यारेषेच्या मध्यभागी शून्य आहे. उजव्या बाजूला धन संख्या व डाव्या बाजूला ऋण संख्या लिहिलेल्या आहेत. संख्यारेषेवर एक सरक पट्टी आहे. सरक पट्टीद्वारे संख्यारेषेवरील संख्या निर्देशित करता येते.



संख्यारेषा

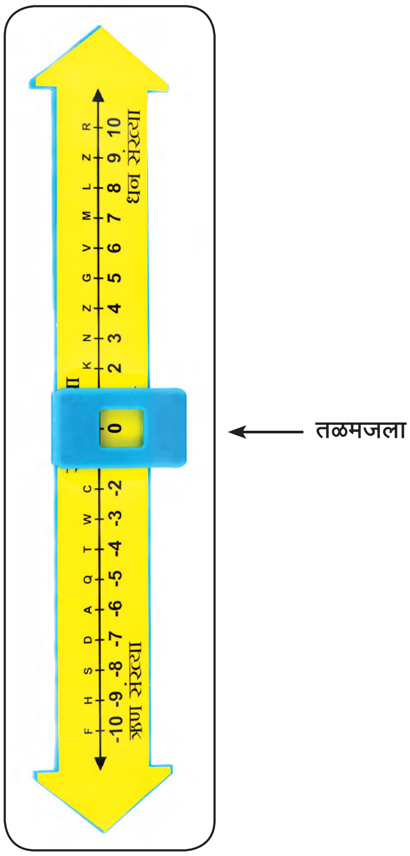
६.१ संख्याज्ञान : संख्यापट्टीवरील ० ते १०, लगतची संख्या, मागची व पुढची संख्या सरकपट्टीच्या साहाय्याने निर्देशित करण्यास सांगून संख्यांचा सराव घेता येईल.

६.२ संख्यांचा लहान मोठेपणा : संख्यारेषेवरील ० ते १० पैकी कोणताही एक अंक घेऊन त्यामध्ये १ मिळवला की लगतची उजव्या बाजूची संख्या मिळते जी संख्या आधीच्या अंकापेक्षा १ ने मोठी असते. यावरून संख्येचा लहान मोठेपणा शोधण्याचा सराव घेता येईल.



संख्येचा लहान मोठेपणा

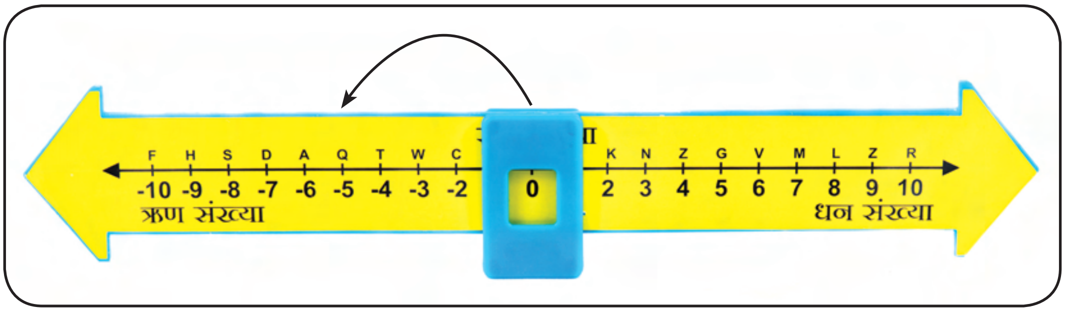
६.३ धन आणि ऋण संख्या ओळख : संख्यारेषा उभी धरून लिफ्टची संकल्पना वापरून धन आणि ऋण संख्येची संकल्पना स्पष्ट करता येईल.



संख्यारेषा

६.४ **पूर्णांक संख्या :** संख्यापट्टीवरील सरकपट्टी शून्यावर ठेवावी. सरकपट्टी उजव्या बाजूला सरकवण्यास सांगून सरकपट्टीवर दिसणारा अंक नोंदवण्यास सांगा. आता परत शून्यापासून सरकपट्टी डाव्या बाजूला सरकवण्यास सांगून सरकपट्टीवर दिसणारा अंक नोंदवण्यास सांगा. धन आणि ऋण संख्येतील फरक निरीक्षणातून शोधता येईल तसेच संख्यापट्टीवर पूर्णांक संख्या दाखविण्याचा सराव करता येईल.

६.५ **पूर्णांक संख्यांची बेरीज आणि वजाबाकी :** पूर्णांक संख्यांची बेरीज आणि वजाबाकी संख्यारेषेच्या साहाय्याने घेता येईल.
उदा. १ : $0 + (-5) = -5$ हे बेरजेचे उदाहरण सोडविण्यासाठी सुरुवातीला सरकपट्टी ० या संख्येवर ठेवली. नंतर ती ५ एकक डावीकडे सरकवली तर ती –५ या संख्येवर पोहोचेल.

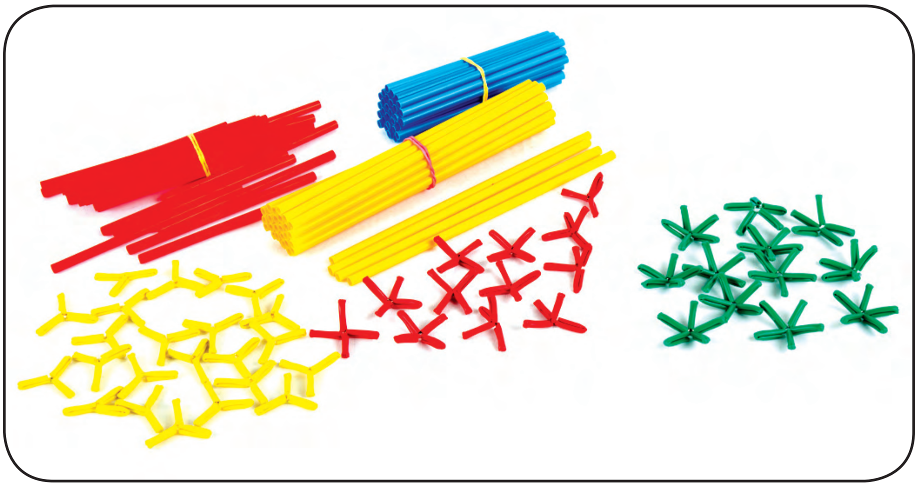


$(0) + (-5) = -5$

अशाच प्रकारे वजाबाकीही घेता येईल.

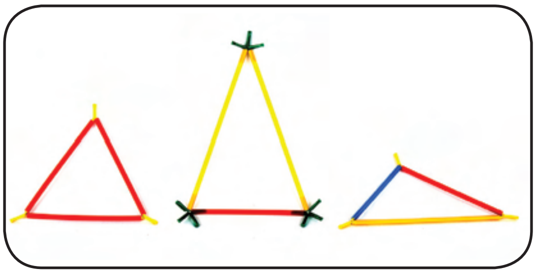
६.६ **पूर्णांक संख्येचा लहान मोठेपणा :** संख्यारेषेवरील कोणतीही संख्या घेऊन त्यामध्ये १ मिळवला की लगतची उजव्या बाजूची संख्या मिळते. जी संख्या आधीच्या अंकापेक्षा मोठी असते. यावरून पूर्णांक संख्येतील लहान मोठ्या संख्या शोधता येतील. याचबरोबर एक अंकी संख्यांची बेरीज, वजाबाकी, टप्प्याने संख्या मोजणे हेही अध्ययन अनुभव देता येतील.

७. **जोडो स्ट्रॉ (Joining of Straws) :** निरनिराळ्या मापाचे स्ट्रॉ, थ्री पिन जोडणी, फोर पिन जोडणी आणि फाईव्ह पिन जोडणी चा सेट जोडो स्ट्रॉमध्ये आहे. दिलेल्या जोडणीतील शेजारील पिनांमधील अंतर कमी जास्त करता येते. त्यामुळे स्ट्रॉद्वारे विविध प्रकारचे आकार तयार करणे सहज शक्य होते.

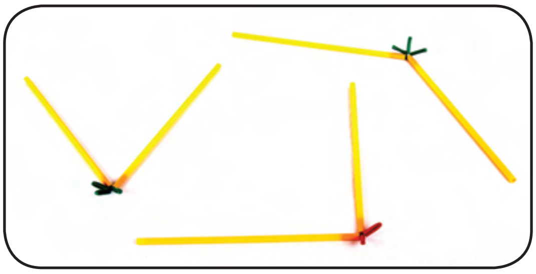


जोडो स्ट्रॉ व पिन जोडणी सेट

७.१. भूमिती : जोडो स्ट्रॉच्या साहाय्याने भूमितीमधील समांतर रेषा, लंब रेषा, त्रिकोण, त्रिकोणांचे प्रकार, चौकोन, चौकोनांचे प्रकार, कोन, कोनांचे प्रकार, छेदिका, छेदिकेमुळे होणारे कोन या संकल्पना समजावून देता येतील.

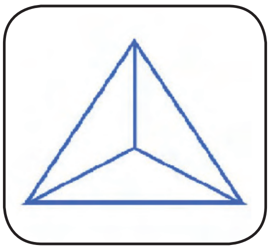


त्रिकोणांचे बाजूवरून पडणारे प्रकार

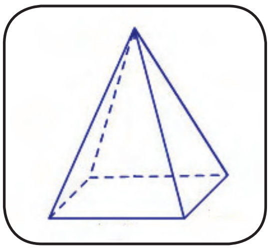


कोनांचे प्रकार

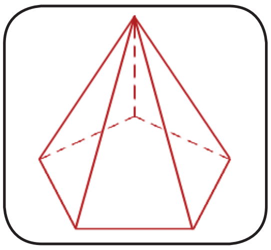
७.२. त्रिमितीय आकार : स्ट्रॉ व जोडणी यांच्या साहाय्याने घन, इष्टिकाचिती, त्रिकोणचिती, पंचकोनचिती, षटकोनचिती, त्रिकोणसूची, पंचकोनसूची, षटकोनसूची असे विविध त्रिमितीय आकार तयार करता येतील. शिरोबिंदू, कडा मोजण्याचा अनुभव देता येईल.



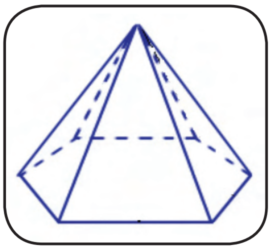
त्रिकोणसूची



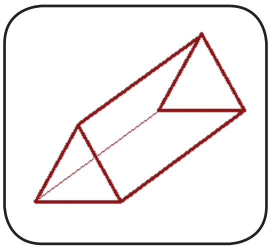
चौकोनसूची



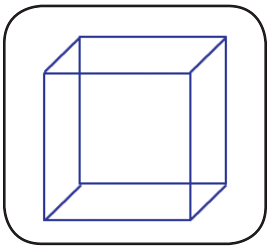
पंचकोनसूची



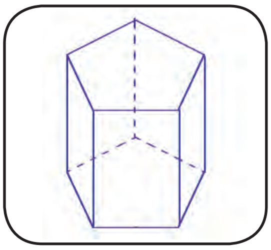
षटकोनसूची



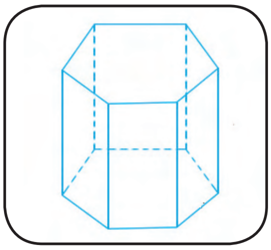
त्रिकोणचिती



घन



पंचकोनचिती



षटकोनचिती

वरील त्रिमितीय आकृत्या जोडो स्ट्रॉच्या साहाय्याने तयार करून $F + V = E + 2$ हे सूत्र कृतीद्वारे पडताळता येईल.

