इयत्ता पहिली ते पाचवीतील १००% विद्यार्थ्यांचे
संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसन कार्यक्रम
२०१७–१८

शिक्षक प्रशिक्षण मार्गदर्शिका

महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण
७०८, सदाशिव पेठ, कुमठेकर मार्ग, पुणे ४११ ०३०.

इयत्ता पहिली ते पाचवीतील १००% विद्यार्थ्यांचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसन कार्यक्रम

शिक्षक प्रशिक्षण मार्गदर्शिका : २०१७-१८

प्रवर्तक : **मा. ना. विनोद तावडे**
मंत्री, शालेय शिक्षण व क्रीडा व युवक कल्याण, उच्च व तंत्र शिक्षण, मराठी भाषा, सांस्कृतिक कार्य, अल्पसंख्याक विकास व वक्फ, महाराष्ट्र राज्य.

प्रेरणा व मार्गदर्शन : **मा. श्री. नंदकुमार (भा.प्र.से.)**
प्रधान सचिव, शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, महाराष्ट्र शासन तथा राज्य प्रकल्प संचालक, महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.
मा. डॉ. विपिन शर्मा (भा.प्र.से.)
आयुक्त (शिक्षण), महाराष्ट्र शासन.

संपादक व प्रकाशक : **डॉ. सुनिल मगर**
संचालक, महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.

कार्यकारी संपादक : **विकास गरड**
उपसंचालक, महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.
सुजाता लोहकरे
विभाग प्रमुख (भाषा), महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.
ममता पवार, अधिव्याख्याता, महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.
वृषाली गायकवाड, अधिव्याख्याता , महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.

मार्गदर्शक : **प्रतिभा भराडे,** वि. अ. (शि.), बीट, कुमठे, ता. जि. सातारा.
शिक्षक वृंद कुमठे बीट , ता. जि. सातारा.

लेखन व संपादन : **पूजा जाधव**, विषय सहायक, महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.
वैशाली गाढवे, विषय सहायक, महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.
भक्ती जोशी, विषय सहायक, महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.
जितेंद्र राठी, सहा. कार्यक्रम अधिकारी, महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.
सुवर्णा पवार, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, पुणे.
मनीष दिघेकर, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, अमरावती.
संतोष सोनवणे, विषय सहायक, प्रादेशिक विद्या प्राधिकरण, मुंबई.
संदिप राऊत, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, बुलडाणा.
गणेश राऊत, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, अकोला.
गजानन पवार, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, बुलडाणा.
अतुल कुलकर्णी, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, नांदेड.
विशाल शेटे, विषय सहायक, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था, सातारा.
अलंकार वारघडे, विषय शिक्षक, जि. प. शाळा अंजुरफाटा, जि. ठाणे.
प्राजक्ती गोखले, प्राध्यापिका, सिम्बॉयसीस स्कूल ऑफ इकॉनॉमिक्स, पुणे.
उमेश रेळे, सहायक शिक्षक, रूपनाथ विद्यालय, दहीहांडा, ता. जि. अकोला.
सर्व विषय सहायक गणित, जि. शै. सा. व्या. वि. संस्था.

प्रथम आवृत्ती : फेब्रुवारी २०१८

प्रती : ८७,०००

मुद्रक : रुना ग्राफिक्स, सिंहगड रोड, पुणे ४१.

विनोद तावडे
मंत्री
शालेय शिक्षण, क्रीडा व युवक कल्याण,
उच्च व तंत्र शिक्षण, मराठी भाषा, सांस्कृतिक कार्य,
अल्पसंख्याक विकास व वक्फ
महाराष्ट्र राज्य
मंत्रालय, मुंबई ४०० ०३२
www.maharashtra.gov.in

दिनांक : १२.०२.२०१८

शुभसंदेश

महाराष्ट्र राज्य हे पुरोगामी राज्य आहे. राजर्षी शाहू महाराज, डॉ. बाबासाहेब आंबेडकर, महात्मा ज्योतिबा फुले, सावित्रीबाई फुले अशा महान व्यक्तींनी महाराष्ट्रात शिक्षणाची बीजे रोवली. शिक्षणाचे सार्वत्रिकीकरण केले. त्या काळापासून आजपर्यंत शिक्षण क्षेत्रात अनेक सकारात्मक बदल झाले. दि. २२ जून, २०१५ रोजी शिक्षण विभागाने 'प्रगत शैक्षणिक कार्यक्रमाची' आखणी केली. या कार्यक्रमामुळे प्रत्येक मूल शिकू शकते, हा आत्मविश्वास निर्माण झाला. या कार्यक्रमामुळे महाराष्ट्रातील स्थानिक स्वराज्य संस्थांच्या शाळांमध्ये परिवर्तनाचे वारे वाहू लागले.

शिक्षणातील वेगवान बदलांना समजून घेण्यासाठी, तसेच २१व्या शतकातील शिक्षण कालसुसंगत होण्यासाठी राज्यस्तरावर विविध प्रशिक्षणांचे आयोजन केले जात आहे. भास्कराचार्य मूलभूत गणितीय संकल्पना हे यातील महत्त्वाचे प्रशिक्षण आहे. या प्रशिक्षणातून शिक्षकांना गणितातील मूलभूत संबोध शिकविणे सोपे जाणार आहे. या प्रशिक्षणासाठी अध्ययन समृद्धी साहित्य संच व मार्गदर्शिकेमुळे गणित विषयाची गोडी निर्माण होऊन, याही विषयात महाराष्ट्र अव्वल स्थानी जाईल, असा विश्वास मला आहे.

आपणास मन:पूर्वक शुभेच्छा!

आपला,

(विनोद तावडे)

मूल शिकलं पाहिजे...

मूल बोलायला शिकते तेव्हापासूनच त्याची गणिताशी नाळ जोडली गेलेली असते. गणित विषय म्हणून नव्हे पण कमी–जास्त, लहान–मोठा, वर–खाली, वाटणी करणे या गणितीय शब्दांचा दैनंदिन जीवनात वापर करीत असते. नकळतपणे गणिती क्रियाही हे करीतच असते. मूल शाळेत येते तेव्हा त्याची अंकांशी ओळख व्हायला सुरुवात होते. शाळेत मुलाचा पूर्वानुभव व शिकविण्याच्या पद्धती यांची योग्य सांगड न घातली गेल्याने बऱ्याचदा मूल गोंधळून जाते. गणित हा विषय अमूर्त आहे. त्यामुळे हा विषय अवघड आहे असे मोठ्या माणसांना वाटते. या विचाराचे संक्रमण मुलांमध्ये झाल्यामुळे नकळतच त्यांच्या मनात गणित हा विषय खूप अवघड आहे अशी धारणा तयार होते. त्यातूनच मुलाच्या मनात गणिताविषयी भीती निर्माण होते. गणिताविषयी वाटणाऱ्या भीतीची पाळेमुळे मुलाच्या मनावर खोलवर रुजली जातात. त्याचाच परिणाम म्हणून अनेक मुलांना गणित जमत नाही. हे कटू सत्य वेगवेगळ्या सर्वेक्षणातून वारंवार आपल्या समोर आले आहे.

ASER, SLAS, NAS आणि PSM यांच्या अहवालातून आपल्या राज्याची गणित विषयाची संपादणूक पातळी कमी दिसून येते. या प्रत्येक चाचणीचे उद्‌दिष्ट वेगळे आहे हे प्रत्येकाने समजून घेण्याची गरज आहे. असरच्या सर्वेक्षणाचे उद्‌दिष्ट संबोधनिहाय संपादणूक तपासणे हे आहे. त्यात मुलांना भागाकार येत नाही हे प्रकर्षाने दिसून येते. 'प्रगत शैक्षणिक महाराष्ट्र' अंतर्गत घेतली जाणारी चाचणी ही मूलभूत क्षमता व इयत्तानिहाय क्षमता यांवर एकत्रितपणे घेतली जाते. उदा. संख्यांवरील क्रिया तपासताना बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार प्रत्येकी ५ गुणांचे प्रश्न दिले जातात. मुलाने बेरीज, वजाबाकी व गुणाकाराचे उदाहरण अचूक सोडविले तर त्याला २० पैकी १५ गुण मिळतात. म्हणजेच एकाही मुलाला भागाकार करता आला नाही तरी त्याला ७५% गुण मिळतात. मात्र त्याच मुलाला भागाकार येत नसल्याने असर आपल्या अहवालात ०% मुलांना भागाकार येतो असे नमूद करेल.

दोन्ही चाचण्यांचा एकत्रितपणे विचार केला असता मुलाला भागाकार येत नाही हे आपल्याला मान्य करावेच लागेल. काही लोकांना असे वाटते, की कुठले तरी अहवाल आमच्यासमोर मांडतात, पण या सर्व चाचण्यांच्या निष्कर्षांचा बारकाईने अभ्यास केला तर असे दिसून येते की ज्या जिल्ह्यांची प्रगती PSM च्या चाचणीमध्ये चांगली आहे त्यांची असरच्या अहवालातील प्रगती चांगली आहे.

याचाच अर्थ असरचे सर्वेक्षण पूर्णपणे चुकीचे आहे असे नाही. त्याच्याही पुढे जाऊन काही व्यक्ती असा देखील विचार करतात की मुलाला भागाकार नाही आला तर बिघडलं कुठं? भागाकार न करताही तो चांगले आयुष्य जगू शकतो. त्यांच्या मते ''भागाकार यायला पाहिजे असा अट्टाहास कशासाठी?''

पण मग जर असे असेल तर, अभ्यासक्रमात भागाकाराचा समावेश का केला असेल? याचा विचार सर्वांनी केला पाहिजे. भागाकार शिकताना तर्कसंगत विचार करणे, अंदाज घेणे आणि त्याचा वापर दैनंदिन व्यवहारात करणे या बाबी मूल शिकत असते. अंदाज घेण्याचा संबंध हा तर्कांशी असतो. दैनंदिन व्यवहारात

सर्वांत उपयोगी पडणारी गोष्ट म्हणजे तर्क होय. तर्क करता आला नाही, तर मोठे नुकसान होऊ शकते. त्यामुळे भागाकाराची उदाहरणे सोडवता आली नाहीत तरीही चालते असा विचार मुलाच्या मनात घर करून बसला, तर तो मुलांसाठी घातक ठरू शकतो. पुढील आयुष्यातही त्याला समस्या न सोडविता, अर्धवट सोडून देण्याची सवय लागते.

अशी मुले पुढे जाऊन शिक्षक झाली तर ती त्यांच्या वर्गातील मुलांनासुद्धा कधीही १००% प्रश्न सोडवायला शिकविणार नाहीत. १००% मुलांना शिकवण्याऐवजी असे शिक्षक ज्या मुलांना शिकण्यात समस्या आहेत त्यांना न शिकविता सोडून देतील. ही मुले का शिकली नाहीत? याचे कारण विचारल्यास त्यांची गरिबी, दारिद्र्य, सामाजिकदृष्ट्या मागासलेपण इ. समस्या सांगतील.

मूलभूत क्षमता प्राप्त करू न शकलेली मुले पुढे सतत अपयशी होतात असे जगभरात झालेल्या संशोधनातून दिसून येते. गणित शिकण्याचे मूलभूत उद्‌दिष्ट तर्कक्षमता व समस्या सोडविण्याची क्षमता विकसित करणे हे आहे.

आयुष्य सुंदर व समाधानाने जगण्यासाठी प्रत्येक मुलाला उद्‌भवणाऱ्या समस्यांना तोंड द्यायला शिकवले पाहिजे आणि हे उद्‌दिष्ट साध्य करण्याकरिता शिक्षक परिपूर्ण असले पाहिजेत, त्यांनी स्वतःला सक्षम बनविले पाहिजे. या प्रयत्नांचाच एक भाग म्हणून शिक्षकांना मदत करण्यासाठी व त्यांच्या प्रयत्नांना दिशा देण्यासाठी महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरणाने गणित संबोध कार्यशाळेचे नियोजन केले आहे.

आपण ही सगळी धडपड कशासाठी करतोय? तर मुलाला गणित सोपे सुलभ वाटावे, भागाकार करता यावा... म्हणजेच त्याला तर्क करता यावा, पुढील आयुष्यातील १००% समस्या सोडविता याव्यात म्हणूनच ना? वर्गातील प्रत्येक मुलाला समस्येची उकल करणे जमले तर आपल्याही समस्या १००% सुटणार आहेत. या कार्यशाळेतून आनंददायी वातावरणात, साहित्याची जोड घेऊन मूल गणित कसे शिकते हे समजणार आहे. साहित्याच्या मदतीने छोट्या छोट्या कृती करताना त्याला यशाचा आणि आनंदाचा अनुभव मिळणार आहे. लहान वयापासूनच असे आनंददायी पद्धतीने शिकल्याने त्याला शिकण्याची आवड निर्माण होईल. मुलाला यशाचा आनंद एकदा मिळाला की ते मूल पुन्हा पुन्हा आनंद शोधण्याकरिता धडपड करेल आणि त्यातूनच ते पुढे शिकते होईल.

अशा रितीने प्रत्येक मूल शिकते करण्यासाठी हे प्रशिक्षण आपल्याला मदत करेल आणि त्यातूनच शिक्षक म्हणून आपल्या कामातील यश, आनंद आणि समाधान आपल्याला मिळेल. त्यासाठी सर्वांना मनःपूर्वक शुभेच्छा!

नंदकुमार

नंदकुमार (भा.प्र.से.)
प्रधान सचिव,
शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, मंत्रालय, मुंबई

मनोगत

प्रिय शिक्षक मित्रांनो,

शाळेत येणाऱ्या प्रत्येक मुलाचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसित झाले पाहिजेत या प्रमुख उद्देशाने महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरणाच्या गणित विभागामार्फत प्रशिक्षण कार्यक्रमाची आखणी केलेली आहे. या प्रशिक्षण कार्यक्रमातील गणित विकासाचे टप्पे आणि त्या मागील विचार समजून घेऊन प्रत्येक शाळेस पुरविण्यात आलेल्या अध्ययन समृद्धी साहित्य संचाच्या साहाय्याने कृती घेतल्यास निश्चित कालावधीत इ. पहिली ते पाचवीतील १००% मुलांच्या मूलभूत गणित क्षमता विकसित होण्यास मदत होणार आहे. या प्रशिक्षण कार्यक्रमातील सुलभक व शिक्षकांसाठी ही मार्गदर्शिका तयार करण्यात आली असून संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकासासाठी शिक्षकांची संबोध विकसनाची समज आणि वर्ग अध्यापनातील कृती यांचे मार्गदर्शन या पुस्तिकेतून होणार आहे.

परिणामासाठी प्रशिक्षण या शासन निर्णयानुसार या प्रशिक्षणात सुलभकांसोबत शिक्षकांचे मूल्यांकनही केले जाणार आहे. प्रशिक्षणात प्रत्यक्ष साहित्य हाताळणे व त्याद्वारे गणित विषयाचा प्रवास हा मूर्ताकडून अमूर्ताकडे असा होताना दृश्य स्वरूपात दिसणार आहे. त्यामुळे प्रत्यक्ष अनुभव घेत घेत गणितामधील संबोध स्पष्ट होण्यास निश्चितच मदत होणार आहे. सर्व शिक्षक साहित्याच्या मदतीने कृती करत करत गणित संबोधांविषयी स्वत:ची समज वाढवतील व वर्गातील प्रत्येक मूल अपेक्षित कालावधीत संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोधांवर प्रभुत्व प्राप्त करेल असा विश्वास वाटतो.

त्यासाठी सर्वांना शुभेच्छा...!

डॉ. सुनिल मगर
संचालक,
महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे.

इयत्ता पहिली ते पाचवीतील १००% विद्यार्थ्यांचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसन कार्यक्रम २०१७-१८

शिक्षक प्रशिक्षण मार्गदर्शिका

अनुक्रमणिका

अ. क्र.	तपशील	पृष्ठ क्र.
१.	प्रशिक्षणाची गरज, उद्दिष्टे, कार्यपद्धती व परिणामकारकता	१
२.	गणित शिक्षण आणि आपले राज्य	६
३.	गणित संबोध व टप्पे	
	१) शैक्षणिक साहित्याची आवश्यकता	९
	२) गणनपूर्व तयारी	९
	३) संख्याज्ञान	१५
	४) बेरीज	२०
	५) वजाबाकी	२३
	६) गुणाकार	४६
	७) भागाकार	४८
४.	'भागाकार' समजून घेताना...	५०
५.	वेळापत्रक	५३
६.	गणिती भाषा शब्द	५५

१. प्रशिक्षणाची गरज, उद्‌दिष्टे, कार्यपद्‌धती व परिणामकारकता

शिक्षण हक्क कायद्यामधील तरतुदींची प्रभावी अंमलबजावणी करण्यासाठी राज्यात ‘प्रगत शैक्षणिक महाराष्ट्र’ हा कार्यक्रम कार्यान्वित केला आहे. प्रत्येक मूल शिकले पाहिजे हेच या कार्यक्रमाचे उद्‌दिष्ट आहे. राज्यातील जिल्हा परिषदेच्या शाळांमधील अनेक शिक्षकांच्या प्रयत्नातून ५८,३६६ शाळा डिजिटल झाल्या असून ३२,१६५ शाळा प्रगत झाल्या आहेत. सरकारी शाळांमधील शिक्षणाच्या गुणवत्तेत सुधारणा होत असली तरी अद्यापही १००% मुलांना शिकते करण्याचे ध्येय आपण गाठू शकलो नाही, असे NAS, SLAS अशा शासकीय तसेच स्वयंसेवी संस्थांनी केलेल्या सर्वेक्षणातून दिसून येते.

प्रशिक्षणाची गरज : शाळेत येणाऱ्या प्रत्येक मुलाच्या संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया या क्षमता गणित विषयाच्या अनुषंगाने विकसित झालेल्या असणे ही प्रत्येक मूल शिकण्यासाठीची प्राथमिक अट असते. आपल्या आयुष्यातील काही वर्षे शाळेत खर्च करूनही ज्या मुलांना वजाबाकी व भागाकार या क्रिया येत नाहीत, त्या मुलांना पुढे शिकण्यातही गोडी वाटत नाही. अशी मुले अभ्यासात मागे राहतात. हीच परिस्थिती कायम राहिली तर ती शाळा सोडून देतात हे संशोधनातून सिद्‌ध झाले आहे.

आपल्या शाळेतील १००% मुलांना शिकते करायचे असेल तर सर्वप्रथम गणित विषयाच्या अनुषंगाने त्यांचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया या मूलभूत क्षमतेवर प्रभुत्व प्राप्त होणे गरजेचे आहे. म्हणूनच २०१८–१९ या वर्षात इयत्ता पहिली ते पाचवीतील १००% विद्यार्थ्यांचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसन हे उद्‌दिष्ट समोर ठेवून महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरणामार्फत शिक्षक प्रशिक्षणाचे आयोजन केले आहे.

- **प्रशिक्षण कार्यक्रमाची उद्‌दिष्टे :**

  इयत्ता पहिली ते पाचवीतील १००% विद्यार्थ्यांचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसित करणे. त्यासाठी प्रशिक्षणामधून –

  १) संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसित करण्यासाठीचे टप्पे याबाबत शिक्षकांच्या व पर्यवेक्षीय यंत्रणेतील व्यक्तींच्या संकल्पना स्पष्ट करणे.

  २) इ. १ ली ते ५ वीत शिकणाऱ्या प्रत्येक मुलाचा अध्ययन स्तर निश्चित करून त्या प्रत्येक मुलाच्या दि. ३१ जुलै २०१८ पर्यंत संख्याज्ञान व ३१ ऑक्टोबर २०१८ पर्यंत संख्यांवरील क्रिया या क्षमतांचा विकास करण्यासाठी शिक्षकांची क्षमता विकसित करणे.

- **शैक्षणिक गुणवत्तेच्या परिणामासाठी प्रशिक्षण नियोजन :**

  दि. ८ जून २०१७ च्या शासन निर्णयानुसार शैक्षणिक गुणवत्तेच्या परिणामासाठी प्रशिक्षण कार्यक्रमाची अंमलबजावणी पुढील टप्प्यांमधून केली जात आहे.

  - सातारा जिल्ह्यातील १००% मुलांना शिकते करण्यात यशस्वी झालेल्या कुमठे बीटमधील ४० शाळांमध्ये सलग ३ वर्षे परिणामकारक ठरलेल्या संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया शिकवण्याच्या पद्‌धतीची निवड.
  - २०१५–१६ व १६–१७ या वर्षात राज्यातील ७५,००० शिक्षकांच्या भेटी– त्यापैकी अनेकांनी ही पद्‌धती वापरून परिणाम मिळवला.
  - सन २०१७–१८ या वर्षात राज्यातील मराठी माध्यमाच्या इ. पहिली ते पाचवीच्या शाळांमधील प्रत्येकी एक याप्रमाणे ७७,४३७ + ३,६८६ केंद्रप्रमुख यांचेसाठी प्रशिक्षणाचे नियोजन.

- **दि. ८ जून २०१७ च्या शासन निर्णयातील प्रशिक्षक तयार करण्याच्या तत्त्वाला अनुसरून प्रशिक्षक तयारी :**
  - **राज्यस्तर सुलभक निवड :** गणित संबोध कार्यशाळेत परिणाम मिळवलेल्या व्यक्ती, DIECPD मधील विषय सहायक व २५% गणित संबोध कार्यशाळेत यशस्वीपणे काम केलेले शिक्षक यांची निवड राज्यस्तर सुलभक म्हणून करण्यात आली.
  - **राज्यस्तर सुलभकांची तयारी :** (Making of ToTs)
    राज्यस्तरावरील काही सुलभकांची ३ दिवस कार्यशाळा घेण्यात आली. कुमठे बीटमधील शाळांना प्रत्यक्ष भेटी दिल्याने संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसनासाठी घ्यावयाचे टप्पे व कृती यामागील मानसिक, बौद्धिक विकासाच्या टप्प्यांचा विचार अधिक स्पष्ट होण्यास मदत झाली. मेंदू आधारित अध्ययन कोणत्या टप्प्यांवर कसे होते याविषयीही सुलभकांची स्पष्टता झाली. तसेच यापूर्वी गणित संबोध कार्यशाळेत त्यांचे सुलभन कौशल्य विकसित झालेले होतेच.
  - **तालुकास्तर सुलभकांची निवड : १६३२ (प्रत्येक तालुक्यासाठी ४)**
    निवडीचे निकष : मागील शैक्षणिक वर्षात २५% शाळांतील एका शिक्षकाचे गणित संबोध प्रशिक्षण पूर्ण झालेले होते. त्यात नवोपक्रम शाळेतील शिक्षक व मागणीनुसार प्रशिक्षण याचा विचार करून प्रशिक्षण देण्यात आले. त्यात उत्कृष्ट परिणाम देणारे शिक्षक, गणित विषयाची साधन व्यक्ती आणि इ. पहिली ते पाचवीला शिकविणारे गणित विषयाचे परिणामकारक अध्ययन-अध्यापन करणारे शिक्षक यांची निवड, जि. सा. व्या. वि. संस्थेचे गणित विषय सहायक, वरिष्ठ अधिव्याख्याता यांच्या मदतीने सुलभकांची निवड करण्यात आली.
  - **तालुकास्तर सुलभक प्रशिक्षण :** प्रादेशिक विद्या प्राधिकरण स्तरावर दोन टप्प्यात ३ दिवसांची कार्यशाळा घेण्यात आली. कार्यक्रमातील कृतींचे प्रात्यक्षिक सुलभकांनी वर्गात करून पाहिले.
  - **तालुकास्तर प्रशिक्षण :** प्रत्येक शाळेतील एक शिक्षक याप्रमाणे राज्यातील ७७,४३७ शिक्षक + ३,६८६ केंद्रप्रमुखांसाठी प्रत्येकी तीन दिवसांचे प्रशिक्षण तालुका/बीट स्तरावर आयोजित करण्यात येत आहे. प्रशिक्षण घेतलेला शिक्षक केंद्रप्रमुखांच्या मदतीने आपल्या केंद्रातील इयत्ता पहिली ते पाचवीच्या इतर शिक्षकांना केंद्रस्तरावर प्रशिक्षित करेल.
  - शिक्षक इयत्तानिहाय संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया क्षमतेत मागे असलेल्या वर्गातील विद्यार्थ्यांची यादी निश्चित करतील.
- **प्रशिक्षणाची परिणामकारकता : निदर्शक टप्पे**
  - मूल ज्या प्रक्रियेतून संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया करण्यास शिकते, त्या प्रक्रियेतील टप्पे शिक्षक बारकाईने विचारात घेतील.
  - मूल नेमके कोणत्या टप्प्यावर मागे पडत आहे किंवा अडखळते आहे. याची निश्चिती शिक्षक करतील.
  - संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया विकासाचे टप्पे, विद्यार्थ्याचा वयोगट, त्याची आवड व कल या बाबी विचारात घेऊन विद्यार्थीनिहाय अध्ययन स्तर निश्चिती करतील.
  - प्रत्येक विद्यार्थ्याला इयत्तानिहाय अपेक्षित संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया, त्यांचे टप्पे लक्षात घेऊन संबोध विकसनाची खात्री होईपर्यंत कृतीकार्यक्रम अंमलात आणतील.

- **प्रशिक्षण परिणामकारकता पडताळणी :**
  - ➢ प्रशिक्षण प्रक्रिया मूल्यमापन
    1. १) प्रशिक्षण पूर्व चाचणी – उत्तर चाचणी. (२० गुण)
    2. २) शिक्षकांचा/प्रशिक्षणार्थींचा प्रशिक्षणातील सहभाग. (२० गुण)
    3. ३) प्रशिक्षणाच्या प्रत्येक टप्प्यावर सुलभकांच्या परिणामकारकतेचे प्रशिक्षणार्थ्यांकडून मूल्यांकन (google form द्वारे)
  - ➢ शिक्षक प्रशिक्षणानंतर तीन महिन्यांनी प्रशिक्षणाच्या उद्दिष्टांना अनुसरून १००% विद्यार्थ्यांचा संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोधाचा विकास झाला आहे का याची पडताळणी **'प्रगत शैक्षणिक महाराष्ट्र' अंतर्गत संकलित चाचणी १, २०१८ – १९** आधारे तपासली जाईल. (६० गुण)
  - ➢ प्रशिक्षण घेतलेल्या शिक्षकांचे प्रत्येक टप्प्यावर मूल्यांकन करून श्रेयांकासह प्रमाणपत्र दिले जाईल व दि. २८ जून २०१७ च्या शासन निर्णयानुसार त्याची नोंद PAR मध्ये घेण्यात येईल.
- **परिणामासाठी प्रशिक्षण पर्यवेक्षण :**
  - ➢ सर्व पर्यवेक्षीय अधिकाऱ्यांसाठी सारांशाने (Capsul mode) व केंद्रप्रमुखांसाठी ३ दिवस प्रशिक्षण दिले जाईल.
  - ➢ पर्यवेक्षीय अधिकारी आपापल्या कार्यक्षेत्रातील प्रत्येक विद्यार्थ्याच्या संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकासासाठीची प्रक्रिया परिणामकारक होण्यासाठी पर्यवेक्षण करतील.
  - ➢ **केंद्रातील शिक्षकांच्या मूल्यांकनाच्या सरासरीवरून केंद्रप्रमुखाच्या परिणामकारकतेचे मूल्यांकन केले जाईल. वरील स्तरातील सर्व अधिकाऱ्यांच्या कामाचे मूल्यांकनही याच पद्धतीने केले जाईल.**
  - ➢ कार्यक्रम अंमलबजावणीच्या तीन महिन्यांच्या कालावधीत संबंधित अधिकारी शाळाभेटी करून वर्गात अपेक्षित प्रक्रिया होत आहेत, याची खातरजमा करतील.
- **प्रशिक्षणातील कार्यपद्धतीची प्रमुख वैशिष्ट्ये :**
  - ✓ शिक्षकांसाठी आनंददायी, कृतियुक्त संबोध विकसनासाठी टप्पे आधारित व प्रत्येक मुलाचा विचार करण्यासाठी उद्युक्त करणारी.
  - ✓ १००% मुलांचे संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसित करण्यासाठी वर्गात ज्या कृती मुलांना करावयाच्या आहेत, त्या कृती शिक्षक या प्रशिक्षण वर्गात स्वत: करतील.
  - ✓ कृती केल्यानंतर त्यांचे उद्दिष्ट काय होते? मुलांना संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया संबोध विकसनात कोणत्या टप्प्याच्या विकसनात यामुळे मदत होईल? मुलांसाठी कृतींचा क्रम काय असले? कृती करताना स्थानिक परिस्थितीतील उपलब्ध साधनांचा वापर करून समांतर कृती घेता येतील का? याचा विचार शिक्षक स्वतः करतील.

संबोध : गणनपूर्व तयारी			
उद्दिष्टे	कार्यशाळेची परिणामकारकता		
	शिक्षक	विद्यार्थी	पर्यवेक्षकीय यंत्रणा
१) अवकाशीय संबोध दृश्य स्वरूपात दाखवता येणे. उदा. वर– खाली, लहान–मोठा, जाड–बारीक इ.	१) परिसरातील संबोध स्पष्ट करणारे साहित्य उपलब्ध करून घेतील. २) अवकाशीय संबोध स्वतः दृश्य रूपात समजून घेतील. ३) उपलब्ध साहित्यानुसार विद्यार्थी गटागटात अपेक्षित कृती करत आहेत याची खात्री करतील.	१) विद्यार्थी पूर्वज्ञानावर आधारित कृती करतील. २) विद्यार्थी शिक्षकांच्या मदतीने गटागटात साहित्य वापरून कृती करतील. ३) विद्यार्थी शिक्षकांच्या मदतीशिवाय गटागटात साहित्य वापरून कृती करतील. ४) दैनंदिन व्यवहारात गणनपूर्व संबोधांचे उपयोजन करतो.	संबोधांचे उद्दिष्टानुसार दृढीकरण झाले आहे याची प्रत्यक्ष विद्यार्थ्यांसोबत कृती करण्याची संधी देऊन खातरजमा करतील.
संबोध : गणन व संख्याज्ञान			
१) इयत्तानिहाय संख्या गणन, वाचन व लेखन करता येणे. २) संख्या बंद व खुल्या रूपात मांडता, वाचता व लिहिता येणे. (एकक, दशक, शतक इ. यांच्यासंदर्भाने). ३) संख्याची तुलना व वर्गीकरण करता येणे.	१) प्रमाणित साहित्याच्या मदतीने विविध रूपात संख्या दाखवतील. २) संख्येचे बंद व खुले रूप दृश्य स्वरूपात दाखवतील.	१) संख्या विविध रूपात दाखवतील. २) एका रूपातील संख्या दुसऱ्या रूपात (गणितीय भाषा, बंद व खुले रूप) दाखवतील.	प्रमाणित साहित्याची उपलब्धता तपासून आवश्यक ती मदत करतील.
संबोध : बेरीज			
१) इयत्तानिहाय प्रमाणित साहित्याच्या मदतीने बेरजेचा संबोध स्पष्ट होणे. २) साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना इयत्तानिहाय बेरीज करता येणे.	१) साहित्याच्या मदतीने व नंतर साहित्याविना सर्व विद्यार्थ्यांना बेरीज हा संबोध स्पष्ट करून देतील. २) गटागटांतील सर्व विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना बेरीज करत आहेत किंवा कसे हे पाहतील व आवश्यक तिथे सुलभकाच्या भूमिकेतून मदत करतील.	१) विद्यार्थी गटागटांत साहित्याचा वापर करून इयत्तानिहाय प्रत्यक्ष कृतीद्वारे बेरीज करतील. २) आवश्यक तिथे परस्परांना साहाय्य करतील. ३) साहित्याविना इयत्तानिहाय बेरीज करतील.	गटागटातील सर्व विद्यार्थ्यांचा बेरीज हा संबोध स्पष्ट झाला का? यासंबंधी विद्यार्थी व शिक्षकांशी संवाद साधतील व आवश्यक तिथे साहाय्य करतील.

संबोध : वजाबाकी			
उद्दिष्टे	कार्यशाळेची परिणामकारकता		
	शिक्षक	विद्यार्थी	पर्यवेक्षकीय यंत्रणा
१) इयत्तानिहाय प्रमाणित साहित्याच्या मदतीने वजाबाकीचा संबोध स्पष्ट होणे. २) साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना इयत्तानिहाय वजाबाकी करता येणे.	१) साहित्याच्या मदतीने व नंतर साहित्याविना सर्व विद्यार्थ्यांना वजाबाकी हा संबोध स्पष्ट करून देतील. २) गटागटांतील सर्व विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना वजाबाकी करत आहेत किंवा कसे हे पाहतील व आवश्यक तिथे सुलभकाच्या भूमिकेतून मदत करतील.	१) विद्यार्थी गटागटांत साहित्याचा वापर करून इयत्तानिहाय प्रत्यक्ष कृतीद्वारे वजाबाकी करतील. २) आवश्यक तिथे परस्परांना साहाय्य करतील. ३) साहित्याविना इयत्तानिहाय वजाबाकी करतील.	गटागटातील सर्व विद्यार्थ्यांचा वजाबाकी हा संबोध स्पष्ट झाला का? यासंबंधी विद्यार्थी व शिक्षकांशी संवाद साधतील व आवश्यक तिथे साहाय्य करतील.
संबोध : गुणाकार			
१) गुणाकाराचा मूलभूत संबोध व गुणाकाराचे विविध अर्थ विद्यार्थ्यांना स्पष्ट होणे. २) साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना गुणाकार क्रिया करता येणे.	१) साहित्याच्या मदतीने व नंतर साहित्याविना सर्व विद्यार्थ्यांना गुणाकार हा संबोध स्पष्ट करून देतील. २) गटागटांतील सर्व विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना गुणाकार करत आहेत किंवा कसे? हे पाहतील व आवश्यक तिथे सुलभकाच्या भूमिकेतून मदत करतील.	१) विद्यार्थी गटागटांत साहित्याचा वापर करून इयत्तानिहाय प्रत्यक्ष कृतीद्वारे गुणाकार करतील. २) आवश्यक तिथे परस्परांना साहाय्य करतील. ३) साहित्याविना इयत्तानिहाय गुणाकार करतील.	गटागटातील सर्व विद्यार्थ्यांचा गुणाकार हा संबोध स्पष्ट झाला का? यासंबंधी विद्यार्थी व शिक्षकांशी संवाद साधतील व आवश्यक तिथे साहाय्य करतील.
संबोध : भागाकार			
१) भागाकाराचा मूलभूत संबोध व भागाकाराचे विविध अर्थ विद्यार्थ्यांना स्पष्ट होणे. २) साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना भागाकार क्रिया करता येणे. ३) भागाकाराशी वजाबाकी व गुणाकाराचा सहसंबंध स्पष्ट होणे.	१) साहित्याच्या मदतीने व नंतर साहित्याविना सर्व विद्यार्थ्यांना भागाकार हा संबोध स्पष्ट करून देतील. २) गटागटांतील सर्व विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने व साहित्याविना भागाकार करत आहेत किंवा कसे? हे पाहतील व आवश्यक तिथे सुलभकाच्या भूमिकेतून मदत करतील.	१) विद्यार्थी गटागटांत साहित्याचा वापर करून इयत्तानिहाय प्रत्यक्ष कृतीद्वारे भागाकार करतील. २) आवश्यक तिथे परस्परांना साहाय्य करतील. ३) साहित्याविना इयत्तानिहाय भागाकार करतील.	गटागटातील सर्व विद्यार्थ्यांचा भागाकार हा संबोध स्पष्ट झाला का? यासंबंधी विद्यार्थी व शिक्षकांशी संवाद साधतील आवश्यक तिथे साहाय्यक करतील.

२. गणित शिक्षण आणि आपले राज्य

शिक्षणक्षेत्राच्या बाबतीत महाराष्ट्र राज्याचा समावेश देशातील प्रथम तीन राज्यामध्ये करण्याचे उद्दिष्ट मा. मुख्यमंत्री महोदयांनी सन २०१५ मध्ये शालेय शिक्षण विभागास दिले होते. त्यावेळी राज्यांच्या क्रमांकाचे विश्लेषण केले असता असे दिसले की, भाषा विषयामध्ये राज्य देशामध्ये दहाव्या क्रमांकावर तर गणित विषयामध्ये शेवटून पाचव्या क्रमांकावर होते. महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे यांनी सन २०१३–१४ मध्ये केलेल्या मूल्यमापनात सुद्धा आढळून आले की, पाचवीमधील मुलांची भाषा विषयाची सरासरी ५३% तर गणित विषयाची सरासरी ५०% च्या सुमारास होती.