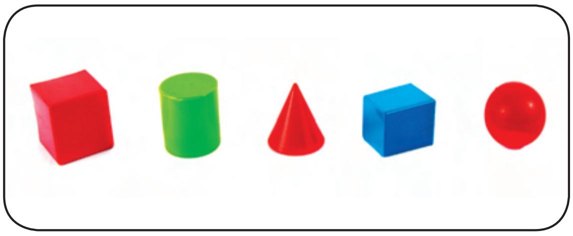
F = पृष्ठसंख्या

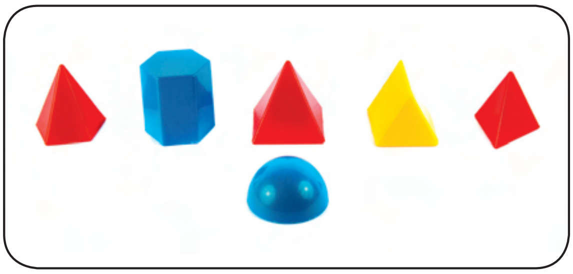
V = शिरोबिंदू

E = कडा

याचबरोबर स्ट्रॉच्या साहाय्याने बंदिस्त आकृत्या, खुल्या आकृत्या, सममितीय आकार, आकृतिबंध आणि विविध प्रकारच्या रचना तयार करता येतील.

८. **त्रिमितीय आकार (Three dimentionals shapes) :** त्रिमितीय आकारांच्या सेटमध्ये प्लॅस्टिकचे घन, दंडगोल, इष्टिकाचिती, त्रिकोणचिती, षटकोनचिती, चौकोनसूची, त्रिकोणसूची, पंचकोनसूची, गोल, अर्धगोल, शंकू दिलेले आहेत. हे त्रिमितीय आकार आकर्षक रंगात दिलेले असून विद्यार्थी सहज आकाराचे निरीक्षण करू शकतील इतके मोठे आहेत.





त्रिमितीय आकार

८.१ **आकारभेद ओळखणे :** घन–इष्टिकाचिती, त्रिकोणचिती–त्रिकोणसूची, अर्धगोल–गोल, यांच्या आकाराचे विद्यार्थ्यांना निरीक्षण करण्यास सांगून आकारभेद ओळखण्यास सांगण्याचा अनुभव देता येईल.

८.२ घनइष्टिकाचिती, षटकोनचिती, चौकोनसूची, त्रिकोणसूची, पंचकोनसूची, त्रिकोणचिती यांच्या कडा, पृष्ठे व शिरोबिंदू मोजण्याचा अनुभव देता येईल. $F + V = E + 2$ हे सूत्र कृतीद्वारे पडताळता येईल.

F = पृष्ठसंख्या

V = शिरोबिंदू

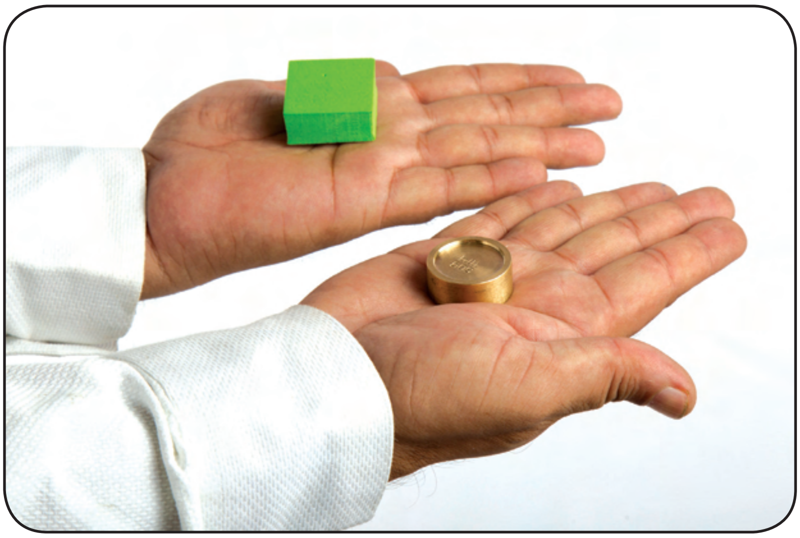
E = कडा

८.३ **घनफळ व क्षेत्रफळ :** इष्टिकाचिती व घनाच्या कडा मोजून पृष्ठफळ काढता येईल तसेच घनफळाच्या सूत्राचा वापर करून घनफळ काढण्याचा अनुभव देता येईल.

९. **संवेदनशील तराजू (Weighing Balance and Weights) :** संवेदनशील तराजूमध्ये दोन पितळेची पारडी व ग्रॅम आणि मिलीग्रॅमची मापे दिलेली आहेत. संवेदनशील तराजू हा तुलनेने कमी वजनाच्या वस्तूंचे वजन व मापे या घटकाविषयी अनुभव देण्यासाठी अधिक उपयुक्त आहे.

संवेदनशील तराजू

९.१ **वजनांचा अंदाज करणे :** विद्यार्थ्यांना ग्रॅम व मिलीग्रॅमची विविध वजने हाताळण्यास द्यावी. त्यांना एका हातात वजनाचे माप व दुसऱ्या हातात एखादी वस्तू द्यावी व दोघांची तुलना करण्यास सांगावे. असा सराव विविध वस्तूंसाठी द्यावा, जेणेकरून कोणती वस्तू जड आहे, वा हलकी आहे याचा अंदाज करणे ही क्षमता प्राप्त होईल. यानंतर त्या दोन वस्तू संवेदनशील तराजूच्या दोन पारड्यात ठेऊन वजनाचे माप जास्त आहे अथवा वस्तूचे याचा पडताळा घेता येईल.



वस्तूंची तुलना

९.२ वस्तूंचे वजन ठरविणे : या संवेदनशील तराजूसोबत दिलेल्या वजनांच्या साहाय्याने एखाद्या वस्तूचे वजन ग्रॅम व मिलीग्रॅममध्ये किती आहे हे ठरविता येईल. उदा. दिलेल्या वस्तूचे (ठोकळ्यांचे) वजन किती आहे?

१४ ठोकळ्यांचे वजन = १० ग्रॅम

९.३ वजनाएवढ्या वस्तू देणे : तसेच दिलेल्या वजनाएवढी वस्तू मोजणे व त्याची (Quantity) परिमाप ठरविणे. ही कृती देखील या तराजूच्या साहाय्याने करून घेता येईल. उदा. ३५० ग्रॅम वजनाएवढी वाळू मोजून देणे. तसेच १०० ग्रॅम वजनात किती गोट्या बसतात याप्रमाणे अंदाज दर्शवता येतील.

९.४ भिन्न वस्तूंची तुलना : संवेदनशील तराजूच्या मदतीने दोन भिन्न वजनाच्या वस्तूंची तुलना प्रमाणित मापांचा उपयोग न करता देखील करण्याचा अनुभव देता येईल.

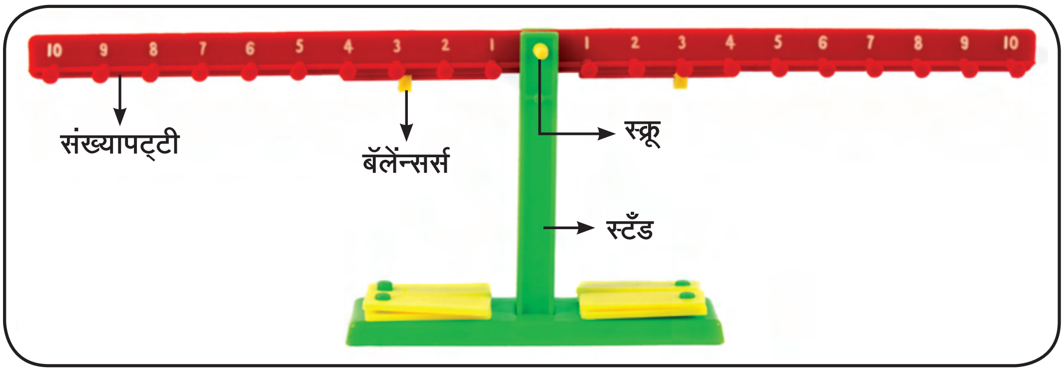
भिन्न वस्तूंची तुलना (जड–हलकी ठरविणे.)

९.५ संख्यांची तुलना : या सोबत या संवेदनशील तराजूचा उपयोग संख्यांच्या तुलनेसाठीदेखील खालील कृतीद्वारे करून घेता येईल. समान आकाराच्या व समान वजनाच्या ५ वस्तू एका पारड्यात टाका. दुसऱ्या पारड्यात त्याच प्रकारच्या ३ वस्तू टाका. पारड्यांचे निरीक्षण करा. कोणते पारडे खाली अथवा वर आहे व का याविषयी मुलांना प्रश्न पडू द्या. अशा प्रकारे विद्यार्थ्यांसमोर प्रश्न उपस्थित करून त्यांना उत्तरे शोधायला मदत करता येईल.

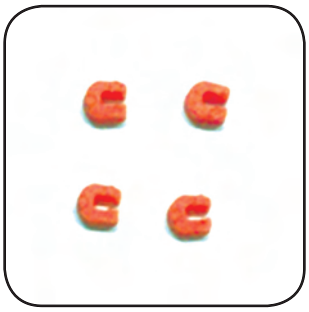
संवेदनशील तराजूच्या मदतीने संख्येतील लहान-मोठेपणा ठरवणे.

या व्यतिरिक्त संवेदनशील तराजू व वजने आणि मापे यांच्या साहाय्याने वस्तुमानाच्या एककाचे रूपांतरण हा घटक देखील विद्यार्थ्यांना सांगता येईल. जसे १ ग्रॅम = १०० मिलीग्रॅम हे विद्यार्थ्यांना प्रत्यक्ष कृती करून पडताळून पाहता येईल. या साहित्याचा उपयोग उपरोक्त कृती करण्यासाठी केल्यामुळे विद्यार्थ्यांमध्ये निरीक्षण, अंदाजीकरण करणे, तर्क करणे, तुलना करणे इत्यादी क्षमता विकसित होण्यास मदत होईल. या कृतींशिवाय इतर कृतींसाठी शिक्षक/विद्यार्थी या साहित्याचा उपयोग करू शकतील

१०. संख्यातुला (Number Balance) : संख्यातुला ही प्लॅस्टिकची एक आयताकृती पट्टी असून ती एका स्टँडवर स्थिरपणे तराजूसारखी अडकवता येईल. यासाठी पट्टीबरोबर स्क्रू दिलेला आहे. तसेच संतुलित राहण्यासाठी चार बॅलेंसर्स दिलेले आहेत. या आयताकृती पट्टीच्या दोन्ही बाजूस १ ते १० अशा समान अंतरावर खुणा केलेल्या असून प्रत्येक खुणेवर प्लॅस्टिकच्या समान मापाच्या, समान वजनाच्या पट्ट्या अडकवता येतील अशा हुकची रचना केलेली आहे. ज्या हुकवर पट्टी अडकवली असेल तेवढी त्या बाजूची किंमत असेल. (उदा. आयताकृती पट्टीच्या उजव्या बाजूस दोन या खुणेशी संबंधित हुकवर एक प्लॅस्टिकची पट्टी अडकवल्यास उजव्या बाजूची किंमत २ असे म्हणता येईल.)