खाजगी संस्थेच्या अहवालाप्रमाणे भाषेत १०% पर्यंत सुधारणा दिसून आली तर गणितात वर्ष २०१४ च्या तुलनेत २०१५ साली वजाबाकीत खालील स्थिती आढळून आली.

वर्ष/इयत्ता	तिसरी	चौथी	पाचवी
२०१४	१७.९%	३७.३%	३८.६%
२०१५	२२.७%	४०.७%	४६.८%

त्याचप्रमाणे भागाकारात खालील स्थिती आढळून आली.

वर्ष/इयत्ता	चौथी	पाचवी	सहावी	सातवी	आठवी
२०१४	१२.१%	१६.६%	२१.७%	२८.०%	३०.८%
२०१५	९.२%	२१.९%	२४.१%	२६.३%	३१.७%

वरील डाटाच्या विश्लेषणावरून वजाबाकीमध्ये सुधारणा दिसते. परंतु भागाकारात स्थिती अजून चिंताजनक आहे.

महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे यांनी सन २०१४–१५ मध्ये इयत्ता पाचवीच्या वर्गाच्या केलेल्या मूल्यमापनामध्ये भाषा विषयाची सरासरी ५३% वरून ५६% वर गेली तर गणित विषयाची सरासरी ५०% वरून ४४.७% इतकी खाली आली. येथे सुद्धा गणित विषयाची चिंतेची बाब आहे. आपण मेहनत करून सुद्धा परिणाम मिळत नाही. विशेष करून गणित विषयामध्ये, मग काय करावे?

एका संशोधनातून असे दिसून आले आहे की, पहिलीच्या वर्गातील मुलांना गणित विषयाची भीती वाटत नाही. परंतु हीच मुले पाचवीला पोहोचतात तेव्हा साधारणत: ५०% मुले गणित विषयाला घाबरायला लागतात आणि दहावीला पोहोचता–पोहोचता साधारणत: ८०% मुलांना वाटायला लागते की, गणितापासून केव्हा सुटका होते. याचा अर्थ असा की शाळेच्या गणित शिकवण्याच्या पद्धतीत काहीतरी अडचण आहे. ती अडचण नेमकी कोणती हे शोधण्यासाठी प्रौढांना विचारण्याची आवश्यकता आहे. प्रौढांना एखाद्या समारंभामध्ये विचारल्यास किती लोकांना गणिताची भीती वाटते? तर साधारणत: निम्मे लोक हात वर करतात परंतु मातृभाषेची किती लोकांना भीती वाटते? असे विचारल्यास निम्मे काय एक सुद्धा हात वर येत नाही. मग जे लोक ज्या पद्धतीने भाषा शिकले व ज्या पद्धतीने गणित शिकले या दोन्ही पद्धतीमध्ये काहीतरी फरक असला पाहिजे. भाषेचे बरेच शिक्षण विशेष करून ऐकणे व बोलणे शाळेत येण्यापूर्वीच झालेले असते. याबद्दल मुले बरेच काही शिकून आलेली असतात. त्यांच्याकडे मोठी शब्दसंपत्ती सुद्धा असते. भाषेमध्ये शाळेत त्यांना मुख्यत्वे: वाचन आणि लेखन शिकवायचे असते.

गणितामध्ये सुद्धा मुलांना शाळेत येण्यापूर्वी काही श्रवणाची आणि बोलण्याची माहिती असते. थोडे शिकलेल्या पालकांची सहा वर्षे वयाची मुले तीन बोटं दाखवा म्हटल्यावर दाखवू शकतात. ही मुले पूर्व प्राथमिक शिक्षणात किंवा

अंगणवाडीत गेल्यास हळूहळू गणिताचे संबोध स्पष्ट व्हायला सुरुवात होते. परंतु त्याचा लाभ मिळाला नसल्यास किंवा तेथे योग्य पद्धतीने शिकवली गेली नसल्यास त्याच मुलाला टोपलीतून तीन लिंबे काढून द्या म्हटल्यावर बहुतेक दाखवू शकणार नाही. याला कारण काय तर त्या मुलांना 'तीन बोटे' ही भाषा माहीत आहे. परंतु तीन लिंबे ही भाषा माहीत नाही. अर्थात त्यांना घरात जेवढे शब्द वापरले गेले तेवढी भाषा माहीत आहे.

घरात गणितीय संकल्पना स्पष्ट करण्याच्या दृष्टीने भाषा वापरली जात नाही. ती हेतूपूर्वक करण्याची बाब आहे. त्यामुळे मुलांना घरात भाषा विषय शिकायला मिळते. परंतु गणित विषय शिकायला मिळत नाही. त्या मुलाला 'तीन बोटं' हा शब्दसमूह माहीत आहे. परंतु त्यातील 'तीन' यास संख्यात्मक संकल्पना आहे हे माहीत नाही. म्हणून 'तीन' सोबत 'बोटं' ऐवजी 'लिंबे' आले की त्या मुलाला 'तीन लिंबे' हे शब्दसमूह समजणार नाही. मुलांना गणित शिकताना 'तीन'ची संकल्पना स्पष्ट करणे आवश्यक आहे. मुलांना अशा मूलभूत गणितीय संकल्पना स्पष्ट न झाल्याने गणिताची भीती निर्माण होते. ही भीती आयुष्यभर टिकून राहते. लहानपणी गणिताची भीती निर्माण झाली आणि मोठे झाल्यावर शिक्षक व्हावे लागले अशी स्थिती असू शकते. म्हणून राज्यातील प्रत्येक शिक्षकाने मूलभूत गणितीय संकल्पना शिकण्याची शास्त्रशुद्ध पद्धती शिकून घेण्याची आवश्यकता आहे असे स्पष्ट होते.

मेहनत करून सुद्धा परिणाम मिळत नाही. तेव्हा मेहनतीची दिशा बदलण्याची आवश्यकता आहे असे वाटते. म्हणून पुढील काळात राज्यात गणित विषयाच्या शिक्षक प्रशिक्षणात वेगळेपण दिसणार आहे. त्या वेगळेपणाचे स्वागत करून त्यातल्या शिकण्याच्या बाबींकडे सर्वांनी लक्ष द्यावयाची आवश्यकता आहे. हे वेगळेपण दोन प्रकारचे परिणाम मिळवण्याकरिता आहे हे प्रत्येकाने ध्यानात ठेवावे म्हणजे :

१) ज्या मुलांना गणित शिकण्यात अडथळे निर्माण झाले आहेत ते दूर करणे.

२) जी मुले गणित शिकत आहेत त्यांच्या शिकण्याच्या गतीत वाढ करणे.

प्रत्येक शिक्षक व अधिकाऱ्यांने वरील परिणाम मिळाले तरच नवीन पद्धतीचे स्वागत करावे. फक्त वरून आदेश दिले जात आहेत किंवा 'नवीन आहे' म्हणून स्वागत करू नये. आपला उद्देश कमीत कमी प्रयत्नाने कमीत कमी वेळात, कमीत कमी आर्थिक खर्च करून अधिकाधिक परिणाम मिळवणे हा होय हे ही ध्यानात ठेवावे. त्यासाठी शोधाधारित शास्त्रशुद्ध पद्धतच कामी पडते.

गणिताच्या भाषेची संकल्पना :

गणिताला बऱ्याच भाषा असतात.

१. वस्तू भाषा २. चित्र भाषा ३. कृती भाषा ४. ध्वनी भाषा

५. बोटांची भाषा ६. चलन भाषा ७. गोष्ट भाषा ८. अंक (लिपी) भाषा

शाळेत येण्यापूर्वी मुलांना भाषा येत असते म्हणून गणिताची सुरुवात भाषेतूनच व्हायला हवी हे म्हणताक्षणी अजून एक मुद्दा समोर येतो. मुलांना मराठी भाषेऐवजी इतर बोलीभाषा किंवा प्रमाणभाषा येत असल्यास त्या भाषेचा उपयोग गणित शिकण्यासाठी आवश्यक ठरेल. अर्थात, थोडी मेहनत घेऊन शिक्षक स्थानिक भाषेचा वापर गणित शिकवण्यासाठी करू शकतात. शास्त्रीयरित्या ते करता यावे म्हणून महाराष्ट्र विद्या प्राधिकरण, पुणे लवकरच एक दिशानिर्देश काढणार आहेत.

गणिताच्या भाषांचा उपयोग योग्य पद्धतीने करण्याचा उद्देश काय आहे? तर मुलांना सर्व गणितीय संकल्पना अचूक समजण्यासाठी मूळ गणितीय संकल्पनांमधील सर्वांत महत्त्वाची संकल्पना आहे ती म्हणजे 'संख्येचे संख्यापण' :

१) दोन पेन्सिली २) दोन पेन्सिलींची चित्रे ३) दोन उड्या ४) दोन टाळ्या ५) दोन बोटे

६) दोन रुपये ७) माझ्याजवळ दोन पेन्सिली आहेत. ८) दोन चे अंककार्ड [२]

या सगळ्यांमध्ये दोन सामाईक आहे. म्हणजे 'दोन' ही संख्या आहे. हे समजलं की दोन ही संख्या म्हणजे किती ते समजते. आपण दोन वस्तूंचे अनेक अनुभव दिल्यानंतर मूल स्वत:चे स्वत: ते समजून घेते.

संख्येची चिन्हे : या सगळ्यानंतर त्या दोनचे चिन्ह म्हणजे अंक भाषेतील २ असे असतात हे शिकवायचे. वरील विवेचनावरून गणित शिकण्याची 'नैसर्गिक पद्धत' समोर येते ती म्हणजे,

'संख्या एक ते पाच, शून्य आणि सहा ते नऊ या बोटांच्या भाषेत, कृती भाषेत, वस्तू भाषेत, चित्र भाषेत, ध्वनी भाषेत शिकून झाल्या, संख्यांची नावे पक्की झाली की त्यानंतर अंकचिन्हे शिकवायची.'

वरील सर्व भाषा शिकून झाल्या हे ओळखायचे कसे? तर शिक्षकांनी एका रूपात दिलेल्या संख्या मुलांना इतर सर्व रूपांमध्ये देता येऊ लागल्या तर समजावे की, मुलांच्या सर्व गणितीय भाषा शिकून झाल्या. हे झाल्याशिवाय अंक भाषा शिकविणे मुलांवर अन्याय आहे. त्यामुळेच मुलांना आयुष्यभर (मोठे झाल्यावर सुद्धा) गणितची भीती वाटते. गणिताची भीती दूर करावयाची असेल तर ही नैसर्गिक पद्धत प्रत्येक शिक्षकाने अर्थात १००% शिक्षकांनी वापरावयाचे आहे. १००% शिक्षकांनी ही पद्धत वापरावयाची झाल्यास गणिताचे प्रशिक्षण सुद्धा नैसर्गिक पद्धतीने व्हायला पाहिजे. अधिक स्पष्टतेसाठी शाळेतील वर्ग व कार्यशाळेतील वर्गाची साम्यता खालील तक्त्यात देण्यात आली आहे.

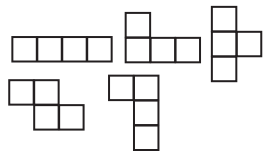
कार्यशाळेतील पद्धत अगदी वर्गातील पद्धतीसारखी असावी.

अ. क्र.	वर्गातील पद्धत	कार्यशाळेतील पद्धत
१)	उद्दिष्ट : १००/१०० अर्थात वर्गातील १००% मुलांना १००% गणितीय संकल्पना समजली पाहिजे.	उद्दिष्ट : १००/१०० अर्थात कार्यशाळेतील १००% गोष्टी १००% लोकांना समजल्या पाहिजेत.
२)	त्यासाठी वर्गात प्रत्येक विद्यार्थ्याने स्वत: कृती करत समजून घेणे आवश्यक आहे.	त्यासाठी कार्यशाळेतही सहभागी व्यक्तींनी प्रत्येक कृती स्वत: करून त्याचा अनुभव घेणे आवश्यक आहे.
३)	हे घडविण्यासाठी आवश्यक तितक्या संख्येने साहित्य उपलब्ध राहील हे पाहणे ही शिक्षकांची जबाबदारी आहे.	हे घडविण्यासाठी आवश्यक तितक्या संख्येने साहित्य उपलब्ध राहील हे पाहणे ही स्रोत व्यक्तीची जबाबदारी आहे.
४)	'अशी कृती घ्या, असा अनुभव घ्या, हे साहित्य वापरा' अशा सूचना किंवा वर्णन वर्गात होऊ नये. ते साहित्य देऊन प्रत्येक कृती गटात विद्यार्थ्यांनी स्वत: करावी.	'अशी कृती घ्या, असा अनुभव द्या. हे साहित्य वापरा' अशा सूचना किंवा वर्णन कार्यशाळेत होऊ नये. ते साहित्य घेऊन प्रशिक्षणार्थ्यांनी प्रत्येक कृती गटात स्वत: करावी.
५)	वर्गात मुले गटा-गटात बसवावीत.	कार्यशाळेत प्रशिक्षणार्थ्यांनी गटा-गटात बसावे. ४० प्रशिक्षणार्थ्यांसाठी ८ टेबल व प्रत्येक टेबलाभोवती ५ खुर्च्या अशी रचना करावी.
६)	प्रत्येक कृतीच्या वेळी शिक्षकाने प्रश्न समोर ठेवावेत आणि विद्यार्थ्यांनी कृती करावी. आपापसात चर्चा करावी. त्यानंतर सगळ्या गटांबरोबर चर्चा करावी.	प्रत्येक कृतीच्या वेळी स्रोत व्यक्तीने प्रश्न समोर ठेवावे. आणि प्रशिक्षणार्थ्यांनी कृती करावी. आपापसात चर्चा करावी. त्यानंतर सगळ्या गटांबरोबर चर्चा करावी.

◈◈◈

३. गणित संबोध व टप्पे

(१) शैक्षणिक साहित्याची आवश्यकता

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• शैक्षणिक साहित्य वापराची गरज शिक्षकांच्या/ सुलभकांच्या लक्षात आणून देणे.	जोडो ब्लॉक	• सुलभक स्वतःजवळ ४ जोडो ब्लॉक घेतील वेगवेगळ्या प्रकारे ते एकमेकांना जोडून दाखवतील साहित्य फक्त सुलभकाकडे असेल.  • आता ज्या प्रकारे जोडो ब्लॉक जोडले ते सर्व आकार चौकटी वहीत काढून ते रंगवून घेतील. • सुलभक जोडो ब्लॉक जोडत असताना प्रशिक्षणार्थ्यांनाही जोडो ब्लॉक जोडण्याची इच्छा निर्माण होईल. • त्यानंतर प्रत्येक गटाला १ जोडो ब्लॉक संच देण्यात येईल.	• अजून कोणकोणत्या प्रकारे ४ जोडो ब्लॉक जोडून दाखविता येतील? • शैक्षणिक साहित्य का वापरायचे? • मुलांना साहित्य वापरास का द्यायचे?	• शैक्षणिक साहित्य हाताळतात.

(२) गणनपूर्व तयारी

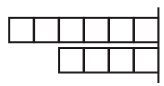
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• मणीमाळेचा उपयोग शिक्षकांच्या/ सुलभकांच्या लक्षात आणून देणे.	मणीमाळ	• वर्गात मणीमाळ विद्यार्थ्यांच्या हाताला येईल अशा पद्धतीने लावून घेणे. • १ ते १०० अंक मणीमाळेवर दररोज म्हणून घेणे. • मणीमाळेवर दररोज १० मिनिटे काम करून घेणे. • सतत सराव केल्याने लक्षात राहते.	• मणीमाळ विद्यार्थ्यांच्या हाताला येईल अशी का लावायची? • मणीमाळेवर दररोज अंक का म्हणून घ्यायचे? • मराठीपेक्षा इंग्रजीतील संख्यानामे उच्चारणे, लक्षात ठेवणे सोपे का असते?	• १ ते १०० पर्यंतच्या संख्यांचे क्रमशः उच्चारण करतात.

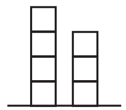
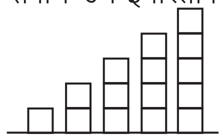
लहान-मोठा				
उद्दिष्टे	**साहित्य**	**कार्यपद्धती**	**चर्चेसाठी प्रश्न**	**अध्ययन निष्पत्ती**
• लहान मोठ्या वस्तू ओळखता येणे. • लहान–मोठा यावर तुलनात्मक विधान करता येणे. • लहान ते मोठा, मोठा ते लहान क्रम लावता येणे.	मणी, जोडो ब्लॉक्स (एकाच प्रकारच्या दोन वस्तू) बिया, खडे फोमचे आकार, कागदाचे आकार	• जोडो ब्लॉक्सपासून ठोकळे बनवण्यास सांगणे. • कागदापासून चौरस/आयत/वर्तुळ असे विविध आकार बनवण्यास सांगणे. शेजारच्याच्या आकाराशी तुलना करून लहान मोठ्याची गोष्ट सांगण्यास सांगणे. • तयार झालेल्या लहान ठोकळ्यांपेक्षा मोठा ठोकळा बनवण्यास सांगणे. • लहान ठोकळ्यापासून मोठ्या ठोकळ्यापर्यंत क्रम लावून घेणे.	• कोणाचा/कोणता ठोकळा लहान आहे? कोणाचा/कोणता ठोकळा मोठा आहे? • लहान मोठा या विधानाची गोष्ट सांगा. (पेक्षा लहान, पेक्षा मोठा)	• वस्तूंचा लहान–मोठेपणा ओळखतात. • लहान–मोठा हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.
जड-हलका				
• जड–हलकी वस्तू ओळखता येणे. • जड–हलकी यावर तुलनात्मक विधान करता येणे.	वजनमापे, पाण्याची बाटली (समान आकाराची एक रिकामी बाटली, एक पाण्याने भरलेली बाटली)	• गटात आपल्या समोर असणारी रिकामी बाटली हातावर घेण्यास सांगणे. यानंतर दुसरी पाण्याने भरलेली बाटली हातावर घेण्यास सांगणे.	• कोणती बाटली जड आहे? कोणती बाटली हलकी आहे? • जड–हलका यावर आधारित गोष्ट सांगा.	• जड व हलकी वस्तू ओळखतात. • जड–हलका हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.

कमी-जास्त

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• कमी वस्तू–जास्त वस्तू ओळखता येणे. • कमी–जास्त यावर तुलनात्मक विधान करता येणे.	सुटे जोडो ब्लॉक्स, चमचे, खडे, मणी, बिया (एकाच प्रकारच्या दोन वस्तू, दोन प्रकारच्या दोन वस्तू)	• गटातील प्रत्येकाला सुटे ठोकळे घेण्यास सांगणे. नंतर जोड्या ठरवण्यास सांगणे. निरीक्षणाने कमी–जास्त ठरवण्यास सांगणे. नंतर त्याच जोड्या एकास–एक संगती लावून कमी–जास्त ठरवायला सांगणे. • प्रत्येक गटातील दोघांना प्रश्न विचारणे. विधान/गोष्ट करण्यास सांगणे.	• कोणाकडे कमी ठोकळे आहेत? कोणाकडे जास्त ठोकळे आहेत? • कमी–जास्त यावर आधारित विधान/गोष्ट सांगा. (जोडो ब्लॉक्स–सुटे) विधान/गोष्ट सांगा. (पेक्षा लहान–पेक्षा मोठे) उदा. मण्यांपेक्षा दशक दांडे जास्त आहेत. दशक दांड्यांपेक्षा मणी कमी आहेत.	• कमी वस्तू–जास्त वस्तू ओळखतात. • कमी–जास्त हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.

लांब-आखूड

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• लांब–आखूड वस्तू समजणे/ओळखता येणे. लांब–आखूड यावर सोपे विधान करता येणे. • तुलनात्मक विधान करता येणे.	पेन, पट्टी, पेन्सिल जोडो ब्लॉक्स, दोरी, वायर	• जोडो ब्लॉक्सची रचना करून लांब–आखूड आगगाडी गटात बनवून घेणे. आगगाडी आडवी ठेवून जमिनीवरून फिरवण्यास सांगणे.  • अशा वेगवेगळ्या आगगाड्या मुलांना बनवण्यास सांगणे.	• कोणाची आगगाडी सर्वांत लांब आहे? कोणाची आगगाडी सर्वांत आखूड आहे? • लांब–आखूड या विधानाची गोष्ट सांगा. उदा. अजयची आगगाडी लांब आहे. विजयची आगगाडी आखूड आहे. • अजयची आगगाडी विजयच्या आगगाडीपेक्षा लांब आहे. • आणखी कोणती कृती घेता येईल.	• लांब–आखूड वस्तू ओळखतात. • लांब–आखूड हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.

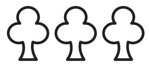
उंच-ठेंगणा				
उद्दिष्टे	**साहित्य**	**कार्यपद्धती**	**चर्चेसाठी प्रश्न**	**अध्ययन निष्पत्ती**
• उंच–ठेंगणी वस्तू ओळखता येणे. • तुलनात्मक विधान करता येणे. • ठेंगणा ते उंच क्रम लावता येणे. उंच ते ठेंगणा क्रम लावता येणे.	बाहुला–बाहुली काठ्या जोडो ब्लॉक्स	• जोडो ब्लॉक्सची इमारत रचना गटात करून घेणे. ती सपाट पृष्ठभागावर (पाटीवर) ठेवणे. प्रश्न विचारणे.  • दिलेल्या जोडो ब्लॉक्सच्या वापरातून लाल इमारतीपेक्षा उंच इमारती बनवा. दिलेल्या इमारतीपेक्षा ठेंगणी इमारत बनवा. (ही कृती घेणे.) • ठेंगण्या इमारतीपासून सर्वाच उंच इमारतीपर्यंत क्रम लावून घेणे. 	• कोणत्या रंगाची इमारत उंच आहे? • कोणत्या रंगाची इमारत ठेंगणी आहे? • उंच ठेंगणा या विधानाची गोष्ट सांगा. उदा. लाल रंगाची इमारत उंच आहे. हिरव्या रंगाची इमारत ठेंगणी आहे. • लाल रंगाची इमारत हिरव्या रंगाच्या इमारतीपेक्षा उंच आहे.	• उंची–ठेंगणी वस्तू ओळखतात. • उंच–ठेंगणा हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात. • ठेंगणा ते उंच आणि उंच ते ठेंगणा असा वस्तूंचा क्रम लावतात.
अवकाशीय संबोध				
आधी-नंतर/पुढे-मागे				
• आधी–नंतर संकल्पना समजणे. • आधी–नंतर यावर तुलनात्मक विधान करता येणे.		• प्रत्येक गटातून १–१ जण पुढे येईल. समांतर आडव्या रेषेत थांबतील. धावण्यांची शर्यत घेणे. • उभ्या रांगेत गटातील १–१ जणाला थांबवणे. • गोलात उभे करून २ पावले पुढे या २ पावले मागे जा, या कृती करून घेणे. गोलात पळून थांबणे. मीनूच्या पुढे/मागे कोण आहे?	• सर्वांत आधी कोण आले? नंतर कोण आले? • सर्वांत पुढे कोण आहे? मागे कोण आहे? • तुलनात्मक विधान/गोष्ट सांगा. उदा. सर्वांत आधी राजेश आला. राजेश नंतर दिनेश आला. मीनू रांगेत पुढे उभी आहे. मीनूच्या मागे सोनल उभी आहे.	• आधी–नंतर ओळखतात. • पुढे–मागे ओळखतात. • आधी–नंतर हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात. • पुढे–मागे हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.

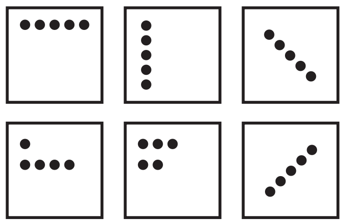
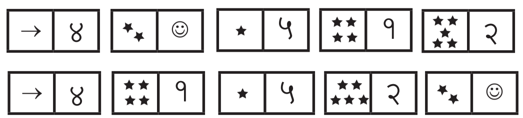
वर-खाली				
उद्दिष्टे	**साहित्य**	**कार्यपद्धती**	**चर्चेसाठी प्रश्न**	**अध्ययन निष्पत्ती**
१) वर–खाली संकल्पना समजणे. – वर – च्या वर – खाली – च्या खाली २) वर–खाली यावर आधारित विधान करता येणे.	जोडो ब्लॉक्स, बाटली, सुटे	• गोलात मुले उभे राहणे. वर पहा. हात वर–हात खाली या सूचना देणे. • पाटीवर ठोकळे ठेवून प्रश्न विचारणे. • टेबलावर वस्तू ठेवण्याच्या सूचना देणे. त्याच वस्तू पुन्हा टेबलाच्या खाली ठेवण्याच्या सूचना देणे. • वर–खाली यावर गोष्ट सांगण्यास सांगणे.	• ठोकळा कोठे आहे? पाटीवर, टेबलावर, पाटीखाली, टेबलाखाली.	• वर–खाली ओळखतात. • वर–खाली हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.
डावे-उजवे				
१) डावीकडील–उजवीकडील वस्तू ओळखता येणे. २) उभे राहण्याच्या दिशेनुसार डावी–उजवी बदलते, हा अनुभव देणे.		• शिक्षक व मुले फळ्यासमोर तोंड करून उभे राहणे. • डावा हात, उजवा हात ओळख करून देणे. – हा माझा डावा हात. – हा माझा उजवा हात. – डावा हात डोक्यावर. – उजवा हात डोक्यावर. • प्रश्न विचारणे. • वरील कृतीतून वस्तूंची नावे चारही दिशांकडे तोंड करून दाखवणे.	• तुझ्या डावीकडे कोण आहे? तुझ्या उजवीकडे कोण आहे? तुझ्या डावीकडील वस्तू सांग. तुझ्या उजवीकडील वस्तू सांग.	• डावा–उजवा ओळखतात. • डावीकडील–उजवीकडील वस्तू ओळखतात. • 'डावीकडे–उजवीकडे' हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात. • दिशा बदलून डावीकडील उजवीकडील वस्तू ओळखतात.

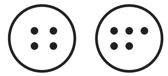
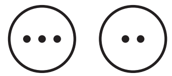
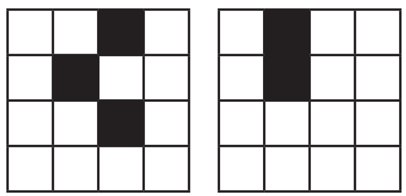
जवळ-दूर				
उद्दिष्टे	**साहित्य**	**कार्यपद्धती**	**चर्चेसाठी प्रश्न**	**अध्ययन निष्पत्ती**
१) जवळ–दूर संकल्पना समजणे. २) जवळ–दूर यावर तुलनात्मक विधान करता येणे.	जोडो ब्लॉक्स	• पाटीवर क्रमाने तीन विविध रंगांचे जोडो ब्लॉक्स ठेवणे. • प्रश्न विचारणे. • मुलांना आडव्या रांगेत, उभ्या रांगेत बसवणे. • जवळ–दूर यावर गोष्ट सांगण्यास सांगणे. • प्रश्न विचारणे. • जवळ–दूर यावर गोष्ट सांगण्यास सांगणे.	• निळ्या रंगाच्या ठोकळ्या जवळ कोणता ठोकळा आहे? • हिरव्या रंगाचा ठोकळा कोठे आहे? • कुणालच्या जवळ कोण आहे? निशाच्या सर्वांत जवळ कोण आहे? • दरवाजापासून दूर कोण आहे?	• जवळ–दूर ओळखतात. • जवळ–दूर हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.
आत-बाहेर				
१) आत–बाहेर संकल्पना समजणे. २) आत–बाहेर यावर तुलनात्मक विधान करता येणे.	जोडो ब्लॉक्स, सुटे ठोकळे, बाटली पाण्यासह, बाटली पाण्याविना	• बाटलीत सुटे ठोकळे टाकण्यास सांगणे. • पुन्हा सुटे बाहेर काढण्यास सांगणे. • वस्तूवर, परिसरावर आधारित प्रश्न विचारणे. • आत–बाहेर यावर गोष्ट सांगण्यास सांगणे.	• बाटलीच्या आत काय आहे? • सुटे ठोकळे कोठे आहेत? आत बाहेर. • आपण सर्वजण आता कोठे बसलो आहोत? • वर्गाच्या बाहेर काय काय आहे?	• आत–बाहेर ओळखतात. • आत–बाहेर हे शब्द वापरून गोष्ट सांगतात.

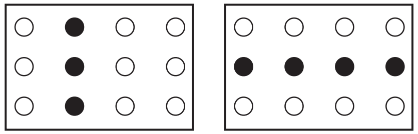
(३) संख्याज्ञान

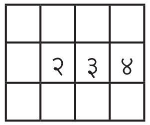
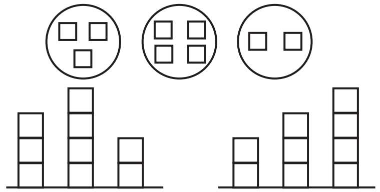
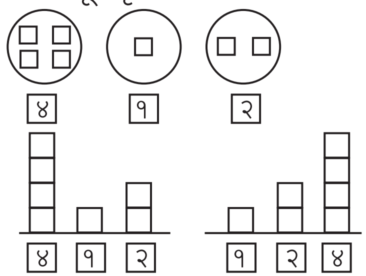
संबोध : १ ते ५ संख्यांची ओळख

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• १ ते ५ संख्यांची ओळख • गणिती भाषांचा परिचय करून देणे. • अंक व्यक्त करण्याची माध्यमे समजून घेणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे ठोकळे, मॅथमॅट, आईस्क्रिमच्या काड्या, स्ट्रॉ, चौकटवही, १ ते ५ ची उभी व आडवी संख्यापट्टी, १ ते ५ अंककार्डे	• गणिती भाषा शिक्षकांकडून काढून घेणे. (हे फक्त शिक्षकांसाठी) • मुलांना अंकलिपी माहीत नाही मला तीन दाखवा, असे विचारायचे आणि कसे कसे दाखविणार असा प्रश्न विचारून गणिती भाषा काढून घेणे. • एक गट उभा करणे. मला तुम्ही वेगवेगळ्या पद्धतीने ३ दाखवा. • प्रत्येक भाषेतून तीन काढून घेणे. १) वस्तूभाषा – ३ ठोकळे दाखविणे. २) चित्रभाषा –  चित्र दाखविणे. ३) कृतिभाषा – ३ उड्या मारणे. ४) ध्वनीभाषा – ३ टाळ्या/३ चुटक्या ५) बोटांची भाषा – ३ बोटे दाखविणे. ६) चलन भाषा – ३ रुपये (१ रु.च्या ३ नोटा) ७) गोष्ट भाषा – ३ ची गोष्ट सांगणे. ८) अंक भाषा – ३ वस्तू मांडून त्यासमोर ३ चे अंककार्ड ठेवणे. ९) अंक लेखन – ज्या क्रमाने अंक ओळख घेतली त्या क्रमाने अंक लेखन घेणे. रांगोळी, धूळपाटी, बिंदू जोडून गिरवणे.	• अंक माहीत नाहीत आणि मला तीन दाखवा, कसे कसे दाखविणार? • अंक लेखनाबाबत शिक्षकाने काय काळजी घ्यावी?	• विविध भाषांच्या परिचयातून १ ते ५ अंक ओळखतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• हातात वस्तू घेऊन प्रत्येकाकडून त्यावर गोष्ट तयार करून घेणे. माझ्याजवळ ४ चॉकलेट आहेत. आईने मला ४ रुपये दिले. दादाकडे ४ वह्या आहेत. आमच्या बागेत ४ झाडे आहेत. इत्यादी. • मॅथमॅटवर काम करून घेणे.  • बौद्धिक उड्या – मॅथमॅटवर विविध आकार करून दाखविणे. • मणीमाळेवर क्रमाने मणी सरकवणे व अंक म्हणणे. • गाडी जोडणे – १ ते ५ अंक व चित्रे असलेली गाडी जोडून दाखविणे. प्रथम बाणाची खूण व शेवटी स्माईली येईल अशा पद्धतीने गाडी जोडणे. 	• १ ते ५ अंकांची गोष्ट तयार करण्याचा सराव का द्यावा? • १ ते ५ संख्यांचा क्रम कसा घ्यावा?	• १ ते ५ पर्यंतच्या अंकांवर कृती करतात. • १ ते ५ अंकांचा वापर करून वस्तू मोजतात. • १ ते ५ अंक ओळखतात.

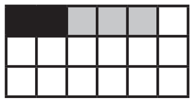
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• पेक्षा लहान–पेक्षा मोठा संबंध जाणून घेणे.	जोडो ब्लॉक, मॅथमॅट (जाळी), चौकटवही, मणी, बिया, शिंपले, काड्या	• कोणतीही प्रतिमा न वापरता पेक्षा लहान, पेक्षा मोठा असाच शब्द वापरणे. • प्रत्यक्ष मणी/बिया दोन गटात ठेवणे. एका गटात बिया पसरून ठेवणे व दुसऱ्या गटात जवळ–जवळ ठेवणे.  नंतर दोन गटातील बियांची एकास एक संगती लावून ४ पेक्षा ५ मोठा असे सांगणे.  ३ पेक्षा २ लहान	• निरीक्षणाने सराव करून घेता येईल का?	• प्रत्यक्ष वस्तू हाताळून वस्तूंची संख्या व पसरून ठेवलेली वस्तूंची मांडणी या दोन्ही बाबी स्वतंत्र आहेत हे सरावाने कळेल.
• कमी–जास्त वस्तू ओळखता येणे.	जोडो ब्लॉक, जाळी, सुटे दांडे चौकट वही, मणी, बिया, शिंपले, काड्या	• चौकट वहीवर चौकटी रंगवून सराव घेणे. • जाळीवरही सराव घेणे. • गटातील प्रत्येकाला सुटे ठोकळे घेण्यास सांगणे. नंतर जोड्या ठरवण्यास सांगणे. निरीक्षणाने कमी–जास्त ठरवण्यास सांगणे. • नंतर त्याच जोड्या एकास–एक संगती लावून कमी–जास्त ठरवणे. • चौकट वहीवर चौकटी रंगवून सराव घेणे.  चौकटी मोजून कमी–जास्त सांगणे. • जाळीवरही सराव घेणे.	• कोणाकडे कमी ठोकळे आहेत? • कोणाकडे जास्त ठोकळे आहेत?	• कमी–जास्त वस्तू ओळखतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• आधी–नंतर संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्या पट्टी, आडवी संख्यापट्टी, मणीमाळ	• जाळीवर रंगीत ब्लॉक लावून आधीचा व नंतरचा रंग सांगणे.  लालच्या आधीचा रंग कोणता? पिवळ्या नंतर कोणता रंग आहे? • चौकट वहीवर चौकटी रंगवून/अंक लिहून सराव घेणे. • उभी व आडवी संख्यापट्टी वापरून असा सराव घेणे. १ २ ३ ४ ५ १ | २ | ३ | ४ | ५	• विद्यार्थ्यांच्या भावविश्वातील आणखी कोणत्या घटना, 'आधी–नंतर' ही संकल्पना समजण्यास उपयोगी पडतील. उदा. आधी हात धुतील नंतर भात खातील. उदा. सोमवार नंतर मंगळवार येतो.	• आधी, नंतरचा अंक संख्या पट्टीवर मणी माळेवर दाखवतात.
• पुढे–मागे संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्या पट्टी, आडवी संख्यापट्टी	• मणीमाळेवर आधीचा नंतरचा मणी सराव घेणे. • आडवी संख्यापट्टी दाखवून ४ च्या पुढील संख्या व मागील संख्या सांगणे. १ | २ | ३ | ४ | ५ ४ च्या पुढील संख्या ५ ४ च्या मागील संख्या ३ १) १ ते ५ क्रमाने २) मागील संख्या ३) पुढील संख्या ४) मागील–पुढील संख्या.	• पुढे–मागे संकल्पना स्पष्ट होण्यासाठी आणखी कोणते अध्ययन–अनुभव देता येतील?	• १ ते ५ संख्या क्रमाने सांगतात. • दिलेल्या संख्येच्या मागील किंवा पुढील संख्या सांगतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• डावा–उजवा संकल्पना समजणे. • चढता–उतरता क्रम संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्यापट्टी, आडवी संख्यापट्टी जोडो ब्लॉक, संख्या कार्ड	• चौकट वहीत चौकटी रंगवून डावी–कडील रंग/अंक लिहून डावीकडील अंक, उजवीकडील अंक विचारणे.  तीनच्या डावीकडील अंक कोणता? तीनच्या उजवीकडील अंक कोणता? • जोडो ब्लॉक प्रथम स्वतंत्र घेऊन नंतर एकमेकांना जोडून दाखविणे. चढता क्रम लावणे.  • वरीलप्रमाणे उतरता क्रम घेणे. • नंतर संख्याकार्ड ठेवून कृती करून घेणे.  वरीलप्रमाणे उतरता क्रम घेणे. • प्रत्येक कृती घेताना गोष्ट घेणे अपेक्षित आहे. • एका कृतीवर प्रभुत्व आल्यावर दुसऱ्या कृतीकडे जाणे. • प्रत्येक कृती घेताना चौकट वही, जाळीचा वापर करणे अपेक्षित आहे. • १ ते ५ अंकांचा पुरेसा सराव झाल्यानंतर वरील कृती घेणे.	• 'उजवा–डावा' या संकल्पना स्पष्ट होण्यासाठी आणखी कोणत्या कृती करून घेता येतील? • चढता–उतरता क्रम संकल्पना स्पष्ट होण्यासाठी आणखी कोणते अध्ययन अनुभव देता येतील?	• संख्यापट्टीवरील एखाद्या संख्येच्या डावीकडील किंवा उजवीकडील अंक सांगतात. • १ ते ५ संख्यांमधील लहान मोठेपणा ओळखतात. • १ ते ५ पर्यंतचे अंक चढत्या व उतरत्या क्रमाने सांगतात.