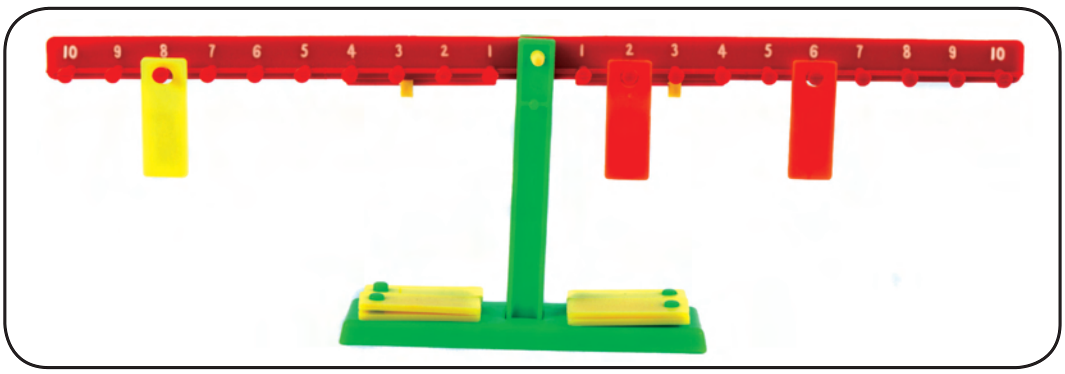
संख्यातुला



बॅलेंन्सर्स

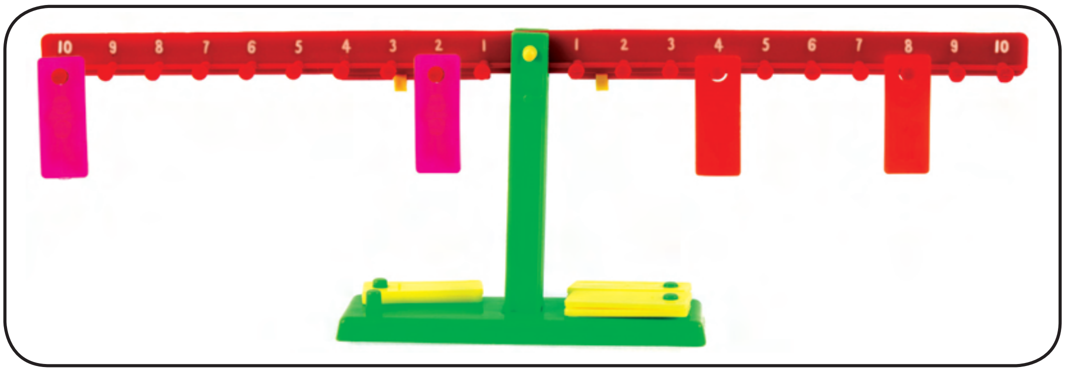
स्क्रू

१०.१ संख्यांची बेरीज : संख्यातुला आणि पट्ट्या यांचा उपयोग करून विद्यार्थ्यांना एक अंकी संख्येची, दोन अंकी संख्येची बिनहातच्याची बेरीज ही संकल्पना स्पष्ट करून देता येईल. जसे संख्यातुलेच्या उजव्या बाजूला २ या संख्येच्या खुणेवर एक पट्टी अडकवली व त्याच बाजूस ६ या संख्येच्या खुणेवर एक पट्टी अडकवली याचा अर्थ उजवी बाजू २ + ६ अशी झाली. विद्यार्थ्यांना डाव्या बाजूस एक पट्टी अशा संख्येवर अडकवण्यास सांगावी जेणेकरून संख्यातुला संतुलित राहील. जेव्हा विद्यार्थी डाव्या बाजूस ८ या संख्येच्या खुणेवर अडकवतील तेव्हा संख्यातुला संतुलित होईल. अशा २ + ६ = ८ ही बेरजेची संकल्पना विद्यार्थ्यांना स्पष्ट होण्यास मदत होईल.



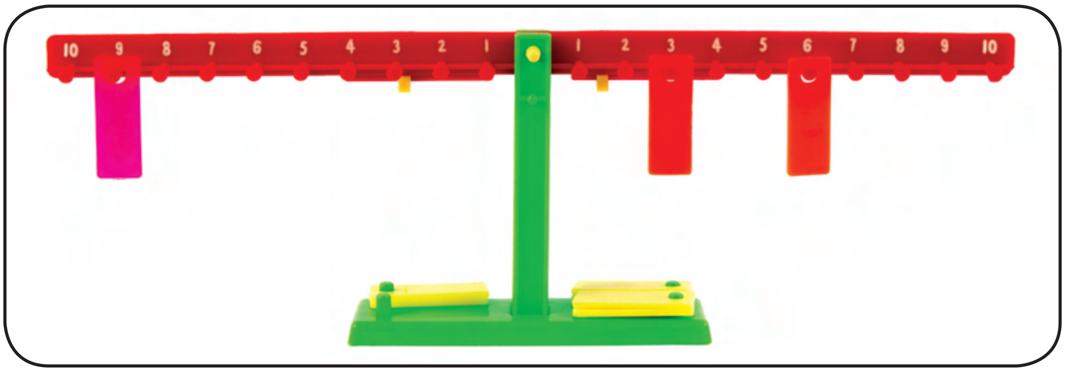
८ = २ + ६

याचप्रकारे हातच्याच्या बेरजेचा उदाहरणांचा सराव घेता येईल.



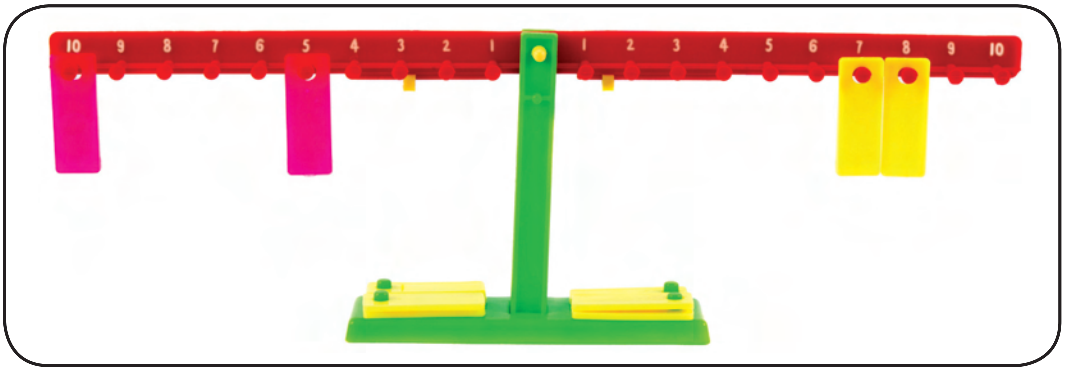
१२ = ४ + ८

१०.२ संख्यांची वजाबाकी : संख्यातुला आणि पट्ट्या यांचा उपयोग करून डाव्या किंवा उजव्या बाजूस वेगवेगळ्या ठिकाणी प्लॅस्टिकच्या पट्ट्या अडकवून उदाहरणे तयार करण्यास सांगता येतील. प्रत्येकवेळी संख्यातुलेच्या दोन्ही बाजूंची किंमत समान येईल तोपर्यंत विद्यार्थ्यांनी कृती करणे अपेक्षित आहे. विद्यार्थ्यांना एक अंकी संख्येची, दोन अंकी संख्येची बिनहातच्याच्या वजाबाकीच्या उदाहरणांचा सराव देता येईल.



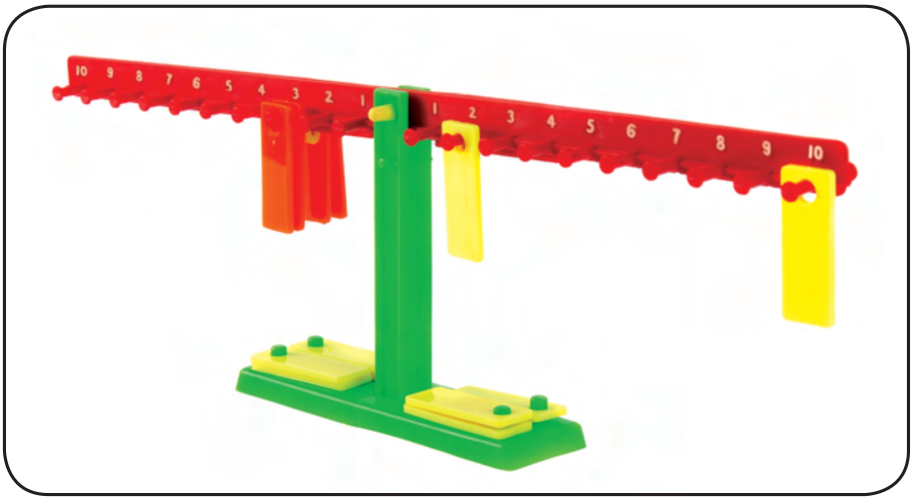
९ – ३ = ६

याचप्रकारे हातच्याच्या वजाबाकीच्या उदाहरणांचा सराव घेता येईल.



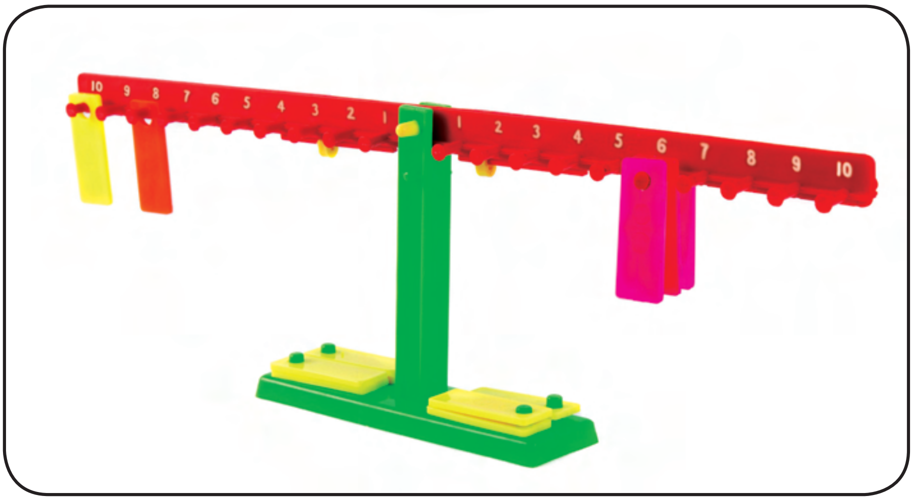
१५ – ८ = ७

१०.३ दोन संख्यांचा गुणाकार : संख्यातुलेच्या साहाय्याने दोन संख्यांचा गुणाकर ही संकल्पना देखील विद्यार्थ्यांना स्पष्ट करून सांगता येईल. जसे ४ × ३. संख्यातुलेच्या डाव्या बाजूस ३ या संख्येच्या खुणेवर प्लॅस्टिकच्या ४ पट्ट्या अडकवून किंवा ४ या संख्येच्या खुणेवर प्लॅस्टिकच्या ३ पट्ट्या अडकवून गुणाकाराच्या उदाहरणाची मांडणी करून ज्या वेळेस विद्यार्थी उजव्या बाजूस १२ मूल्य येईल अशा ठिकाणी प्लॅस्टिकच्या पट्ट्या अडकवतील त्या वेळेस संख्यातुला संतुलित होईल. अशा प्रकारे गुणाकाराच्या उदाहरणांचा सराव घेता येईल. तेव्हा गुणाकार हा संबोध स्पष्ट होण्यास मदत होईल.