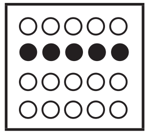
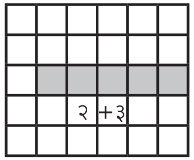
(४) बेरीज

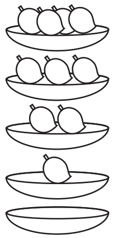
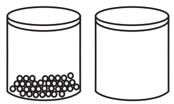
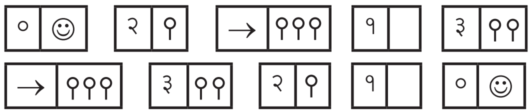
संबोध : १ ते ५ अंकांची बेरीज

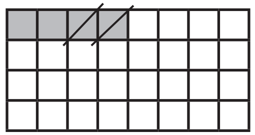
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• १ ते ५ ची अंकांची बेरीज करता येणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे दांडे, मणीमाळ, शिंपले, बिया, जाळी, चौकट वही	• गोष्ट – वस्तू दाखवून गोष्ट तयार करून घेणे. गोष्ट सांगण्यास सांगणे गोष्ट फळ्यावर लिहिणे, गोष्टरूपात मांडणी. माझ्याकडे २ लाडू होते. आईने मला ३ लाडू दिले. माझ्याकडे ५ लाडू झाले. (वरचे ब्लॉक उचलून खाली ठेवणे. चौकट वहीत वरील गोष्ट रंगवून घेणे. उदा. चौकटीसाठी दोन रंग वापरावे.) 		• १ ते ५ अंकांची बेरीज करतात. • १ ते ५ अंकांचा वापर करून वस्तू मोजतात.
		• ब्लॉकचे रंग समान नकोत. गोष्ट होणार नाही. आधी दोन होते. नंतर तीन दिले हे सांगण्यासाठी वेगळे रंग घेणे. (मूल बेरजेकडे नेण्यासाठी उपयोग होतो.) • मुलांना कल्पनेच्या जगात जायला आवडते. भातुकलीच्या खेळात अगदी काठीलासुद्धा ते बाहुली म्हणतात. त्यामुळे जोडो ब्लॉकला ते काहीही म्हणू शकतात. (लाडू, गोट्या इ.)	• दोन वेगळे रंग का?	• वस्तू वापरून ५ पर्यंतच्या संख्यांची बेरजांची रचना करतात. २ + ३ = ५
		१) मुले गोष्ट सांगताना शब्द न लिहिता फक्त अंक लिहितात. २ ३ ——— २ ३ ——— ५		• दैनंदिन जीवनातील ५ पर्यंतच्या संख्यांच्या बेरजेवर आधारित प्रश्न सोडवितात.

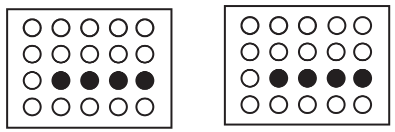
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती

		२) उभी मांडणी करता आली की चिन्हाची ओळख करून देणे. एकत्र करणे, मिसळणे, गोळा करणे व अधिक करणे म्हणजेच बेरीज करणे आणि '+' हे बेरजेचे चिन्ह आहे.
		३) चिन्हासहित पूर्ण उभी मांडणी करून बेरीज करणे.
		  २ □□ २
		+३ □□□ +३
		―――― ――――
		             ५ □□□□□
		४) आडवी मांडणी करून बेरीज करणे. येथे = (बरोबर) चिन्हाची ओळख करून देणे.
		२ + ३ = २ + ३ = ५
		□□ □□□ □□□□□
		५) आव्हानात्मक प्रश्न : ५ लाडू वेगवेगळ्या प्रकारे कसे देशील?
		१ + ४ = ५, २ + ३ = ५,
		१ + १ + १ + २ = ५,
		१ + २ + २ = ५,
		६) बेरजेच्या गाड्या जोडण्याचा सराव घेणे. एकदा का मूल कोणाचीही मदत न घेता गाडी जोडू लागले की त्या संबोधावर त्याने प्रभुत्व मिळविले असे समजण्यास हरकत नाही.
		[३ | ३+१] [५ | ☺] [२ | १+३] [→ | २+१] [४ | १+४]
		[→ | २+१] [३ | ३+१] [२ | १+३] [४ | १+४] [५ | ☺]
			• बोटांच्या आधारे बेरीज करून घेण्याचा सराव देता येईल का?	

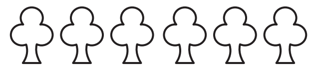
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• जाळीवर दोन वेगवेगळ्या रंगाचे ब्लॉक लावून बेरीज दाखविणे.  अशाप्रकारे २ + ३ = ५ • मणीमाळेवरही १ ते ५ बेरजेचा सराव घेणे. • चौकट वहीमध्येही चौकटी रंगवून बेरीज सराव घेणे. 		
संबोध : '०' ची ओळख				
• '०' ची ओळख होणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे दांडे, चिंचोके, बिया, मणी	• वस्तू आणि संख्याकार्ड मांडून एकेक वस्तू कमी करून अंक बदलणे. शेवटी काहीच नाही म्हणजेच शून्य आणि ते '०' असे लिहितात हे समजतात. ५ □□□□□ क्रमाक्रमाने एकेक वस्तू ४ □□□□ काढून घेणे. अंककार्ड ३ □□□□ बदलणे. २ □□ १ □ ०	• अजून कोणत्या प्रकारे '०' ची ओळख करून देता येईल?	• 'काहीच नाही' म्हणजे शून्य हे ओळखतो.

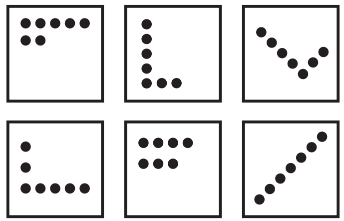
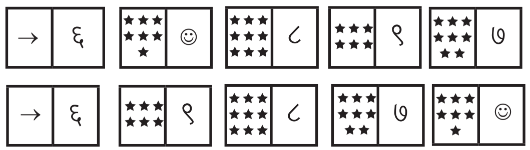
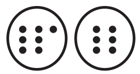
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• वस्तूच्या मांडणीनुसार गोष्ट तयार करण्यास सांगणे.  टोपलीत ४ आंबे होते. आईला १ दिला, बाबांना १ दिला, दादाला १ दिला, आजीला १ दिला आता टोपलीत किती आंबे राहिले? काहीच नाही म्हणजे शून्य आंबे असे '०' लिहिणे. • एका डब्यात खडे ठेवणे. एक डबा रिकामा ठेवणे. दोन्ही डब्याचा आवाज ऐकवून आवाज न येणाऱ्या डब्यात काहीच नाही म्हणजे शून्य सांगणे.  • गाड्या जोडून घेणे. 		• शून्य ही संकल्पना समजून घेतात.
(५) वजाबाकी				
संबोध : १ ते ५ अंकांची वजाबाकी				
• १ ते ५ अंकांची वजाबाकी करता येणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे दांडे, मणीमाळ, चिंचोके, मणी, शिंपले, चौकट वही, जाळी	• वस्तू दाखवून गोष्ट तयार करून घेणे. गोष्ट सांगण्यास सांगणे. गोष्ट रूपात फळ्यावर मांडणी करणे.	• वजाबाकीला सुरुवात करण्यापूर्वी शून्याची ओळख का करून द्यावी?	• १ ते ५ अंकांची वजाबाकी करतात.

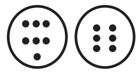
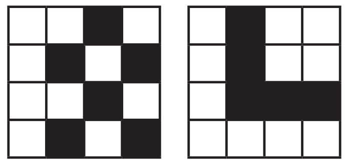
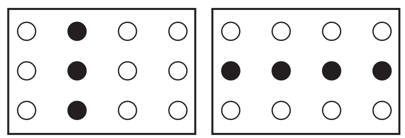
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		माझ्याजवळ ४ गुलाबाची फुले होती. त्यातील २ गुलाबाची फुले मैत्रिणीला दिली. आता माझ्याकडे २ गुलाबाची फुले शिल्लक राहिली. • वरील गोष्ट चौकटवहीत मांडून घेणे. चौकटी एका रंगाने रंगविणे व जितके कमी करायचे तेवढ्या चौकटीवर तिरपी रेघ काढणे.  • आता मुलांनी गोष्ट सांगताना शब्द न लिहिता फक्त अंक लिहिणे. ४ □□□□ २ $-$ ४ / २ / २ □□ • उभी मांडणी करता आली की चिन्हाची ओळख करून देणे. खाल्ली, वाटली, फुटली, पडली, हरवली, उडून गेली व शिल्लक राहिली म्हणजे वजा केली. '–' हे वजाबाकीचे चिन्ह आहे. एकास एक संगतीने वजाबाकी करता येते परंतु मोठ्या संख्येला मर्यादा येतात म्हणून दिलेल्या संख्येतून काढून घेणे. अशा पद्धतीने सराव घेणे. • चिन्हासहित पूर्ण उभी मांडणी करून वजाबाकी करणे. $-$ ४ □□□□ / २ $-$ ४ / २ / २ □□ • आडवी मांडणी करून वजाबाकी करणे. ४ – २ = ४ – २ = २ □□□□ □□	• वजाबाकी करताना साहित्य–मांडणीत मोठ्या अंकाच्याच जागेवर साहित्य का ठेवावे? • लहान अंकाच्या जागेवर अंककार्ड का ठेवावे?	• वस्तू वापरून ५ पर्यंतच्या संख्यांच्या वजाबाकीची रचना करतात. • दैनंदिन जीवनातील ५ पर्यंतच्या संख्यांच्या वजाबाकीवर आधारित प्रश्न सोडवितात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• आव्हानात्मक प्रश्न – लपविलेली संख्या – एका हातात ४ सुटे दांडे घेतले. त्यातील दांडे दुसऱ्या हातात लपविले. आता राहिले किती? मग लपविलेले दांडे किती? अशा पद्धतीने सराव घेणे. • वजाबाकीच्या गाड्या जोडण्याचा सराव घेणे. [२–१ | ३] [५–१ | २] [४–१ | ☺] [३–१ | १] [→ | ४] [→ | ४] [३–१ | २] [३–१ | १] [२–१ | ३] [४–१ | ☺] • जाळीवरही वजाबाकीच्या उदाहरणांचा सराव घेणे.  जाळीवर ४ ब्लॉक लावले होते. त्यातील दोन काढून घेतले. किती राहिले? • मणीमाळेवरही १ ते ५ संख्यांच्या वजाबाकीचा सराव घेणे. • काठिण्यपातळीचे प्रश्न – समीकरणाकडे वाटचाल. ५ – ३ = □ गोष्ट सांगून मांडणी. ५ – □ = २ करून घेणे. □ – ३ = २ वस्तूरूपाने वजाबाकी □ – □ = □ करून घेणे. • माझ्याकडे ४ पेन आहेत. त्यापैकी २ पेन मला आईने दिले. बाकीचे बाबांनी दिले तर बाबांनी किती पेन दिले? २ + □ = ४ • कितीमध्ये तीन मिळविले म्हणजे ५ होतील? □ + ३ = ५		

संबोध : ६ ते ९ संख्यांची ओळख

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• ६ ते ९ संख्यांची ओळख • गणिती भाषांचा परिचय करून देणे. • अंक व्यक्त करण्याची माध्यमे समजून घेणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे ठोकळे, मॅथमॅट, आईस्क्रिमच्या काड्या, स्ट्रॉ, चौकटवही, ६ ते ९ ची उभी व आडवी संख्यापट्टी. ६ ते ९ अंककार्डे	• एक गट उभा करणे. मला तुम्ही वेगवेगळ्या पद्धतीने ६ दाखवा. १) वस्तू भाषा – ६ ठोकळे दाखविणे. २) चित्र भाषा –  ३) कृती भाषा – ६ उड्या मारणे. ४) ध्वनी भाषा – ६ टाळ्या/६ चुटक्या ५) बोटांची भाषा – ६ बोटे दाखविणे. ६) चलन भाषा – ६ रुपये (१ रु.च्या ६ नोटा) ७) गोष्ट भाषा – ६ ची गोष्ट सांगणे. ८) अंक भाषा – ६ वस्तू मांडून त्यासमोर ६ चे अंककार्ड ठेवणे.		• विविध भाषांच्या परिचयातून ६ ते ९ अंक ओळखतात. • १ ते ९ अंकाचा वापर करून वस्तू मोजतात.
		• हातात वस्तू घेऊन प्रत्येकाकडून त्यावर गोष्ट तयार करून घेणे. माझ्याजवळ ७ गोट्या आहेत. आईने मला ७ रुपये दिले. दादाकडे ७ वह्या आहेत. आमच्या बागेत ७ झाडे आहेत. इत्यादी.	• ६ ते ९ अंकांची गोष्ट तयार करण्याचा सराव का द्यावा?	

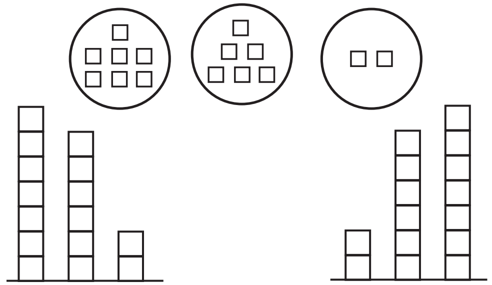
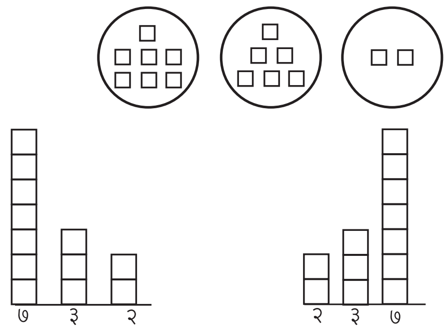
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• मॅथमॅटवर काम करून घेणे.  • बौद्धिक उड्या – मॅथमॅटवर विविध आकार करून दाखविणे. • मणीमाळेवर क्रमाने मणी सरकवणे व अंक म्हणणे. • गाडी जोडणे – ६ ते ९ अंक व चित्रे असलेली गाडी जोडून दाखविणे. प्रथम बाणाची खूण व शेवटी स्माईली येईल अशा पद्धतीने गाडी जोडणे.  		
• पेक्षा लहान–पेक्षा मोठा संबंध जाणून घेतो.	जोडो ब्लॉक, मॅथमॅट (जाळी), चौकटवही मणी, बिया, शिंपले, काड्या	• कोणतीही प्रतिमा न वापरता पेक्षा लहान, पेक्षा मोठा असाच शब्द वापरणे. • प्रत्यक्ष मणी/बिया दोन गटात ठेवणे. एका गटात बिया पसरून ठेवणे व दुसऱ्या गटात जवळ–जवळ ठेवणे.  नंतर दोन गटातील बियांची एकास एक संगती लावून ६ पेक्षा ७ मोठा असे सांगणे.		• प्रत्यक्ष वस्तू हाताळून वस्तूंची संख्या व पसरून ठेवलेली वस्तूंची मांडणी या दोन्ही बाबी स्वतंत्र आहेत हे सरावाने समजून घेतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		 ७ पेक्षा ६ लहान • चौकटी वहीवर चौकटी रंगवून सराव घेणे. • गणितीय जाळीवरही सराव घेणे.		
• कमी–जास्त वस्तू ओळखता येणे.	जोडो ब्लॉक, जाळी, सुटे दांडे चौकट वही, मणी, बिया, शिंपले, काड्या	• गटातील प्रत्येकाला सुटे ठोकळे घेण्यास सांगणे. नंतर जोड्या ठरवण्यास सांगणे. निरीक्षणाने कमी–जास्त ठरवण्यास सांगणे. • नंतर त्याच जोड्या एकास–एक संगती लावून कमी–जास्त ठरवणे. • चौकट वहीवर चौकटी रंगवून सराव घेणे.  चौकटी मोजून कमी–जास्त सांगणे. • गणितीय जाळीवरही असा सराव घेणे.	• कोणाकडे कमी ठोकळे आहेत? • कोणाकडे जास्त ठोकळे आहेत?	• कमी–जास्त वस्तू ओळखतात.
• आधी–नंतर संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्या पट्टी, आडवी संख्यापट्टी	• जाळीवर रंगीत ब्लॉक लावून आधीचा व नंतरचा रंग सांगणे.  लालच्या आधीचा रंग कोणता? पिवळ्या नंतर कोणता रंग आहे?		• दिलेल्या संख्येच्या आधीचा व नंतरचा अंक सांगतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• पुढे–मागे संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्या पट्टी, आडवी संख्यापट्टी	• चौकट वहीवर चौकटी रंगवून/अंक लिहून सराव घेणे. ६ / ७ / ८ / ९ / १० | ६ | ७ | ८ | ९ | १० | • आडवी संख्यापट्टी दाखवून ८ च्या पुढील संख्या व मागील संख्या सांगणे. | ६ | ७ | ८ | ९ | १० | ८ च्या पुढील संख्या ९ ८ च्या मागील संख्या ७ १) ६ ते ९ क्रमाने २) मागील संख्या ३) पुढील संख्या ४) मागील–पुढील संख्या.	• ७ च्या आधी कोणता अंक आहे? • ९ च्या नंतर कोणता अंक आहे?	