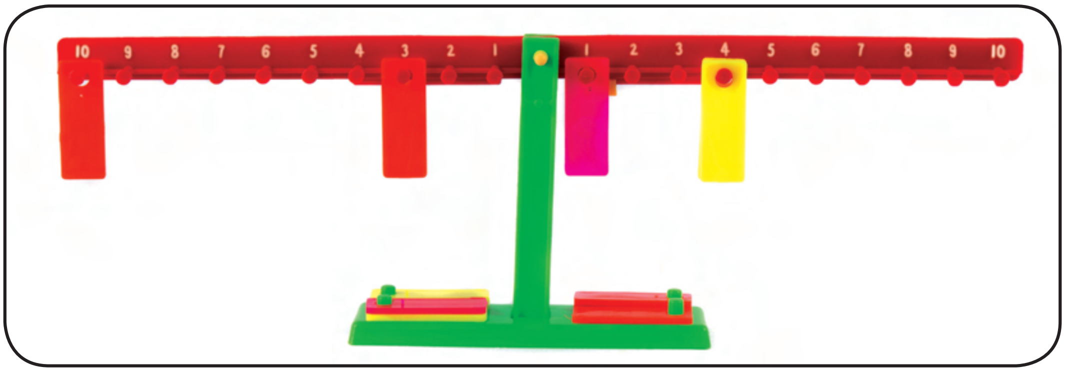
३ × ४ = १२

१०.४ दोन संख्यांचा भागाकार : संख्यातुलेच्या साहाय्याने दोन संख्यांचा भागाकार ही संकल्पना देखील विद्यार्थ्यांना स्पष्ट करून सांगता येईल. जसे १८ ÷ ६. संख्यातुलेच्या डाव्या बाजूस ८ आणि १० या संख्यांच्या खुणेवर प्लॅस्टिकच्या १–१ पट्ट्या अडकवून डावी बाजू १८ इतक्या मूल्याची करून संख्यातुला संतुलित होण्यासाठी उजव्या बाजूस ६ या संख्येच्या खुणेवर किती पट्ट्या अडकवता येतील हे विद्यार्थ्यांना शोधण्यास सांगावे. जेव्हा विद्यार्थी ६ या संख्येच्या खुणेवर प्लॅस्टिकच्या ३ पट्ट्या अडकवतील तेव्हा संख्यातुला संतुलित होईल व अशा प्रकारे विद्यार्थ्यांना भागाकाराच्या उदाहरणांचा सराव करून देता येईल.



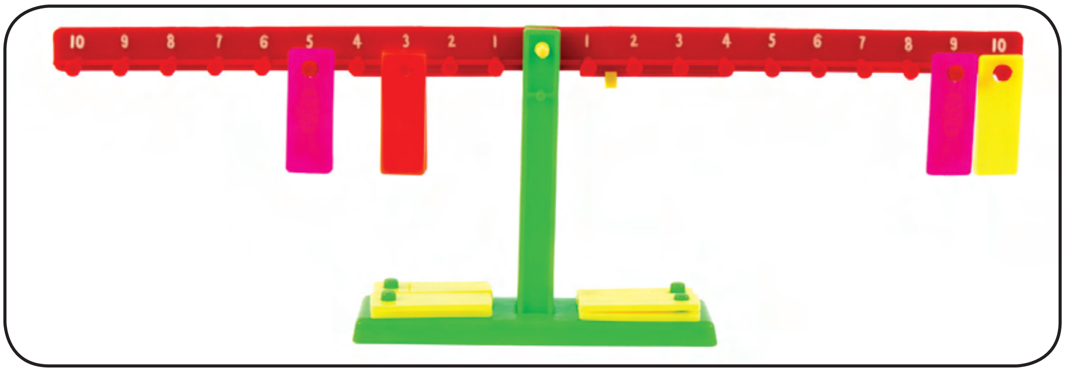
१८ ÷ ६ = ३

याचबरोबर शून्येतर बाकी राहणाऱ्या भागाकाराच्या उदाहरणांसाठी देखील संख्यातुलेचा उपयोग करता येईल.



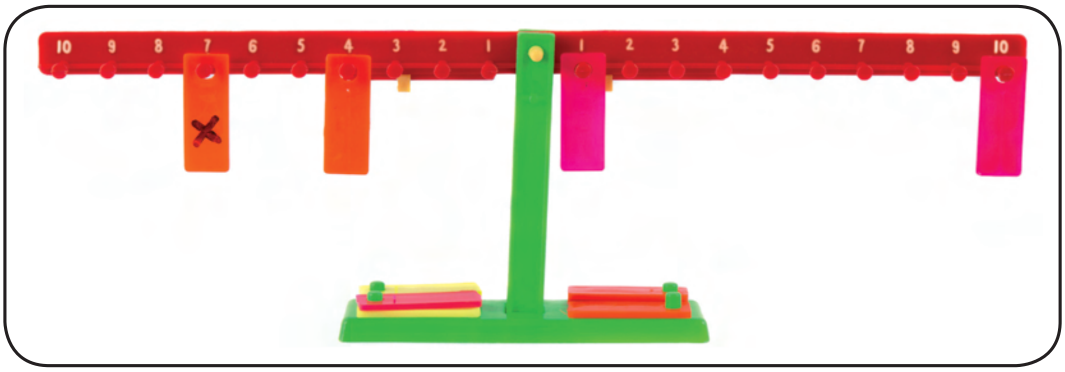
१३ ÷ ४ = ३ व बाकी १

१०.५ कंसाचा उपयोग : उदाहरणे सोडवण्यासाठी कंसाचा उपयोग करणे हा घटक देखील संख्यातुलेच्या साहाय्याने विद्यार्थ्यांना स्पष्ट करून सांगता येईल.



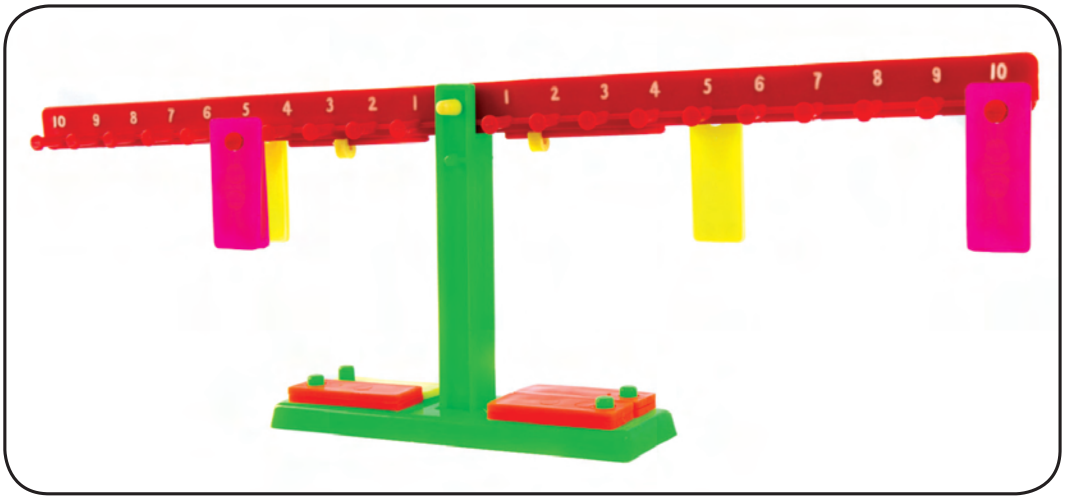
(५ × २) + (३ × ३) = १९

१०.६ बीजगणित-समीकरण : माहीत नसलेल्या गोष्टींसाठी अंकाऐवजी अक्षराचा वापर करणे तसेच नित्य समानतेवर आधारित उदाहरणे संख्यातुलेचा उपयोग करून देता येतील.



x + ४ = ११

१०.७ विस्तार सूत्रे : समीकरणांची उकल, विस्तारसूत्रे तसेच एकपदी, द्विपदी यांच्यावरील क्रिया हे घटक देखील संख्यातुलेच्या साहाय्याने स्पष्ट करून देता येतील. **उदा.** $a\ (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$



५ (२ + १) = (५ × २) + (५ × १)

या व्यतिरिक्त समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंवर समान क्रिया केल्यास मिळणारे समीकरण संतुलित राहते या गुणधर्माचा पडताळा देखील संख्यातुलेच्या साहाय्याने घेता येईल.

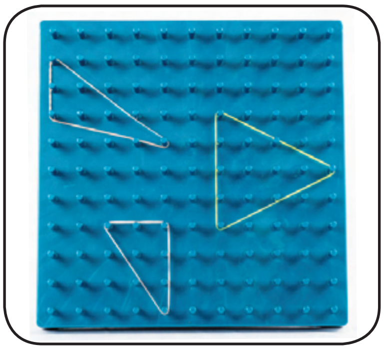
उदा. १. x + ३ = ७

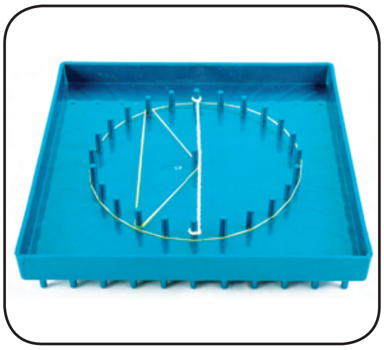
x + ३ − ३ = ७ − ३

x + ० = ४

x = ४

११. जिओ बोर्ड (Geo Board) : यामध्ये प्लॅस्टिकचा एक चौरसाकृती बोर्ड असून यावर एका बाजूस समान अंतरावर उभ्या आणि आडव्या ओळींमध्ये खिळ्यांसारखी (हुक) रचना केली आहे आणि दुसऱ्या बाजुस वर्तुळाकृती खिळ्यांसारखी (हुक) रचना केली आहे. रबरबँडचा किंवा लोकरीचा वापर करून या खिळ्यांवर विविध भौमितिक आकारांची रचना करता येते. हे साहित्य विद्यार्थ्यांना सहज हाताळण्यास योग्य आहे.



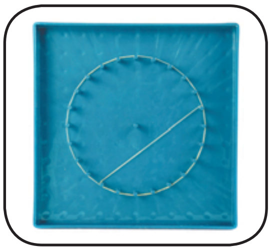


जिओ बोर्ड

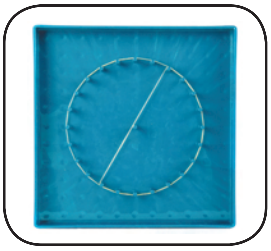
११.१ वर्तुळ आणि वर्तुळाचे घटक : जिओ बोर्डवर असणाऱ्या हुकमध्ये वर्तुळाकृती रबरबँडच्या किंवा लोकरीचा दोऱ्याची रचना करून वर्तुळाचे विविध भाग जसे – त्रिज्या, व्यास, जीवा, वर्तुळकंस, वर्तुळपाकळी इत्यादी वर्तुळासंबंधित संकल्पना स्पष्ट करून सांगता येतील.

वर्तुळाचे घटक

त्रिज्या

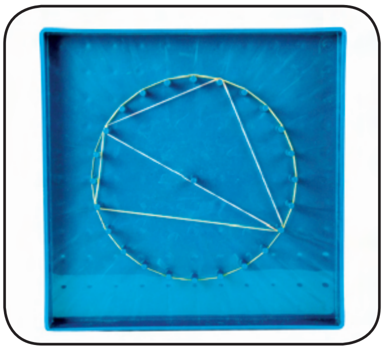


जीवा

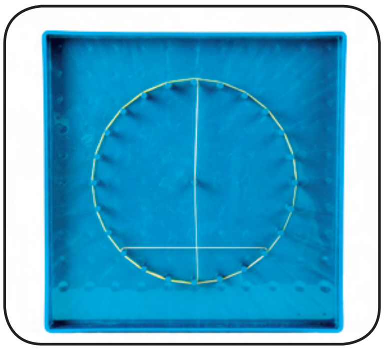


व्यास

११.२ वर्तुळाचे गुणधर्म : तसेच वर्तुळाचे गुणधर्म, चक्रिय चौकोनाचे गुणधर्म, वर्तुळपाकळी, वर्तुळकंसाचे गुणधर्म देखील या जिओ बोर्डच्या साहाय्याने स्पष्ट करून सांगता येतील.