<table>
<tr><th>उद्दिष्टे</th><th>साहित्य</th><th>कार्यपद्धती</th><th>चर्चेसाठी प्रश्न</th><th>अध्ययन निष्पत्ती</th></tr>
<tr>
<td>• डावा–उजवा संकल्पना समजणे.

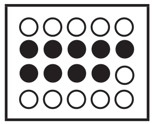
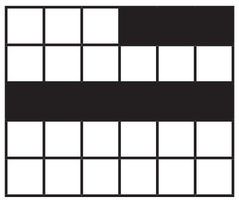
• चढता–उतरता क्रम संकल्पना समजणे.</td>
<td>जाळी, चौकट वही, उभी संख्या, आडवी संख्यापट्टी

जोडो ब्लॉक, संख्या कार्ड</td>
<td>• चौकट वहीत चौकटी रंगवून डावीकडील रंग/अंक लिहून डावीकडील अंक, उजवीकडील अंक विचारणे.
<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>६</td><td>७</td><td>८</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>
• प्रथम जोडो ब्लॉक स्वतंत्र घेऊन नंतर एकमेकांना जोडून दाखविणे. चढता क्रम लावणे.

• वरीलप्रमाणे उतरता क्रम घेणे.
• नंतर संख्याकार्ड ठेवून कृती करून घेणे.


त्यानंतर चढता–उतरता क्रम घेणे.
• प्रत्येक कृती घेताना गोष्ट घेणे अपेक्षित आहे.
• एका कृतीवर प्रभुत्व आल्यावर दुसऱ्या कृतीकडे जाणे.</td>
<td>• सातच्या डावीकडील अंक, सातच्या उजवीकडील अंक कोणता?

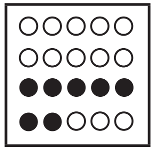
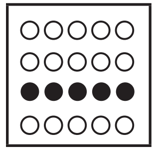
• जोडो ब्लॉक मोजून तयार झालेला क्रम सांगा ?
जसे – ७ ६ २</td>
<td>• ६ ते ९ पर्यंतच्या संख्या चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने मांडता येतात.</td>
</tr>
</table>

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• प्रत्येक कृती घेताना चौकट वही, जाळीचा वापर करणे अपेक्षित आहे. • ६ ते ९ अंकांचा पुरेसा सराव झाल्यानंतर वरील कृती घेणे.		
संबोध : ६ ते ९ अंकांची बेरीज				
• ६ ते ९ अंकांची बेरीज करता येणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे दांडे, मणीमाळ, शिंपले, बिया जाळी, चौकट वही.	• गोष्ट – वस्तू दाखवून गोष्ट तयार करून घेणे. गोष्ट सांगण्यास सांगणे. गोष्ट फळ्यावर लिहिणे, गोष्टरूपात मांडणी करून घेणे. माझ्याकडे ६ लाडू होते. □□□□□□ आईने मला ३ लाडू दिले. □□□ ――――― माझ्याकडे ९ लाडू झाले. □□□□□□ वरचे ब्लॉक उचलून खाली ठेवणे. १) मुले गोष्ट सांगताना शब्द न लिहिता फक्त अंक लिहिणे. २) चिन्हासहित पूर्ण उभी मांडणी करून बेरीज करणे. ६ □□□□□□ + ३ □□□ ――― ६ + ३ ――― ९ □□□□□□□□□ ३) आडवी मांडणी करून बेरीज करणे. ६ + ३ = □□□□□□ □□□ ६ + ३ = ९ □□□□□□	• बेरीज करताना विद्यार्थ्यांसमोर ९ वस्तूच का ठेवाव्यात?	• ६ ते ९ अंकांची बेरीज करता येते. • दैनंदिन जीवनातील ९ पर्यंतच्या संख्यांच्या बेरजेवर आधारित प्रश्न सोडवितात.

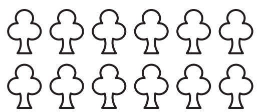
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		४) आव्हानात्मक प्रश्न – ९ लाडू वेगवेगळ्या प्रकारे कसे देशील? १ + ८ = ९, २ + ७ = ९, २ + २ + २ + ३ = ९, १ + ४ + ४ = ९, ५) बेरजेच्या गाड्या जोडण्याचा सराव घेणे. एकदा का मूल कोणाचीही मदत न घेता गाडी जोडू लागले की त्या संबोधावर त्याने प्रभुत्व मिळविले असे समजण्यास हरकत नाही. [७+२ | ६] [→ | ९] [५+१ | ८] [६+१ | ☺] [६+१ | ७] [→ | ९] [७+२ | ६] [५+१ | ८] [६+२ | ७] [६+१ | ☺] • जाळीवर दोन वेगवेगळ्या रंगाचे ब्लॉक लावून बेरीज दाखविणे.  अशाप्रकारे ६ + ३ = ९ • मणीमाळेवरही ६ ते ९ बेरजेचा सराव घेणे. • चौकट वहीमध्येही चौकटी रंगवून बेरीज सराव घेणे. 		

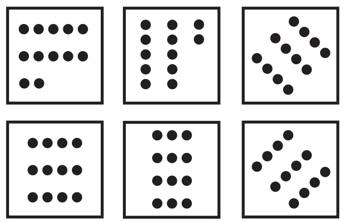
संबोध : ६ ते ९ अंकांची वजाबाकी				
उद्दिष्टे	**साहित्य**	**कार्यपद्धती**	**चर्चेसाठी प्रश्न**	**अध्ययन निष्पत्ती**
• ६ ते ९ अंकांची वजाबाकी करता येणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे दांडे, मणीमाळ, चिंचोके, मणी, शिंपले, चौकट वही, जाळी	• वस्तू दाखवून गोष्ट तयार करून घेणे. गोष्ट सांगण्यास सांगणे. गोष्ट रूपात फळ्यावर मांडणी करणे. माझ्याजवळ ७ गुलाबाची फुले होती. त्यातील २ गुलाबाची फुले मैत्रिणीला दिली. आता माझ्याकडे ५ गुलाबाची फुले शिल्लक राहिली. • आता मुलांनी गोष्ट सांगताना शब्द न लिहिता फक्त अंक लिहिणे. ७ □□□□□□□ ७ २ – २ ५ □□□□□ • चिन्हासहित पूर्ण उभी मांडणी करून वजाबाकी करणे. ७ □□□□□□□ ७ – २ – २ ५ □□□□□ • आडवी मांडणी करून वजाबाकी करणे. ७ – २ = ७ – २ = ५ □□□□□□□ □□ • आव्हानात्मक प्रश्न – लपविलेली संख्या – एका हातात ७ सुटे दांडे घेतले. त्यातील दांडे दुसऱ्या हातात लपविले. आता राहिले किती? मग लपविलेले दांडे किती? अशा पद्धतीने सराव घेणे. • वजाबाकीच्या गाड्या जोडण्याचा सराव घेणे.	• वजाबाकी करताना साहित्याची मांडणी करताना कोणती काळजी घ्यावी? का?	• ६ ते ९ अंकांची वजाबाकी करतात.

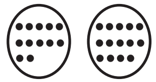
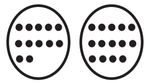
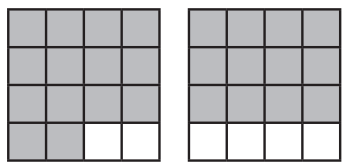
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती

		• जाळीवरही वजाबाकीच्या उदाहरणांचा सराव घेणे.
		 
		• मणीमाळेवरही ६ ते ९ संख्यांच्या वजाबाकीचा सराव घेणे.
		  ७
		– २
		―――
		  ५
		• काठिण्यपातळीचे प्रश्न – समीकरणाकडे वाटचाल.
		९ – ३ = □ गोष्ट सांगून मांडणी
		९ – □ = ६ करून घेणे.
		□ – ३ = ६ वस्तूरूपाने वजाबाकी
		□ – □ = □ करून घेणे.
		• माझ्याकडे ७ पेन आहेत. त्यापैकी २ पेन मला आईने दिले. बाकीचे बाबांनी दिले तर बाबांनी किती पेन दिले?
		२ + □ = ७
		• कितीमध्ये तीन मिळविले म्हणजे ९ होतील?
		□ + ३ = ९
			• जाळीवर ७ ब्लॉक लावले होते. त्यातील दोन काढून घेतले. किती राहिले?
			• बेरीज व वजाबाकी यामधील सहसंबंध कोणता?	

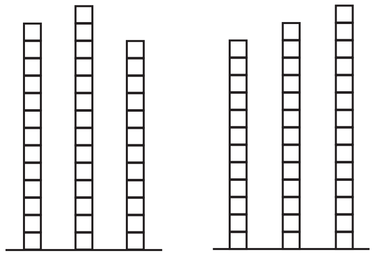
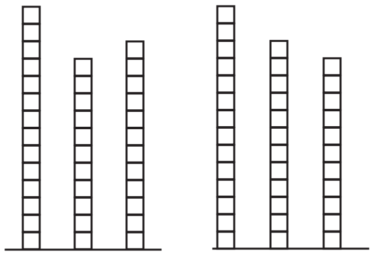
संबोध : १० ची ओळख (दशकाची ओळख)				
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• १० ची ओळख करून देणे.	नोटा, आईस्क्रिमच्या काड्या, सुटे दांडे, दशक दांडे	• १ ते ९ ची मांडणी (आकृतिबंध) १ □ २ □□ ३ □□□ ४ □□□□ ५ □□□□□ ६ □□□□□□ ७ □□□□□□□ ८ □□□□□□□□ ९ □□□□□□□□□ ९ मध्ये १ वाढवा. दशक | एकक १० आईस्क्रिम काड्यांचा १ गठ्ठा बांधणे. १ दशक • सुटे दांडे १० दाखवून १ दशकाचा दांडा □□□□□□□□□□ १० सुटे दांडे जुळविले की १ दशक दांडा तयार होतो.		• १० म्हणजे १ दशक ओळखतात

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• १ रुपयाच्या १० नोटा मग १० ची एक नोट चालते का? १ रु १ रु १ रु १ रु १ रु १ रु १ रु १ रु १ रु १ रु १० रु • १० ची बेरजेची कहाणी. • १० ची वजाबाकीची कहाणी. • मानवी संख्यामाळ घेणे. १० जण उभे करणे. १ ते १० अंक हातात देणे. मानवी संख्यामाळ तयार करणे. (एकमेकांच्या सहकार्याने काम करण्याची सवय लावणे.)		
संबोध : ११ ते १५ संख्यांची ओळख				
• ११ ते १५ संख्यांची ओळख करून देणे. • गणिती भाषांचा परिचय करून देणे. • अंक व्यक्त करण्याची माध्यमे समजून घेणे.	जोडो ब्लॉक, सुटे ठोकळे, मॅथमॅट, आईस्क्रिमच्या काड्या, स्ट्रॉ, चौकट वही, ११ ते १५ ची उभी व आडवी संख्या पट्टी, ११ ते १५ अंक कार्डे	• एक गट उभा करणे. मला तुम्ही वेगवेगळ्या पद्धतीने १२ दाखवा. १) वस्तू भाषा –१२ ठोकळे दाखविणे. २) चित्र भाषा –  ३) कृती भाषा – १२ उड्या मारणे. ४) ध्वनी भाषा – १२ टाळ्या/१२ चुटक्या वाजवणे.		• विविध भाषांच्या परिचयातून ११ ते १५ अंक ओळखतात.

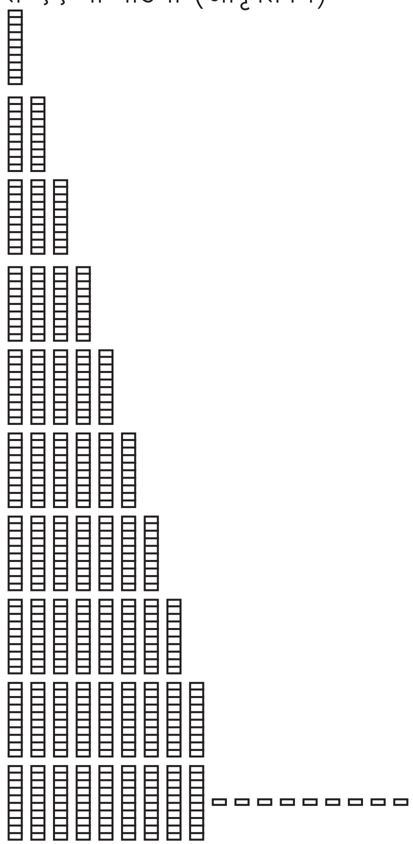
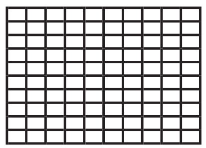
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		५) बोटांची भाषा – १२ बोटे दाखविणे. ६) चलन भाषा – १२ रुपये (१ रु. च्या १२ नोटा) ७) गोष्ट भाषा – १२ ची गोष्ट सांगणे. ८) अंक भाषा – १२ वस्तू मांडून त्यासमोर १२ चे अंक कार्ड ठेवणे. • हातात वस्तू घेऊन प्रत्येकाकडून त्यावर गोष्ट तयार करून घेणे. माझ्याजवळ १२ चॉकलेट आहेत. आईने मला १२ रुपये दिले. दादाकडे १२ वह्या आहेत. आमच्या बागेत १२ झाडे आहेत इ. • मॅथमॅटवर काम करून घेणे.  • बौद्धिक उड्या – मॅथमॅटवर विविध आकार करून दाखविणे. • मणीमाळेवर क्रमाने मणी सरकवणे व अंक म्हणणे.	• ११ ते १५ अंकांची गोष्ट तयार करण्याचा सराव का द्यावा? • ११ ते १५ संख्यांचा क्रम कसा घ्यावा?	• १ ते १५ पर्यंतच्या संख्यांवर कृती करतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• पेक्षा लहान–पेक्षा मोठा संबंध जाणून घेतो.	जोडो ब्लॉक, मॅथमॅट (जाळी), चौकट वही, मणी, बिया, शिंपले, काड्या	• कोणतीही प्रतिमा न वापरता पेक्षा लहान, पेक्षा मोठा असाच शब्द वापरायचा. • प्रत्यक्ष मणी/बिया दोन गटात ठेवतील. एका गटात बिया पसरून ठेवणे व दुसऱ्या गटात जवळ–जवळ ठेवतील.  नंतर दोन गटातील बियांची एकास एक संगती लावून १२ पेक्षा १४ मोठा असे सांगतील.  १४ पेक्षा १२ लहान • चौकट वहीवर चौकटी रंगवून असा सराव घेतील. • जाळीवरही सराव घेतील. • गटातील प्रत्येकाला सुटे ठोकळे घेण्यास सांगतात. नंतर जोड्या ठरवण्यास सांगतात. निरीक्षणाने कमी–जास्त ठरवण्यास सांगतात. • नंतर त्याच जोड्या एकास–एक संगती लावून कमी–जास्त ठरवतील. • चौकट वहीवर चौकटी रंगवून सराव घेणे.  चौकटी मोजून कमी–जास्त सांगतील. • जाळीवरही असा सराव घेता येईल.	• कोणाकडे कमी ठोकळे आहेत? • कोणाकडे जास्त ठोकळे आहेत?	• प्रत्यक्ष वस्तू हाताळून वस्तूंची संख्या व पसरून ठेवलेली वस्तूंची मांडणी या दोन्ही बाबी स्वतंत्र आहेत हे सरावाने समजून घेतात. • कमी–जास्त वस्तू ओळखतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• पुढे–मागे संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्या पट्टी, आडवी संख्या पट्टी	• उभी व आडवी संख्या पट्टी वापरून असा सराव घेणे. उभी पट्टी: ११ / १२ / १३ / १४ / १५ आडवी पट्टी: ११ | १२ | १३ | १४ | १५ • आडवी संख्यापट्टी दाखवून १४ च्या पुढील संख्या व मागील संख्या सांगणे. ११ | १२ | १३ | १४ | १५ १४ च्या पुढील संख्या १५ १४ च्या मागील संख्या १३ १) ११ ते १५ क्रमाने २) मागील संख्या ३) पुढील संख्या ४) मागील–पुढील संख्या.		
• डावी–उजवी संकल्पना समजणे.	जाळी, चौकट वही, उभी संख्या पट्टी, आडवी संख्या पट्टी	• चौकट वहीत चौकटी रंगवून डावीकडील रंग/ अंक लिहून डावीकडील अंक, उजवीकडील अंक विचारणे. चौकट (३ × ४), मधल्या ओळीत: रिकामी | १२ | १३ | १४ तेराच्या डावीकडील अंक, तेराच्या उजवीकडील अंक कोणता ?		