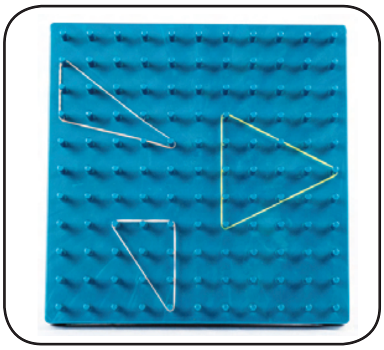


चक्रिय चौकोनाचे गुणधर्म

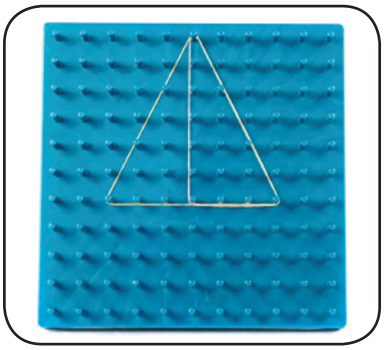


वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

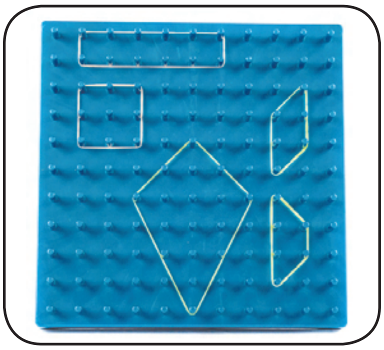
११.३ त्रिकोण व चौकोनांचे प्रकार : जिओ बोर्डच्या साहाय्याने चौकोन व चौकोनाचे प्रकार, त्रिकोण व त्रिकोणाचे प्रकार स्पष्ट करून सांगता येतील.



त्रिकोणाचे प्रकार

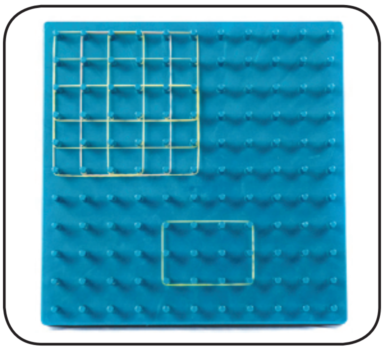


त्रिकोणाचे घटक



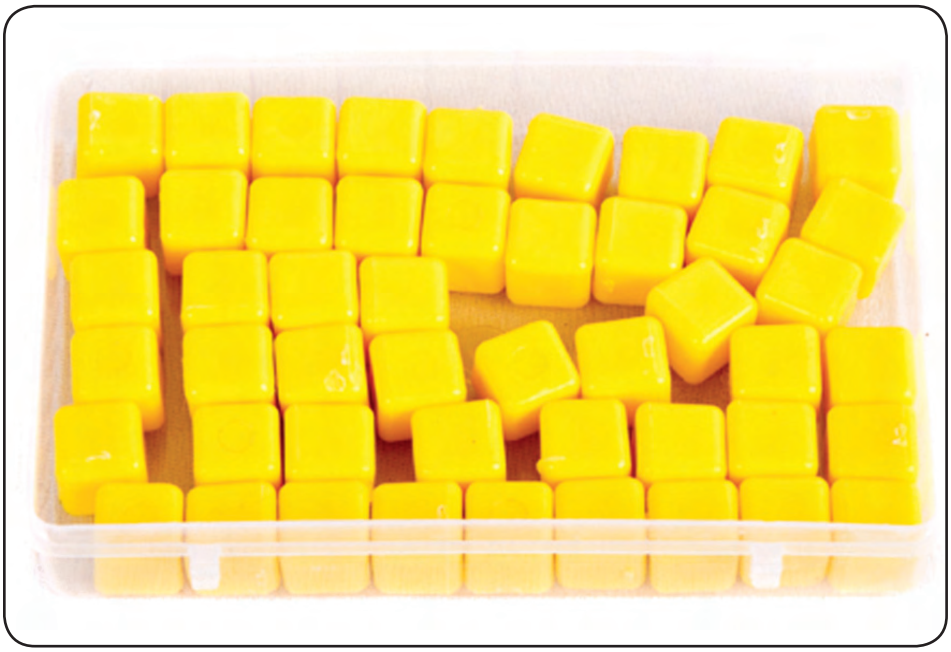
चौकोनाचे प्रकार

११.४ क्षेत्रफळ व परिमिती : जिओ बोर्डच्या साहाय्याने विविध भौमितीक आकारांचे क्षेत्रफळ, परिमिती तसेच त्रिकोण, त्रिकोणाचे घटक, गुणधर्म इत्यादी घटक देखील स्पष्ट करून सांगता येतील.



क्षेत्रफळ आणि परिमिती

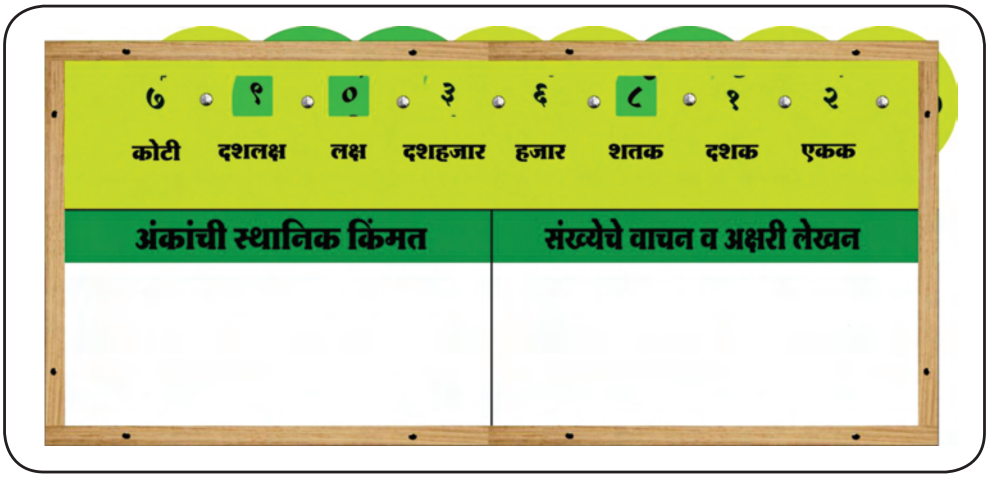
१२. ठोकळे (Square Blocks) : यांची रचना घनाकृती ठोकळ्यासारखी असून त्यांचा उपयोग या माहिती पुस्तिकेत अनुक्रमांक १ मध्ये दर्शविलेल्या घनाकृती ठोकळ्याप्रमाणे करता येईल. पेटीमध्ये ५० ठोकळे दिलेले आहेत.



५० ठोकळे

१३. अंकाचे खाचे असलेले कट-आऊट्स (Number Writing) : यामध्ये प्लायवूडचा एक बोर्ड असून त्याच्या वरच्या बाजूस प्लॅस्टिकच्या ८ गोलाकार फिरणाऱ्या चकत्या आहेत. प्रत्येक चकतीवर ० ते ९ अंक असून ती चकती फिरवून हवा तो अंक निवडता येतो. प्लायवूडच्या बोर्डवर आठ चकत्यांसाठी आठ खाचा असून या खाचांमधून प्लॅस्टिकच्या चकत्यांवरील अंक दिसतील अशी रचना केली आहे. या आठ खाचांना अनुक्रमे उजवीकडून डावीकडे एकक, दशक,....., कोटी अशी स्थाननिहाय नावे दिलेली असून विद्यार्थ्यांना कोटीपर्यंतच्या संख्येचे स्थान, स्थानिक किंमत तसेच संख्यांचे

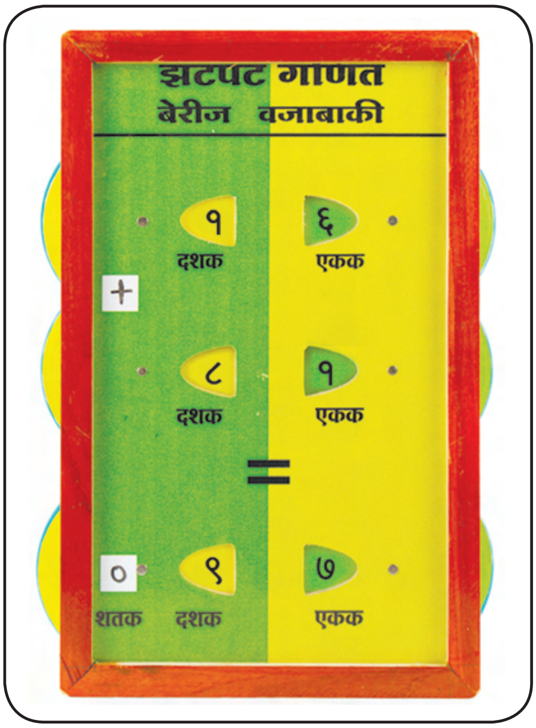
वाचन, संख्याचे अंकात व अक्षरात लेखन इत्यादी गोष्टी लिहिण्यासाठी बोर्डवर जागा सोडलेली आहे. अशा प्रकारे हे कट–आऊट्स संख्याज्ञान या घटकासाठी अत्यंत उपयुक्त आहेत.



१४. झटपट गणित – दोन अंकी संख्यांची बेरीज व वजाबाकी (Instant Math - Addition and Subtraction of Two Digit Number) : यामध्ये प्लायवूडचा एक बोर्ड असून त्याच्यावर ६ खाचा आहेत. या खाचांच्या मागे ० ते ९ अंक लिहिलेल्या ६ चकत्या आहेत. या चकत्यांच्या साहाय्याने पाहिजे त्या १ अथवा २ अंकी संख्या निवडता येतात व त्या संख्यांची बेरीज आणि वजाबाकीची मांडणी करून उदाहरणे सोडवता येतात.

१) दोन अंकी संख्येची बिनहातच्याची बेरीज

उदा. १६ + ८१ = ?



२) दोन अंकी संख्येची हातच्याची बेरीज

उदा. ८४ + ५७ = ?

३) दोन अंकी संख्येची बिनहातच्याची वजाबाकी

उदा. ७६ – ३२ = ?

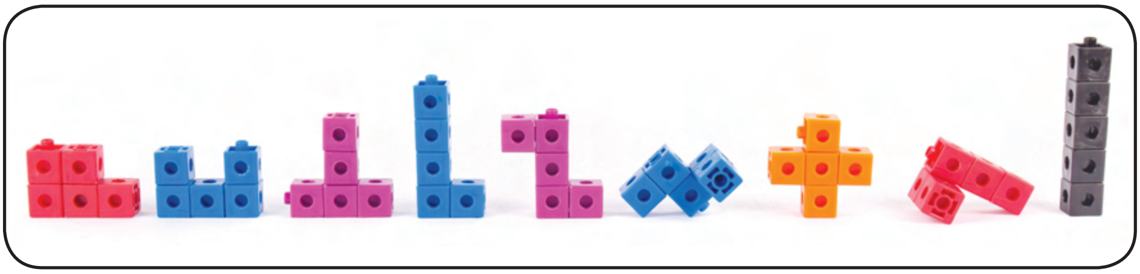
४) दोन अंकी संख्येची हातच्याची वजाबाकी

उदा. ३२ – २५ = ?

१५. ठोकळे जोडणी (Joining of Blocks) : यामध्ये ६ आकर्षक रंगाचे प्लॅस्टिकचे घनाकृती ठोकळे आहेत. ते एकमेकांना जोडता येतात. हे ठोकळे वजनाने हलके असून विद्यार्थ्यांना सहजपणे हाताळता येतील असे आहेत. या ठोकळ्यांच्या साहाय्याने विद्यार्थ्यांच्या अवधानाचे केंद्रिकरण करता येते. या ठोकळ्याच्या साहाय्याने खालीलप्रमाणे विविध क्रिया करता येतील.

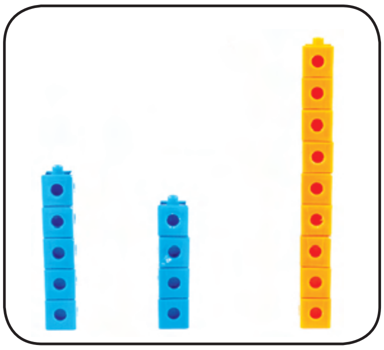
ठोकळे जोडणी

१५.१ संख्यांचे आकार : या ठोकळ्यांची विविध प्रकारे जोडणी करून एखादी संख्या विविध स्वरूपात दाखवता येते. **उदा. ५**

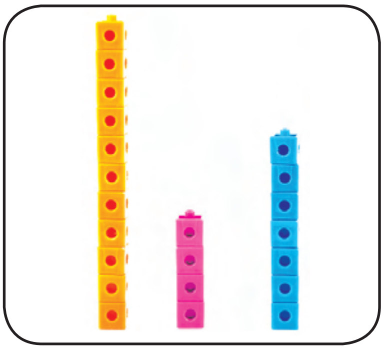


५ संख्या दर्शविणारी विविध प्रकारची मांडणी

१५.२ बेरीज आणि वजाबाकी : ठोकळ्यांची जोडणी करून अथवा जोडलेल्या ठोकळ्यांमधून काही ठोकळे काढून बेरीज आणि वजाबाकी या क्रिया विद्यार्थ्यांना सहजपणे स्पष्ट करून देता येतील. तसेच अंकांच्या कथाही सांगता येतील. **उदा.** ९ ची कथा ८ + १ = ९, ७ + २ = ९, ५ + ४ = ९ इ.



५ + ४ = ९

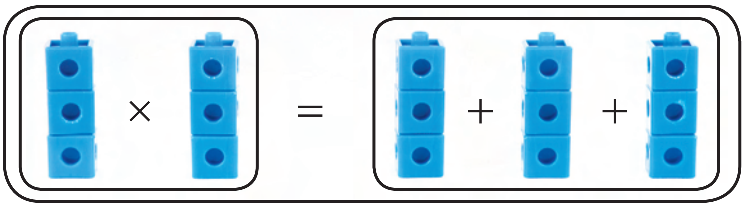


११ – ४ = ७

१५.३ दशकाची संकल्पना : १० सुटे ठोकळे एकमेकांना जोडून १ दशक तयार करणे, तसेच एका दशकाचे १० सुटे ठोकळे करणे या क्रिया देखील विद्यार्थ्यांकडून करून घेता येतील. यातून दशक ही संकल्पना स्पष्ट करून देता येईल.

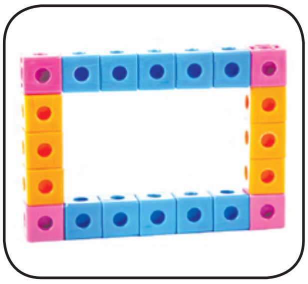
एक दशक = दहा एकक

१५.४ गुणाकाराची वस्तूरूपात मांडणी ठोकळ्यांच्या मदतीने करून घेता येईल तसेच बेरीज आणि गुणाकाराचा सहसंबंध देखील स्पष्ट करून देता येईल.



३ × ३ = ३ + ३ + ३

१५.५ ठोकळ्यांच्या साहाय्याने क्षेत्रफळ आणि परिमिती : ठोकळे एकमेकांना जोडून चौरसाकृती तसेच आयताकृती आकार तयार करून घेऊन चौरसाच्या तसेच आयताच्या लांबी व रुंदी किती ठोकळ्यांनी तयार झालेल्या आहेत याचे मापन करून परिमिती ही संकल्पना स्पष्ट करून देता येईल. तसेच उभ्या आणि आडव्या ओळीत ठोकळे सलगपणे जोडून विविध भौमितिक आकाराचे क्षेत्रफळ देखील काढता येईल. तसेच समान लांबी व रुंदी असणाऱ्या भौमितिक आकाराच्या परिमिती व क्षेत्रफळातील संबंध स्पष्ट करून सांगता येईल.



आयताची परिमिती

लांबी = ७ एकक

रुंदी = ५ एकक

परिमिती = २४ एकक

चौरसाचे क्षेत्रफळ

बाजू = ३ एकक

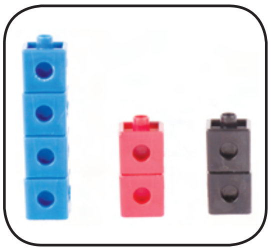
क्षेत्रफळ = ३ × ३

क्षेत्रफळ = ९ चौरस एकक

१५.६ अपूर्णांक व अपूर्णांकावरील क्रिया : ठोकळ्यांची जोडणी करून अपूर्णांक ही संकल्पना विद्यार्थ्यांना स्पष्ट करून देता येते. तसेच अपूर्णांकावरील क्रिया जसे समच्छेद व भिन्नच्छेद अपूर्णांकाची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार इत्यादी क्रियादेखील करता येतात.

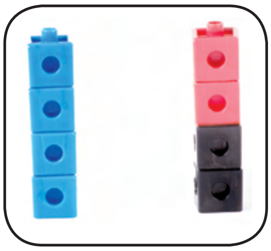
समच्छेद अपूर्णांकाची बेरीज :

उदा. $\frac{१}{२} + \frac{१}{२} = १$



१ $\left(\frac{४}{४}\right)$ पूर्ण $\frac{१}{२}$ अर्धा $\frac{१}{२}$ अर्धा

$\frac{१}{२} + \frac{१}{२}$



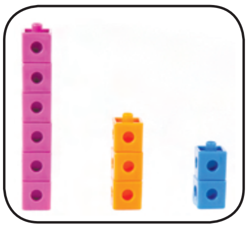
= १

विद्यार्थ्यांना वरील उदाहरण सोडवण्यापूर्वी एका पूर्णचे दोन समान भाग घेऊन त्यातील एका भागासारख्या भागास $\frac{१}{२}$ म्हणावे अशा दोन $\frac{१}{२}$ भागांची बेरीज केल्यास म्हणजेच एकमेकात मिळवल्यास ते एका पूर्ण एवढे येतात हा अनुभव देताना $\frac{१}{२}$ भाग दर्शविणारे ठोकळे दुसऱ्या $\frac{१}{२}$ ठोकळ्याशी जोडावेत व तयार झालेल्या भागाची तुलना मूळ एक बरोबर करण्यास सांगावी. सराव घेतल्यानंतर विद्यार्थ्यांना समच्छेद अपूर्णांकाची बेरीज ही संकल्पना समजण्यास मदत होईल.

भिन्नच्छेद अपूर्णांकाची बेरीज :

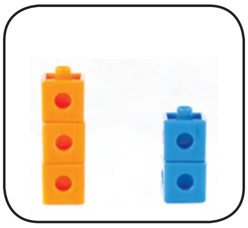
उदा. $\frac{१}{२} + \frac{१}{३} = \frac{५}{६}$

(a)



१ पूर्ण $\left(\frac{६}{६}\right)$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{३}$

(b)



$\frac{१}{२} + \frac{१}{३}$

(c)

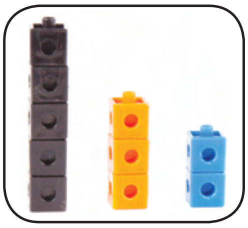
$१ = \frac{५}{६}$

हे उदाहरण सोडवण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना एक पूर्ण म्हणजे किती ठोकळे हे ठरवावे लागेल. यासाठी एका पूर्णसाठी ठोकळ्यांची संख्या अशी घ्यावी लागेल ज्याची समान २ आणि समान ३ भागांमध्ये विभागणी करता येईल. विद्यार्थी ठोकळ्यांची जोडणी करून कमीत कमी ६ ठोकळे घेतल्यास असे समान २ व ३ भाग करता येतील हे निश्चित करतील. आकृती (a) पहा हे भाग म्हणजेच एका पूर्णचा $\frac{१}{२}$ व $\frac{१}{३}$ भाग असतील. $\frac{१}{२}$ व $\frac{१}{३}$ भाग दर्शविणारे ठोकळे एकमेकांना जोडून तयार झालेल्या जोडणीची तुलना पूर्ण एक बरोबर करून त्याचे अपूर्णांकात लेखन करावे.

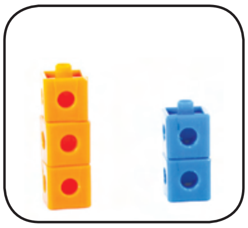
अशा प्रकारे $\frac{१}{२} + \frac{१}{३} = \frac{५}{६}$ हे भिन्नच्छेद अपूर्णांकाच्या बेरजेचे उदाहरण स्पष्ट करून सांगता येईल.

समच्छेद अपूर्णांकाची वजाबाकी :

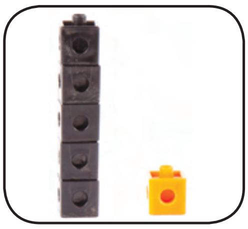
उदा. $\frac{३}{५} - \frac{२}{५} = \frac{१}{५}$



१ पूर्ण $\left(\frac{५}{५}\right)$ $\frac{३}{५}$ $\frac{२}{५}$



$\frac{३}{५} - \frac{२}{५}$

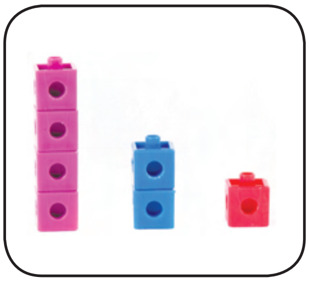


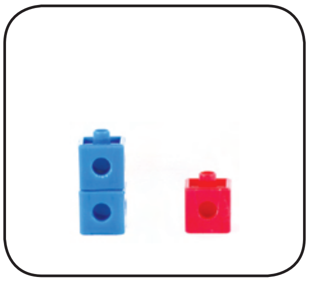
$१ = \frac{१}{५}$

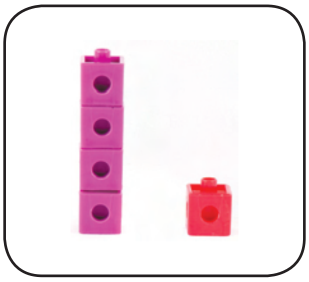
समच्छेद अपूर्णांकाच्या बेरजेच्या उदाहरणाप्रमाणेच या उदाहरणात देखील विद्यार्थ्यांना १ पूर्ण म्हणजे किती ठोकळे घ्यावेत हे निश्चित करून त्यानुसार $\frac{३}{५}$ व $\frac{२}{५}$ अपूर्णांकदर्शक ठोकळे ठरवावे लागतील. $\frac{३}{५}$ अपूर्णांकदर्शक ठोकळ्यांमधून $\frac{२}{५}$ अपूर्णांकदर्शक ठोकळे काढून टाकून उरलेल्या ठोकळ्यांची एक पूर्ण बरोबर तुलना करून अपूर्णांकात लेखन करावे.

भिन्नच्छेद अपूर्णांकाची वजाबाकी :

उदा. $\frac{१}{२} - \frac{१}{४} = \frac{१}{४}$







१ $\left(\frac{४}{४}\right)$ $\frac{१}{२} - \frac{१}{४}$
पूर्ण

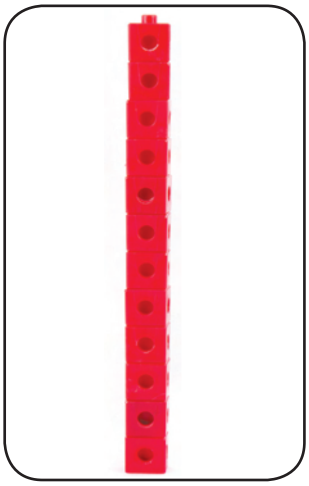
$\frac{१}{२} - \frac{१}{४}$

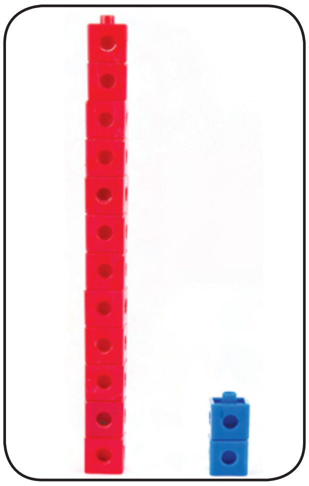
$= \frac{१}{४}$

हे उदाहरण सोडवताना एक पूर्णसाठी ठोकळ्यांची संख्या अशी घ्यावी की त्यांची ४ व २ या समान भागात विभागणी करता येईल. विद्यार्थ्यांनी कमीत कमी ४ ठोकळे घेतल्यास ४ व २ असे पूर्णचे समान भाग करता येतील. $\frac{१}{२}$ दर्शक ठोकळ्यांमधून $\frac{१}{४}$ ठोकळे काढून टाकावेत. उरलेल्या ठोकळ्यांची एक पूर्णशी तुलना करावी.