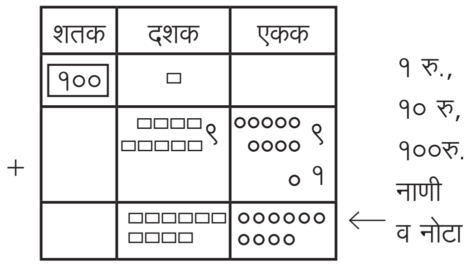
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• चढता–उतरता क्रम संकल्पना समजणे.	जोडो ब्लॉक, संख्या कार्ड	• जोडो ब्लॉक प्रथम स्वतंत्र घेऊन नंतर एकमेकांना जोडून दाखविणे. चढता क्रम लावणे.  • वरीलप्रमाणे उतरता क्रम घेणे. • नंतर संख्याकार्ड ठेवून कृती करून घेणे.  त्यानंतर चढता–उतरता क्रम घेणे. • प्रत्येक कृती घेताना गोष्ट घेणे अपेक्षित. • एका कृतीवर प्रभुत्व आल्यावर दुसऱ्या कृतीकडे जाणे. • प्रत्येक कृती घेताना चौकट वही, जाळीचा वापर करणे अपेक्षित. • ११ ते १५ अंकांचा पुरेसा सराव झाल्यानंतर वरील कृती घेणे. • ११ ते १५ अंकांची ओळख झाल्यानंतर ११ ते १५ अंकांची बेरीज–वजाबाकी घेणे. • वरील पद्धतीप्रमाणेच १६ ते २० पर्यंतच्या अंकांची ओळख झाल्यानंतर बेरीज, वजाबाकी घेणे.		

संबोध : १०० ची ओळख (शतकाची ओळख)

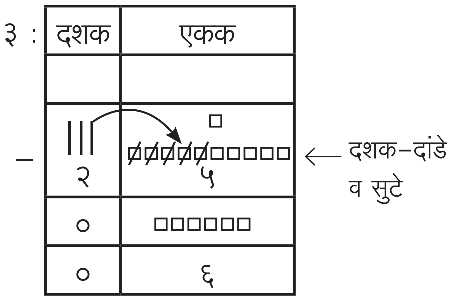
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• १०० ची ओळख करून देणे.	नोटा, आईस्क्रिमच्या काड्या, सुटे दांडे, दशकदांडे व शतक पाटी	• १० ते ९९ ची मांडणी (आकृतिबंध) १०, २०, ३०, ४०, ५०, ६०, ७०, ८०, ९०, ९९  • ९९ मध्ये १ वाढवा. १० दशकदांडे एकत्र जुळवा.  १ शतक तयार होईल. सुटे १० दशकदांडे दाखवून १ शतक पाटी दाखवा.	• १०० ची ओळख आणखी कोणत्याप्रकारे करून देता येईल?	• १०० म्हणजे १ शतक ओळखतात.

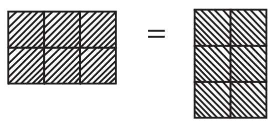
संबोध : बेरीज

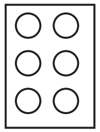
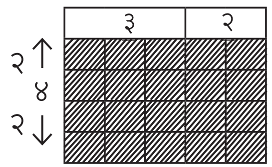
उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• बिनहातच्याची बेरीज करता येणे. • बेरजेवर आधारित शाब्दिक उदाहरणे सोडविता येणे.	आईस्क्रिम काड्या, रबर, दशकदांडे, सुटे, मणीमाळ, मणी, अंक कार्डे, नोटा–नाणी, गणितीय जाळी, जोडो ब्लॉक्स	• शिक्षक विद्यार्थ्यांना बेरजेची गोष्ट तयार करण्यास सांगतील. ही गोष्ट शिक्षक फळ्यावर लिहितील. विद्यार्थी या अंकाची मांडणी गटात करतील. **उदा.** : सोनलकडे २४ बोरे होती. राजूकडे ३२ बोरे होती. दोघांकडे मिळून किती बोरे झाली? (प्रत्येक गटात वेगवेगळी गोष्ट वेगवेगळ्या अंकांसह असावी.) दशक | एकक || २ | □□□□ ४ ← सुटे व दशकदांडे ठेवतील. + ||| ३ | □□ २ ||||| | □□□□□□ ५ | ६ उत्तराच्या ठिकाणी सुटे व दशकदांडे एकत्र करून ठेवतील. तयार होणारी संख्या विचारून संख्या कार्ड ठेवण्यास सांगतील. (गटनिहाय विविध) • हे उदाहरण साहित्याच्या मदतीने सोडवत विद्यार्थी गटात असताना शिक्षक निरीक्षण करतील. • उर्वरित साहित्याच्या आधारे बेरजेचे उदाहरण कसे सोडवता येईल? याचे सादरीकरण घेतील. (प्रत्येक गटास वेगवेगळे साहित्य असेल.) (नोटांवर उदाहरण सोडविताना गटातील एक विद्यार्थी खजिनदार असेल.)	१) सुटे व दशकदांडे न वापरता उर्वरित कोणकोणत्या साहित्याच्या मदतीने बेरजेची उदाहरणे सोडवता येतील? कशी? २) ९९ पर्यंत बेरीज येईल, अशा संख्यांच्या जोड्या सांगा. (गोष्टी रूपात) ३) उत्तरावरून संख्येच्या बेरजेची जोडी गोष्टीरूपात सांगा. **उदा.** मला ९८ रु. हवे आहेत. कसे द्याल? ४४ रुपये + ५४ रुपये ६६ रुपये + ३२ रुपये	• **इयत्ता : दुसरी** दैनंदिन जीवनातील बेरजेवर आधारित (दोन अंकी) प्रश्न सोडवितात. • **इयत्ता : तिसरी** ९९९ पेक्षा जास्त बेरीज होणार नाही, अशा दैनंदिन जीवनातील तीन अंकी संख्यांचे गट करून व गट न करता बेरीज करतात. • **इयत्ता : चौथी** पुढे मोजून किंवा मागे मोजून बेरीज ओळखतात. • **इयत्ता : पाचवी** १००० पेक्षा मोठ्या संख्यांवर स्थानिक किमती जाणून घेऊन मूलभूत अंकगणिती क्रिया करतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
• हातच्याची बेरीज करता येणे. • बेरजेवर आधारित शाब्दिक उदाहरणे सोडविता येणे.	आईस्क्रिम काड्या, रबर, दशक दांडे व सुटे, नोटा व नाणी, मणीमाळ, अंक कार्डे, गणितीय जाळी	• शिक्षक विद्यार्थ्यांना बेरजेची गोष्ट तयार करण्यास सांगतील. ही गोष्ट शिक्षक फळ्यावर लिहितील. उदाहरणातील अंकांची मांडणी फरशीवर/तीन पाट्यांचा वापर करून करतील. उदा. : माझ्याकडे ९९ रुपये होते. बाबांनी मला अजून १ रुपया दिला. आता माझ्याकडे एकूण किती रुपये झाले?  • साहित्याच्या मदतीने उदाहरण सोडवत असताना उत्तराच्या घरात सर्व नाणी व नोटा एकत्र करून दशक व शतकाची ओळख करून देतील. याचवेळी हातच्याची ओळख करून देतील. • गटनिहाय तयार झालेल्या बेरजेच्या गोष्टीची विविध उदाहरणे विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने गटात सोडवतील. • हीच उदाहरणे उर्वरित साहित्याच्या आधारे कशी सोडवता येतील, याचे सादरीकरण घेतील. (प्रत्येक गटास वेगवेगळे साहित्य असेल.)	१) नाणी व नोटांव्यतिरिक्त इतर कोणकोणत्या साहित्याच्या मदतीने हातच्याच्या बेरजेचे उदाहरण सोडवता येईल? कसे? २) ९९ पर्यंत बेरीज येईल, अशा हातच्याच्या बेरजेच्या जोड्या गोष्टीरूपात सांगा. ३) १ ते ९९ मधील संख्या वापरून हातच्याच्या बेरजेच्या जोड्या गोष्टीरूपात सांगा.	• समान तसेच वेगवेगळ्या किमतीच्या विविध नोटा – नाणी वापरून १०० रु. पर्यंतची रक्कम तयार करतात.

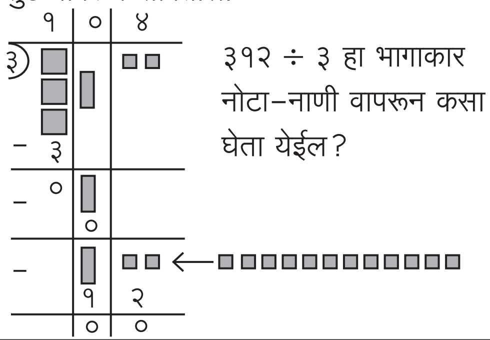
<table>
<tr><th colspan="5">संबोध : वजाबाकी</th></tr>
<tr><th>उद्दिष्टे</th><th>साहित्य</th><th>कार्यपद्धती</th><th>चर्चेसाठी प्रश्न</th><th>अध्ययन निष्पत्ती</th></tr>
<tr>
<td>• बिनहातच्याची वजाबाकी करता येणे.
• वजाबाकीवर आधारित शाब्दिक उदाहरणे सोडविता येणे.</td>
<td>आईस्क्रिम काड्या, रबर, दशकदांडे व सुटे, मणीमाळ, अंक कार्डे, नाणी व नोटा, गणितीय जाळी</td>
<td>• शिक्षक विद्यार्थ्यांना वजाबाकीची गोष्ट तयार करण्यास सांगतील. ही गोष्ट शिक्षक फळ्यावर लिहितील. उदाहरणातील अंकांची मांडणी पुढीलप्रमाणे फरशीवर/तीन पाटीवर करतील. उदा. :
पाटी क्र. १ : झाडाच्या फांदीवर २४ पक्षी बसले होते त्यांच्यापैकी ११ पक्षी उडून गेले झाडाच्या फांदीवर किती पक्षी उरले?
पाटी क्र. २ :
<table><tr><th></th><th>दशक</th><th>एकक</th></tr><tr><td></td><td>२</td><td>४</td></tr><tr><td>–</td><td>१</td><td>१</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>पाटी क्र. ३ :
<table><tr><th></th><th>दशक</th><th>एकक</th></tr><tr><td></td><td>||</td><td>□□□□</td></tr><tr><td>–</td><td>१</td><td>१</td></tr><tr><td></td><td>|</td><td>□□□</td></tr></table>← दशक दांडे व सुटे किंवा काड्यांचे गठ्ठे व सुट्या काड्या
एककाच्या वरच्या घरातील सुट्यातून १ सुटा कमी करून उरलेले ३ सुटे उत्तराच्या घरात ठेवतील. नंतर दशकाच्या वरच्या घरातील दशकदांड्यातून १ दशकदांडा कमी करून उरलेला १ दशकदांडा उत्तराच्या घरात ठेवतील. आलेले उत्तर १ दशक ३ सुटे म्हणजे १३ हे विद्यार्थ्यांना विचारतील.</td>
<td>१) आईस्क्रिमच्या काड्यांचे गठ्ठे व सुट्या काड्यांव्यतिरिक्त इतर कोणकोणत्या साहित्याच्या मदतीने बिनहातच्याच्या वजाबाकीचे उदाहरण सोडवता येईल?
२) वजाबाकीचे उदाहरण सोडविताना एकदाच साहित्य का मांडले गेले?
३) ९९ पर्यंत वजाबाकी येईल. अशा बिनहातच्याच्या वजाबाकीच्या जोड्या गोष्टीरूपात सांगा.
४) १ ते ९९ मधील संख्या वापरून बिनहातच्याच्या वजाबाकीची उदाहरणे गोष्टीरूपात सांगा.</td>
<td>• इयत्ता : दुसरी दैनंदिन जीवनातील वजाबाकीवर आधारित (दोन अंकी) प्रश्न सोडवितात.
• इयत्ता : तिसरी ९९९ पेक्षा जास्त वजाबाकी होणार नाही. अशा दैनंदिन जीवनातील तीन अंकी संख्यांचे गट करून व गट न करता वजाबाकी करतात.
• इयत्ता : चौथी पुढे मोजून किंवा मागे मोजून वजाबाकी ओळखतात.
• इयत्ता : पाचवी १००० पेक्षा मोठ्या संख्यांवर स्थानिक किमती जाणून घेऊन मूलभूत अंकगणिती क्रिया करतात.</td>
</tr>
</table>

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• गटनिहाय तयार झालेल्या वजाबाकीच्या गोष्टीची विविध उदाहरणे विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने गटात सोडवतील. • हीच उदाहरणे उर्वरित साहित्याच्या आधारे कशी सोडवता येतील, याचे सादरीकरण घेतील. (प्रत्येक गटास वेगवेगळे साहित्य असेल.)		
• हातच्याची वजाबाकी करता येणे. • वजाबाकीवर आधारित शाब्दिक उदाहरणे सोडविता येणे.	आईस्क्रिम काड्या, रबर, दशकदांडे व सुटे, नाणी व नोटा, मणीमाळ, अंककार्डे, गणितीय जाळी	• शिक्षक विद्यार्थ्यांना वजाबाकीची गोष्ट तयार करण्यास सांगतील. ही गोष्ट शिक्षक फळ्यावर लिहितील. उदाहरणातील अंकांची मांडणी पुढीलप्रमाणे फळ्यावर/तीन पाटीवर करतील. उदा. : पाटी क्र. १ : मीनलकडे ३१ पेन्सिली होत्या. तिने २५ पेन्सिली मुलांना वाटल्या. मीनलकडे किती पेन्सिली उरल्या? पाटी क्र. २ : (दशक | एकक) ३ १ − २ ५ पाटी क्र. ३ : 	१) दशकदांडे व सुटे या साहित्याच्या व्यतिरिक्त हातच्याच्या वजाबाकीचे उदाहरण इतर कोणकोणत्या साहित्याच्या मदतीने सोडवता येईल? २) (संबोध स्पष्ट होण्याच्या दृष्टीने) हातच्याच्या वजाबाकीचे उदाहरण सोडवताना कोणत्या साहित्यावर मर्यादा येऊ शकतात? कोणते साहित्य अधिक सुलभ ठरू शकते? ३) हातच्याची वजाबाकी सोडवताना दशक/शतक/हजार... सुटा करण्याची गरज का पडते?	• हातच्याची वजाबाकी करतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• एका सुट्यातून ५ देण्यासाठी दशकाच्या घरातील १ दशकदांडा सुटा करून एककात घेतल्यावर ११ सुटे होतात. त्यातून ५ दिल्यावर ६ उरले. दशकाच्या घरात २ दशक दांड्यातून २ दिल्यावर ० उरले. साहित्य रूपातील आलेले उत्तर विद्यार्थ्यांना विचारतील. • गटनिहाय तयार झालेल्या वजाबाकीच्या गोष्टीची विविध उदाहरणे विद्यार्थी साहित्याच्या मदतीने गटात सोडवतील व त्याचे सादरीकरण करतील.		
संबोध : गुणाकार				
• गुणाकार चिन्हांची ओळख होणे. • गुणाकाराचा नेमका अर्थ समजणे. • साहित्यरूपात गुणाकार मांडता येणे. • गुणाकारावर आधारित शाब्दिक उदाहरणे सोडवता येणे.	जोडो ब्लॉक मॅथमॅट (गणितीय जाळी), मणीमाळ, नाणी व नोटा आईस्क्रिम काड्या	• शिक्षक गुणाकाराची गोष्ट साहित्याच्या मदतीने सांगतील. उदा. मला आईने ३ लाडू दिले. बाबांनी पण ३ लाडू दिले. माझ्याकडे किती लाडू झाले? • ३ लाडू २ वेळा हेच दुसऱ्या भाषेत कसे लिहिता येईल. • ३ × २ = ६ • हेच उदाहरण चौकटीत रंगवून घेतील. 	१) गुणाकारासाठी वस्तूच्या वास्तवदर्शी किमतीचे महत्त्व काय? (फ्रीजचे उदाहरण) २) गुणाकार करताना नेमक्या कोणत्या साहित्यावर मर्यादा येतात? ३) मोठ्या संख्येचा गुणाकार करताना कोणते साहित्य प्रभावी ठरते? ४) पहिल्या २० अंकांसाठी चौकटवहीवर केलेला अधिक सराव अधिक फायदेशीर कसा ठरतो?	❍ **इयत्ता : तिसरी** दैनंदिन जीवनात वापरल्या जाणारे २, ३, ४, ५ आणि १० चा पाढा गुणाकार तक्त्यांचा वापर करून तयार करतात. ❍ **इयत्ता : चौथी** दोन अंकी व तीन अंकी संख्यांचा गुणाकार करतात.