भिन्नच्छेद अपूर्णांकाचा गुणाकार :

उदा. $\frac{१}{३} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{६}$





१ $\left(\frac{१२}{१२}\right)$
एक पूर्ण

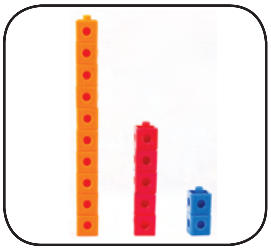
$\frac{१}{३}$ चा $\frac{१}{२}$ भाग

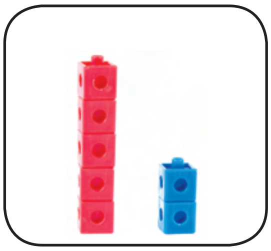
$= \frac{१}{६}$

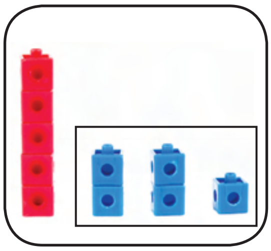
भिन्नच्छेद अपूर्णांकाचा गुणाकार करताना एक पूर्ण म्हणजे किती ठोकळे घ्यावे हे वर दिलेल्या उदाहरणाप्रमाणे निश्चित करावे व वरील उदाहरणातील $\frac{१}{३} \times \frac{१}{२}$ यात गुणाकाराचा अर्थ $\frac{१}{३}$ चा $\frac{१}{२}$ भाग असा घेऊन तो भाग एक पूर्णचा कितवा भाग येतो ते एक पूर्णशी तुलना करून ठरवावे. अशा प्रकारे भिन्नच्छेद अपूर्णांकाचा गुणाकार ही संकल्पना स्पष्ट करता येईल.

भिन्नच्छेद अपूर्णांकाचा भागाकार :

उदा. $\frac{१}{२} \div \frac{१}{५} = \frac{५}{२}$







$१ \left(\frac{१०}{१०}\right)$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{५}$
एक पूर्ण

$\frac{१}{२} \div \frac{१}{५}$

$\frac{५}{२} = २\frac{१}{२}$

भिन्नच्छेद अपूर्णांकाचा भागाकार करताना देखील प्रथम एक पूर्ण म्हणजे किती ठोकळे हे निश्चित केल्यानंतर दिलेल्या अपूर्णांकासाठी ठोकळ्यांची संख्या ठरवावी. वरील उदाहरणातील एका पूर्ण साठी कमीत दहा ठोकळे घ्यावे लागतील त्यामुळे १/२ या अपूर्णांकदर्शक ठोकळ्यांची संख्या ५ होईल. तसेच १/५ या अपूर्णांकदर्शक ठोकळ्यांची संख्या २ होईल. १/२ ÷ १/५ याचा अर्थ १/५ या भागाइतके किती भाग १/२ दर्शक भागात मावतात ती संख्या होय.

अशा प्रकारे अपूर्णांकाच्या भागाकाराची क्रिया समजून देता येईल. अपूर्णांकाची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार या क्रिया ठोकळ्याच्या साहाय्याने दाखविल्यामुळे या क्रियांसंबंधी का? आणि कसे? याचे उत्तर दृश्य स्वरूपात मिळते.

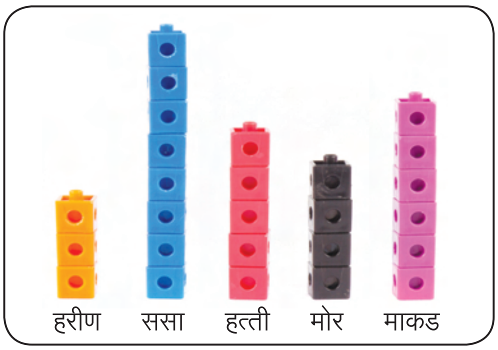
अपूर्णांकावरील क्रिया ठोकळ्याच्या साहाय्याने समजून घेताना विद्यार्थ्यांना १ पूर्ण म्हणजे किती भाग, अपूर्णांक म्हणजे एका पूर्णचे समान भाग हे स्पष्ट होते. तसेच त्यांच्यावरील क्रिया अपूर्णांकाची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार या संकल्पना स्पष्ट होण्यास मदत होते.

१५.७ स्तंभालेख : ठोकळ्यांच्या साहाय्याने दिलेल्या चित्ररूप/संख्यारूप माहितीवरून आलेख काढण्यासाठी ठोकळ्यांचे प्रमाण निश्चित करून आलेखासारखी रचना करता येईल व माहितीचे व्यवस्थापन करता येईल.

उदा. एका प्राणिसंग्रहालयातील प्राण्यांची संख्या जर खालीलप्रमाणे असेल तर त्यावरून ठोकळ्यांच्या मदतीने आलेखाची रचना करता येईल.

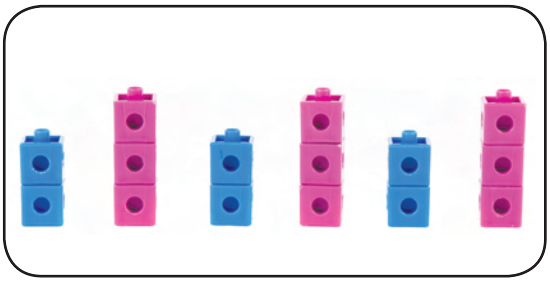
प्राणी	हरीण	ससा	हत्ती	मोर	माकड
संख्या	१५	४०	२५	२०	३०

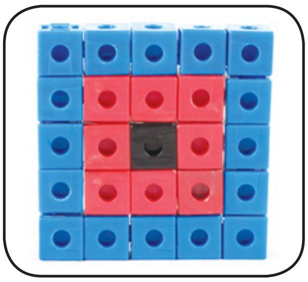
प्रमाण : १ ठोकळा = ५ प्राणी



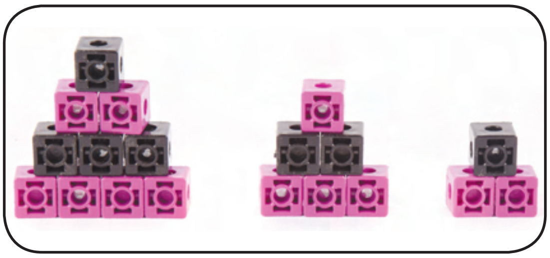
स्तंभालेख

१५.८ आकृतिबंध : ठोकळ्यांच्या साहाय्याने सूत्रबद्ध व आकर्षक मांडणी करून विविध प्रकारचे आकृतिबंध तयार करण्याची संधी देता येईल.

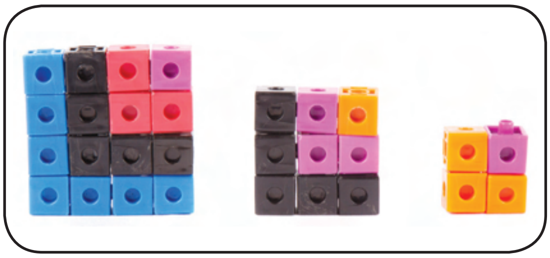




१५.९ त्रिकोणी व चौकोनी संख्या : याबरोबरच त्रिकोणी संख्या व चौकोनी संख्या या संकल्पना देखील खालीलप्रमाणे ठोकळ्यांच्या साहाय्याने स्पष्ट करून देता येतील.

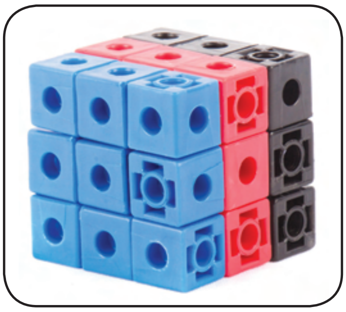


त्रिकोणी संख्या



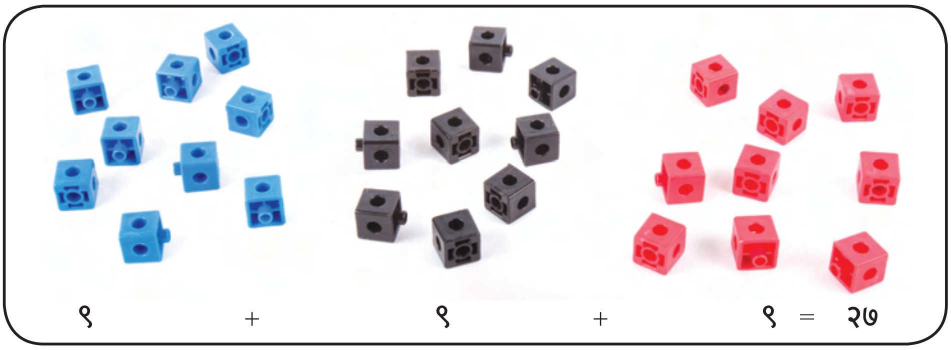
चौकोनी संख्या

१५.१० घनफळ : ठोकळ्यांच्या साहाय्याने घनफळ ही संकल्पना देखील स्पष्ट करून सांगता येईल.



३ × ३ × ३

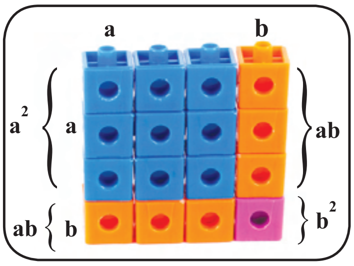
३ × ३ + **३ × ३** + **३ × ३**

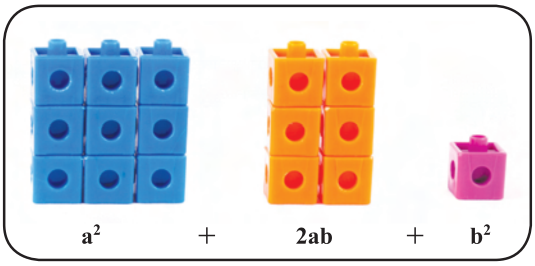


अशा प्रकारे ३ चा घन २७ येतो, हे विद्यार्थ्यांना स्पष्ट करून देता येईल. घनफळाप्रमाणेच क्षेत्रफळ व पृष्ठफळ देखील काढता येईल.

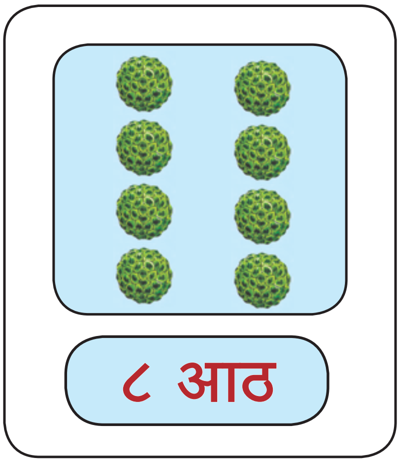
१५.११ विस्तारसूत्रे : या ठोकळ्यांच्या मदतीने वेगवेगळी विस्तारसूत्रे देखील स्पष्ट करून सांगता येतील.

उदा. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$





१६. संख्याकार्ड (1 to 100 Number Cards) : यामध्ये १ ते १०० संख्यांची कार्डे असून प्रत्येक कार्डवर एका बाजूस संख्यादर्शक चित्र रेखाटली आहेत. विद्यार्थ्यांना या संख्या दशक व एककच्या स्वरूपात स्पष्ट करून देण्यासाठी तसेच त्यांचे अंकात व अक्षरात लेखन समजण्यासाठी ही कार्डे उपयुक्त आहेत. प्रत्येक कार्डवर दशक व एकक स्वरूपातील चित्रांच्या खाली संख्यांचे अंकात व अक्षरात लेखन दिले असून त्या खाली संख्यांचे वाचन कसे करावे हे दिले आहे.



संख्याकार्डे

या संख्याकार्डांच्या मदतीने विविध खेळ घेऊन १ ते १०० अंकाचे दृढीकरण करता येईल.

१७. पेटी (Storage Box) : वरील अनुक्रमांक १ ते १६ चे सर्व साहित्य शाळांमधून सुरक्षितपणे व व्यवस्थितपणे राहील यासाठी एक कुलुपासह पेटी दिलेली आहे.

परिशिष्ट - १ : परिसरातील साहित्य

अ.क्र.	क्षेत्र	सहज उपलब्ध होणारे	टाकाऊपासून टिकाऊ स्वरूपाचे
१	भूमिती	१) बांगडी २) चेंडू ३) झाडांची पाने ४) दोरा ५) वायरचे तुकडे ६) सुतळी ७) रबर ८) मणी ९) भेंड (ज्वारीचे) १०) बटण ११) रांगोळी १२) माती १३) सर्व प्रकारच्या बिया १४) टरफले	१) कुकरची रिंग २) फरशीचे तुकडे ३) औषधाचा छोटा रिकामा बॉक्स ४) संपलेली रिफिल ५) नारळाची करवंटी ६) टायर रिम ७) बॉल बेअरिंग ८) टुथ पेस्ट बॉक्स ९) रिकामी काडीपेटी १०) सायकलचे स्पोक ११) छत्रीच्या तारा
२	क्षेत्रमापन	१) वनस्पतीच्या बिया २) शेंगा (करंजी) ३) बादली ४) कॅन ५) औषधाची बाटली ६) अप्रमाणित मापन–वाळू	१) बंद पडलेले घड्याळ २) जुनी रद्दी दिनदर्शिका ३) करवंटी ४) वेगवेगळ्या आकाराची रिफिल ५) विटा ६) खडी
३	संख्याज्ञान	१) रंगीत खडे २) बिया ३) बाटल्यांची टोपणे ४) झाकणे ५) काड्या ६) मणी ७) स्ट्रॉ ८) चमचे ९) फुले १०) पाने ११) मण्यांच्या माळा १२) एकक, दशक, शतक यांची प्रतिके	१) युज अँड थ्रो मधील पेन २) रिफिल ३) कप प्लेट ४) आईस्क्रिम डबे ५) दोरा गुंडी ६) रोल ७) कापडाचे जाड पुठ्ठे ८) जुन्या कॅलेंडरवरील अंक
४	संख्यांवरील क्रिया	१) पाने २) फळे ३) बीया ४) मणी ५) बटणे ६) गोट्या (प्रतिके)	१) स्ट्रॉ २) चमचे ३) आईस्क्रिम कांड्या ४) शीतपेयाच्या बाटलीची टोपणे
५	माहितीचे व्यवस्थापन	१) झाडांची वेगवेगळ्या आकाराची पाने २) फुले ३) रंगीत खडे	१) वर्तमानपत्रातील विविध विषयांची चित्रे
६	आकृतिबंध	१) काड्या २) बिया ३) मणी ४) दगड ५) पाने ६) चमचे ७) रंगीत काचा ८) रंगीत फरशीचे तुकडे	१) रिकामे बॉक्स २) आईस्क्रिम डबे ३) आईस्क्रिम कागदी बॉक्स व कांड्या

परिशिष्ट - २ : बाजारात सहज उपलब्ध होणारे साहित्य

अ.क्र.	संकल्पना	साहित्य	कोणत्या प्रकारात
१	संख्याज्ञान	१) मणी २) गोट्या ३) स्ट्रॉ ४) मणीमाळा ५) आईस्क्रिम कांड्या ६) काड्या ७) नाणी ८) नोटा ९) मणीतारा १०) संख्याकार्ड ११) दशक गठ्ठे / सुटे, शतक गठ्ठे / सुटे हजार गठ्ठे / सुटे, रबर	सर्वत्र उपलब्ध
२	संख्येवरील क्रिया (बेरीज/ वजाबाकी/ गुणाकार/ भागाकार)	१) मणी २) गोट्या ३) गठ्ठे ४) सुटी नाणी ५) नोटा	सर्वत्र उपलब्ध
३	अपूर्णांक	१) कार्डशीट २) स्केच पेन ३) माऊंट बोर्ड ४) कॉरोगेटेड पेपर ५) वेगवेगळ्या रंगाच्या पेन्सिल्स ६) अर्धा, पाव, पाऊण, पूर्ण यांच्या संकल्पना ७) घडीपट्टी ८) आलेख कागद	सहज उपलब्ध होणारे
४	भौमितिक आकार	१) बांगडी २) पुठ्ठे ३) माऊंट बोर्ड ४) दोरे ५) खिळे ६) पिन बोर्ड ७) कात्री ८) पिन ९) शंकू १०) घन ११) इष्टिकाचिती १२) भौमितिक आकार १३) कटआऊट्स १४) आलेख कागद १५) तार १६) जिओ बोर्ड	सहज उपलब्ध होणारे
५	मापन	१) पट्टी २) मीटरपट्टी (टेप) ३) कंपास बॉक्स ४) घड्याळ १२ ताशी व २४ ताशी ५) वजनकाटा ६) नाणी ७) नोटा ८) कॅलेंडर	सहज उपलब्ध होणारे
६	आकृतिबंध घडणी	१) चित्रे २) वेगवेगळ्या आकारांची खोकी ३) वस्तूंचे आकार ४) आकृती	सहज उपलब्ध होणारे
७	माहितीचे व्यवस्थापन	१) कार्डशीट २) मार्करपेन ३) विविध संग्रह ४) बिया ५) मणी	सहज उपलब्ध होणारे

परिशिष्ट - ३ : ई-निविदेनुसार साहित्य संचातील साहित्याचा तपशील

Specifications			
No.	**Mathematical Concept**	**Product**	**Specifications**
1	Cubes	Cubes	Material - Plastic, Size 10 mm × 10 mm × 10 mm, Minimum 100 Nos.
2	Fractions	Fractions of Circle	Material - Plastic, Full Circle - Dia 127 mm, Half Circle - Radius 63.5 mm, Quarter Circle-Radius 63.5 mm, Fractions cut-outs should be easily assemble and dissemble.
		Fractions of Square	Material - Plastic, Full Square - Size 127 mm × 127 mm, Half Square - Size 127 mm × 63.5 mm, Quarter Square - Size 63.5 mm × 63.5 mm, Fraction cutouts should be easily assemble and dissemble.
		Fractions of Triangle	Material - Plastic, Right Angle Triangle - Size 127 mm × 127 mm, Right Angle Triangle - Size 90 mm × 90 mm, Fractions cutouts should be easily assemble and dissemble.
3	Matching Sets	Geometrical Cutouts	Material - Crosslink Foam, 10 type of Geometrical Shapes. 1) Right Angle Triangle - Size 25 mm × 35 mm, 2) Trapezium - Size 50 mm × 22 mm, 3) Kite - Size 42 mm × 25 mm, 4) Square - Size 25 mm × 25 mm, 5) Rectangle - Size 40 mm × 25 mm, 6) Circle - Size Dia 25 mm, 7) Equilateral Triangle - Size 22 mm × 25 mm, 8) Rhombus - Size 48 mm × 12.5 mm, 9) Hexagon - Size 50 mm × 45 mm, 10) Pentagon-Size 40.5 mm × 38.5 mm, Min. Thickness 12 mm, Different 10 attractive colours, Geometrical shapes 30 Nos. Each shape i.e. total 300 nos. of Shape.
		Mathematics Mat	Material - Crosslink Foam, Size 350 mm × 350 mm, 1 Mat with different attractive 10 colours round plugs. (10 plugs of 10 colours i.e. 100 plugs), Minimum Thickness 19 mm.
		Matching Sets	Material - Crosslink Foam, Size 355 mm × 230 mm, Nos. of mat 6 with various geometrical shapes and colours, Minimum Thickness of mat 12 mm,

Specifications

No.	Mathematical Concept	Product	Specifications
4	Weighing Balance	Weighing Balance	Radius of weighing balance 30 mm minimum.
		Weights	1 gram, 2 grams, 5 grams, 10 grams, 20 grams, 50 grams, 100 grams, Made up of Brass material
5	Area	Square Blocks	Material - Plastic, Size 10 mm × 10 mm × 10 mm Square Blocks, Total Nos. of Blocks 50
6	Area and Cubes	Three - Dimensional Rectangular Blocks	Material - Plastic, Size - 53 mm × 53 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Square Blocks	Material - Plastic, Size - 70 mm × 70 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Cylinder Blocks	Material - Plastic, Size Dia - 70 mm and Height - × 70 mm
		Three - Dimensional Hexagonal Blocks	Material - Plastic, Size - 60 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Triangular Blocks	Material - Plastic, Size - 65 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Square Pyramid Blocks	Material - Plastic, Size - 70 mm × 70 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Circular/Round Pyramid Blocks	Material - Plastic, Size Dia - 70 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Triangular Pyramid Blocks	Material - Plastic, Size - 65 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Pentagonal Pyramid Blocks	Material - Plastic, Size - 43.5 mm × 70 mm
		Three - Dimensional Sphere	Material - Plastic, Size - Dia 70 mm, Sphere
		Three - Dimensional Half Sphere	Material - Plastic, Size - Dia 70 mm, Half Sphere
7	Perimeter and Area	Geo Board	Material - Plastic, Size 250 mm × 250 mm × 45 mm, Top pole height 20 mm, Top and Bottom pole pitch (Center to Center) 22 mm, with 12 nos of Rubber Band, Thickness of Board- 3 mm, All corners rounded off.

Specifications			
No.	**Mathematical Concept**	**Product**	**Specifications**
8	Numbers writing	Numbers writing	Size - 560 mm × 255 mm, Made from 4 mm Plywood / MDF Board, Height - 12 mm, Cut-out Dia - 95 mm, Cut-out Thickness - 3 mm, Nos. of cutout 8 Nos. With white board marker and duster.
9	2D and 3 D Geometrical Shapes	Joining of Straws	Material - Plastic, Short Straw - Dia 5 mm, Length 120 mm, Qty. - 60 Nos. Long Straw - Dia 5 mm, Length 190 mm, Qty. - 30 Nos. 3 Arm Connector - 24 Nos. 4 Arm Connector - 12 Nos. 5 Arm Connector- 12 Nos.
10	Numbers	1 to 100 number cards	Size - 127 mm × 177 mm, printed on 300 GSM art papers with words and digits.
11	Instant Math	Addition and Subtraction of 2 Digits number	Size - 480 mm × 300 mm, 4 mm, Frame-Plywood / MDF Board, Height - 13 mm, Circular Cut-outs Dia 150 mm, Thickness of cut-out - 3 mm, Qty. of Cut-outs- 6 Nos.
12	Joining of Blocks	Joining of Blocks	Material - Plastic, Size 20 mm × 20 mm × 20 mm, Cubic Blocks with 6 different colours, Qty. - 120 Nos., Easy to Assemble and Dissemble.
13	Number line	Positive and Negative Numbers	Material - Plastic, Size of Base 450 mm × 80 mm × 12.5 mm, Thickness - 3 mm, Slider Window Size - 75 mm × 45 mm × 20.5 mm, Numbers font must be clear and easy to read. Sliding window easy to operate.
14		Number Balance	Material - Plastic, Length of Arm 400 mm, Height 126 mm, Size Weight Strip 50 mm × 18 mm,
15	Storage Box	Storage Box	Material - Galvanize Sheet, Size 660 mm × 343 mm × 229 mm, Gauge - 24, with handle, lock and key.

झटपट गणत
बेरीज वजाबाकी
दशक
एकक
दशक
एकक
शतक
दशक
एकक

दशक
एकक