<table>
<tr><th>उद्दिष्टे</th><th>साहित्य</th><th>कार्यपद्धती</th><th>चर्चेसाठी प्रश्न</th><th>अध्ययन निष्पत्ती</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>• गणितीय जाळीवर सराव घेतील.
 = ६
उदा. आईने ४ लाडू दिले.
बाबांनी ४ लाडू दिले.
दादाने ४ लाडू दिले.
हेच उदाहरण विद्यार्थ्यांकडून गटाप्रमाणे विविध साहित्याच्या आधारे सोडवून घेतील.
यानंतर
• चौकट वहीवर संख्यांचे भाग करून उदाहरण सोडवून दाखवतील.
उदा. २४ × ३०
२४ = २० + ४
३० = २० + १०
<table><tr><td></td><td>२०</td><td>४</td><td></td></tr><tr><td>२०</td><td>४००</td><td>८०</td><td></td></tr><tr><td>१०</td><td>२००</td><td>४०</td><td></td></tr><tr><td></td><td>६००</td><td>१२०</td><td>७२०</td></tr></table>उदा. ५ × ४
</td><td>• गुणाकार संबोधाचा सराव तुम्ही अजून कोणत्या प्रकारांनी घेऊ शकता?
• गुणाकार करण्याची नवीन पद्धत सांगू शकता का?
• आलेख कागदावर २४ × ३० कसा घ्याल?
• लॅटीस पद्धतीने गुणाकार करताना दशकाने/दशकाला गुणताना एकक स्थानच्या '०' चा नेमका अर्थ काय?
उदा.
  १२
× १२
———
  २४
+ १२०
———
  १४४</td><td>• दोन अंकी संख्यांचा गुणाकार करतात.</td></tr>
</table>

संबोध : भागाकार				
उद्दिष्टे	**साहित्य**	**कार्यपद्धती**	**चर्चेसाठी प्रश्न**	**अध्ययन निष्पत्ती**
• भागाकाराचे विविध अर्थ स्पष्ट होणे. → समान गट → समान वाटणी → पुन्हा पुन्हा वजाबाकी • भागाकाराची मांडणी साहित्यरूपात करता येणे. • भागाकाराची मांडणी प्रवाह तक्त्यात करता येणे. • मोठ्या रूपातील भागाकार पुन्हा पुन्हा वजाबाकीच्या रूपात करता येणे. • भागाकारावर आधारित शाब्दिक उदाहरणे तयार करून सोडविता येणे.	खडे, बिया, मणी, चिंचोके, सुटे दशकदांडे– शतक पाटी, सहस्रठोकळे, नाणी व नोटा गणितीय जाळी, जोडो ब्लॉक मणीमाळ	• समान वाटणीचा सराव साहित्याच्या मदतीने करतील. प्रश्न विचारतील. उदा. ६ लाडू ३ जणांना समान द्यायचे आहेत. कसे द्याल? १२ पेन्सिली ४ जणांना समान वाटा – • या वाटणीची मांडणी वहीत/फळ्यावर करतील. एकदम वाटणीने मांडणी २ ३) ६ – ६ ० किती जणांना समान वाटायचे) माझ्याकडे होते; प्रत्येकाला मिळाले; – वाटून संपले; उरले १–१ च्या वाटणीने मांडणी १+१ ३) ६ – ३ ३ – ३ ० ०२ ३) □□□□□□ – □□□□□□ ००	१) भागाकार करताना समान वाटणीचे महत्त्व काय? (चर्चा) २) दिलेल्या भाज्य संख्येच्या समान वाटणीसाठी साहित्याचा नेमका वापर कसा होतो? (प्रात्यक्षिक) ३) दैनंदिन व्यवहारात भागाकार कोठे कोठे येतो? (चर्चा) ४) भागाकार करताना कोणते साहित्य अधिक प्रभावी ठरते? कोणत्या साहित्याला मर्यादा येतात? ५) घरे आखून भागाकार करण्याचे महत्त्व.	**इयत्ता : तिसरी** समान गट/वाटणीच्या मदतीने भागाकार क्रियेचा अर्थ स्पष्ट करतात. पुन्हा पुन्हा वजाबाकीच्या क्रियेद्वारे भागाकाराचा अर्थ शोधून काढतात. **इयत्ता : चौथी** विविध पद्धती वापरून दोन संख्यांचा भागाकार करतात. चित्ररूपाने – ठिपके काढून समान गट करून पुन्हा पुन्हा वजाबाकी करून भागाकार व गुणाकार यातील परस्परसंबंध वापरून. **इयत्ता : पाचवी** मोठ्या संख्यांवर कृती करतात.

उद्दिष्टे	साहित्य	कार्यपद्धती	चर्चेसाठी प्रश्न	अध्ययन निष्पत्ती
		• नोटांचा वापर करून भागाकार करतील. उदा. ७५ रुपये २५ जणांना समान वाटायचे आहेत. ०३ २५)७५ □□□□□□□ −० (१० च्या ७ नोटा) ७५ ७ दशक सुटे केले. −७५ ७५ रुपये एकत्र झाले. ०० मग वाटणी केली. हाच भागाकार १–१ च्या वाटणीतून म्हणजेच पुन्हा पुन्हा वजाबाकी १+१+१→३ २५) ७५ − २५ ५० − २५ २५ − २५ ०० • ३१२ ÷ ३ हा भागाकार शतक पाटी, दशक दांडे व सुटे वापरून सांगतील.  ३१२ ÷ ३ हा भागाकार नोटा–नाणी वापरून कसा घेता येईल?		• बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार यांचा अंदाज करतात व विविध प्रकारांनी त्यांचा पडताळा घेतात. 'प्रमाणित' ओघतक्ता वापरून संख्येची फोड करून क्रिया करतात. उदा. २५) ९४५० ९००० ला २५ ने भागणे. ४०० ला २५ ने भागणे. ५० ला २५ ने भागणे. नंतर बेरीज करून उत्तर मिळवणे. • ७८६१ रुपये २५७ जणांना समान वाटायचे आहेत. भागाकाररूपात कसे कराल १–१ ने वाटणी कराल, १०–१० ने वाटणी कराल, २५७ चा पाढा तयार करून कराल? • मोठ्या रूपातील भागाकार सोडविताना पाढे पाठांतराच्या मर्यादा.

४. 'भागाकार' समजून घेताना....

भागाकार अर्थात साध्या सोप्या भाषेत सांगायचे तर सारखी वाटणी किंवा सारखे गट करणे होय. तरीही या संबोध स्पष्टतेत मुलांचा गोंधळ उडतो आणि ते भागाकाराचे उदाहरण सोडविताना चुका करतात. एकूणच मुलांच्या या चुकांचे स्वरूप लक्षात घेता भागाकार या संबोधाचे विविध अर्थ, त्या अर्थाने मुले करीत असलेला विचार, भागाकाराची उदाहरणे सोडविण्याच्या विविध रीती आणि त्यानुसार उदाहरणांची क्रमबद्धता प्रथम आपण समजून घेऊ या.

भागाकाराचे विविध अर्थ : मुलांना भागाकार शिकवण्यापूर्वी शिक्षकाला भागाकाराचे विविध अर्थ माहीत असणे गरजेचे आहे. त्यामुळे शिक्षकाने प्रत्येक अर्थानुसार क्रमबद्ध पद्धतीने भागाकाराची उदाहरणे घेऊन हा संबोध अधिक सोप्या पद्धतीने मुलांसमोर स्पष्ट करावा. यात मुलांना शाब्दिक उदाहरणाचा अधिक सराव दिल्यास मुलांचा गोंधळ होत नाही. त्या सोबतच शिक्षकांनी एक महत्त्वपूर्ण बाब लक्षात घ्यायला हवी की, प्रत्येक भागाकाराच्या उदाहरणातील शब्द रचनेत सुस्पष्टता असायला हवी. शब्दरचनेत केलेल्या थोड्याशा फरकामुळे भागाकाराच्या उदाहरणाचा अर्थ व त्यामुळे भागाकार प्रवाहतक्त्याची क्रियाही बदलू शकते.

१) समान वाटणी/विभागणी : दिलेल्या संख्येची अथवा वस्तूंची समान वाटणी करणे. यामध्ये किती वस्तू अथवा संचाची वाटणी करावयाची आहे ती संख्या व किती जणांना वाटायची आहे अथवा किती गटात विभागणी करावयाची आहे ही माहिती असते त्यावरून प्रत्येकास किती वस्तू मिळतील अथवा प्रत्येक गटास किती वस्तू मिळतील हे उत्तर काढावयाचे असते.

शाब्दिक उदाहरण :

१) १८ फुले ३ मुलींना समान वाटायची असल्यास प्रत्येक मुलीस किती फुले मिळतील?

२) २८ वह्यांचे ७ समान गठ्ठे करावयाचे असल्यास प्रत्येक गठ्ठ्यात किती वह्या असतील?

२) समान गट तयार करणे : दिलेल्या संख्येचे अथवा वस्तूंचे समान गट तयार करणे. यामध्ये किती वस्तू अथवा संचाची विभागणी करावयाची आहे ती वस्तू व किती वस्तूंचा एक गट/संच करावयाचा आहे ही माहिती असते त्यावरून एकूण किती गट/संच तयार होतील हे उत्तर काढावयाचे असते.

शाब्दिक उदाहरण

१) १८ फुले प्रत्येकी ६ प्रमाणे वाटल्यास किती मुलींना फुले मिळतील?

२) २८ वह्यांचे प्रत्येकी ४ प्रमाणे गठ्ठे करावयाचे असल्यास किती गठ्ठे तयार होतील?

३) पटीने तुलना : दोन गटांची, संख्येची अथवा वस्तूंची पटीने तुलना केलेली असते. यात दोन संख्यांपैकी एक संख्या व तिची दुसऱ्या संख्येशी असलेली पट दिलेली असते त्यावरून दुसरी संख्या काढावयाची असते किंवा दोन संख्या दिलेल्या असतात त्यावरून त्यांच्यातील पट काढायची असते.

शाब्दिक उदाहरण :

१) सचिनने काढलेल्या २४ धावा या राहुलच्या धावांच्या ३ पट आहेत तर राहुलने किती धावा काढल्या?
हेच उदाहरण दुसऱ्या पद्धतीने असेही विचारता येईल
१ ब) आज सचिनने २४ धावा काढल्या व राहुलने ८ धावा काढल्या तर सचिनने राहुलच्या कितीपट धावा काढल्या?

२) आईचे आजचे वय माझ्या आजच्या वयाच्या दुप्पट आहे. आईचे आजचे वय ४० असेल तर माझे वय किती?
२ ब) आज आईचे वय ४० आहे व माझे वय २० आहे तर आईचे वय माझ्या वयाच्या कितीपट आहे?

४) **दर :** वस्तू विनिमय, विक्री, खरेदी इत्यादींचा ठरावीक दर असल्यास त्या प्रकारची उदाहरणे या अर्थात समाविष्ट होतात. यात एकूण किंमत दिलेली असते. त्यासोबत वस्तूचा दर दिलेला असल्यास किती वस्तू येतील असा प्रश्न असतो किंवा दिलेल्या किमतीत किती वस्तू आल्या त्यावरून दर विचारलेला असतो.

शाब्दिक उदाहरणे :

१ अ) ४५ रुपयांना ९ पेन मिळतात तर एका पेनची किंमत किती?

ब) ५ रुपयाला एक पेन मिळते तर ४५ रुपयास किती पेन मिळतील?

२ अ) ८० रुपयाला ४ वह्या मिळतात तर एका वहीची किंमत किती?

ब) एका वहीची किंमत २० रुपये असल्यास ८० रुपयास किती वह्या मिळतील?

भागाकाराची उदाहरणे सोडविताना मुलांच्या विचारांची प्रक्रिया कशी असते?

- **थेट मोजणी करून भागाकार :** १० मणी ५ गटात सारखे वाटताना आधी गट करतात व नंतर एका गटातील वस्तूंची संख्या मोजतात किंवा १० मण्यांचे ५ असमान गट तयार करतात आणि त्यातील मण्यांची संख्या सारखी होईपर्यंत मणी या गटातून त्या गटात करतात.

  १६ लाडू आहेत एका मुलाला ४ लाडू या प्रमाणे दिले तर किती जणांना मिळतील? हे उदाहरण सोडवताना एकाला– तीन, अजून एकाला तीन अशी लाडू संपेपर्यंत वाटणी करतात.

  येथे मुले प्रत्यक्ष वाटणीचे गट बनविताना दिसतात मात्र ते आकडेमोड करताना ती गटाचा विचार न करता सुटे सुटे मणी किंवा लाडू मोजत आहेत.

- **पुन्हा पुन्हा वजाबाकी करून भागाकार :** ठरावीक टप्पा लक्षात घेऊन त्या टप्प्याने मागे मोजणे होय. उदा. वरील लाडूचे उदाहरण सोडवताना १६ मणी किंवा तत्सम वस्तू घेतात आणि १६, १२, ८, ४... संपले म्हणजे ४ गट झाले असे गटाने मणी किंवा तत्सम वस्तू संपेपर्यंत मागे मोजतात. हे करताना मुले केवळ उरलेले मणी किंवा तत्सम मोजत नसतात तर किती गट झाले याचाही विचार करतात.

- **पुन्हा पुन्हा बेरीज करून भागाकार :** लाडूचे उदाहरण सोडवताना मुले एकूण लाडूंच्या संख्येपासून (भाज्यापासून) सुरवात न करता प्रत्येकाला किती लाडू द्यायचे आहेत. (भाजकापासून) सुरुवात करून भाज्या इतक्या संख्येपर्यंत पोहचतात म्हणजे ४ (१ मूल), ८ (२ मुले), १२ (३ मुले), आणि १६ (४ मुले) अशी बेरीज करत भाज्य मिळवतात.

- **थेट भागाकार करणे :** यात मुले थेट पाढे वापरून प्रमाण रितीने भागाकार करतात.

भागाकाराच्या रितीची समज व अध्यापनातील क्रम आणि त्याची वैशिष्ट्ये : भागाकाराच्या रितीची समज विकसित होण्यासाठी काही क्रमबद्ध उदाहरणे दिली आहेत. प्रत्येक टप्प्यात उदाहरणे सोडवताना रितीसोबत अर्थानुसार शाब्दिक उदाहरणांचा समावेश असणे आवश्यक आहे. यात जर रीत शिकविण्याचा क्रम बदलला तर उदाहरणांचा क्रमही बदलेल हे लक्षात घ्यायला हवे

१) **एक अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे. नि:शेष भाग जाणारी म्हणजे बाकी ० उरणारी उदाहरणे –**
जसे : ९ ÷ ३, ८ ÷ २, ८ ÷ ४, ६ ÷ ३

२) **एक अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे. नि:शेष भाग न जाणारी म्हणजे बाकी उरणारी उदाहरणे –**
जसे : ५ ÷ २, ९ ÷ ४, ३ ÷ २, ७ ÷ ५

३) **दोन अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे –** दशक व एकक या दोन्ही स्थानात नि:शेष भाग जाईल अशी उदाहरणे
जसे : २४ ÷ २, ६४ ÷ २, ८४ ÷ ४, ५५ ÷ ५, ३६ ÷ ३

४) **दोन अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे** – दशक स्थानी बाकी राहून ती सुटी करून घ्यावी लागेल अशी उदाहरणे, (यात प्रथम ० बाकी उरणारी व नंतर बाकी उरणारी उदाहरणे घ्यावीत, त्यानंतर संमिश्र उदाहरणे घ्यावीत.)

जसे : ५६ ÷ ४, ४५ ÷ ३, ५२ ÷ ४, ५५ ÷ ४, ४६ ÷ ३

५) **एकक ० असल्यामुळे शून्याचा भाग लावण्याची उदाहरणे** –

जसे : २० ÷ २, ५० ÷ ५, ८० ÷ ४, ६० ÷ २,

६) **एकक ० असले तरी दशक स्थानी बाकी उरल्यामुळे ती सुटी करून एकक स्थानात भागाकार करावा लागेल अशी उदाहरणे** (यातही सुरुवातीस नि:शेष भाग जाणारी उदाहरणे घ्यावीत व त्यानंतर बाकी उरणारी व संमिश्र उदाहरणे घ्यावीत.)

जसे : ३० ÷ २, ६० ÷ ५, ४० ÷ ३, ८० ÷ ७

७) **तीन अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे** – एकक, दशक व शतक तिन्ही स्थानात नि:शेष भाग जाणारी उदाहरणे –

जसे : २४६ ÷ २, ३६९ ÷ ३, ४२८ ÷ २, ८४८ ÷ ४

८) **तीन अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागणे** – शतक स्थानी बाकी राहून ती सुटी (दशक) करून घेऊन भाग देणे. दशकात बाकी राहून ती सुटी करून घ्यावी लागेल अशी उदाहरणे –

जसे : ५३६ ÷ २, ४४४ ÷ ३, ८७५ ÷ ७

९) **तीन अंकी संख्येला एक अंकी संख्येने भागताना दशक स्थानात ० चा भाग लावून उरलेला भाग एकक स्थानात लावून करायची उदाहरणे** – (यातही सुरुवातीस नि:शेष भाग जाणारी उदाहरणे घ्यावीत व त्यानंतर बाकी उरणारी व संमिश्र उदाहरणे घ्यावीत.)

जसे : ४१६ ÷ ४, ८६४ ÷ ८, ५१० ÷ ५, ६३८ ÷ ६

या उदाहरणांचा क्रमाने सराव झाल्यास पुढे चार अंकी व पाच अंकी उदाहरणांचा सराव देताना वेळ लागत नाही. तसेच पाढा पाठ करून अथवा पाढा तयार करून दोन अंकी संख्येने भागण्याचा सराव देता येईल. जास्तीत जास्त शाब्दिक उदाहरणांचा सराव घेतल्यास भागाकाराची समज वाढण्यास सुलभ जाते.

◈◈◈

५. वेळापत्रक

दिवस – पहिला		
अ. क्र.	**वेळ**	**घटक**
१.	०९.३० ते १०.००	नोंदणी व परिचय
२.	१०.०० ते ११.००	पूर्व चाचणी व टिपणी
३.	११.०० ते ११.१५	**चहा**
४.	११.१५ ते १२.००	गणनपूर्व तयारी : पेक्षा लहान–पेक्षा मोठा, कमी–जास्त, आधी–नंतर, पुढे–मागे, डावा–उजवा.
५.	१२.०० ते ०१.३०	१ ते ५ अंकांची ओळख (कमी–जास्त, आधी–नंतर, पुढे–मागे, लहान–मोठा, डावा–उजवा, चढता–उतरता क्रम) १ ते ५ अंकांची बेरीज.
६.	०१.३० ते ०२.३०	**जेवण**
७.	०२.३० ते ०३.४५	शून्याची ओळख – १ ते ५ अंकांची वजाबाकी
८.	०३.४५ ते ०४.००	**चहा**
९.	०४.०० ते ०५.३०	६ ते ९ अंकांची ओळख (१ ते ५ प्रमाणे घेणे.) ६ ते ९ अंकांची बेरीज व वजाबाकी, दशकाची ओळख सुटे – बंदे रूप
दिवस – दुसरा		
१०.	०९.३० ते १०.००	११ ते १५ संख्यांची ओळख (१ ते ५ प्रमाणे घेणे.) ११ ते १५ संख्यांची बेरीज व वजाबाकी
११.	१०.०० ते ११.००	१६ ते २० संख्यांची ओळख (१ ते ५ प्रमाणे घेणे.) १६ ते २० संख्यांची बेरीज व वजाबाकी.
१२.	११.०० ते ११.१५	**चहा**
१३.	११.१५ ते १२.००	२१ ते ९९ संख्यांची ओळख (१ ते ५ प्रमाणे घेणे.) २१ ते ९९ संख्यांची बेरीज व वजाबाकी.
१४.	१२.०० ते ०१.३०	मणीमाळ, शतकाची ओळख
१५.	०१.३० ते ०२.३०	**जेवण**
१६.	०२.३० ते ०३.१५	बेरीज (हातच्याची)
१७.	०३.४५ ते ०४.००	**चहा**
१८.	४.०० ते ५.३०	वजाबाकी (हातच्याची)

दिवस – तिसरा		
अ. क्र.	**वेळ**	**घटक**
१.	०९.०० ते १०.००	गुणाकार – वस्तू घेऊन गोष्ट, बेरीजरूपात मांडणी, शब्दांत मांडणी, गुणाकार रूपात मांडणी.
२.	१०.०० ते ११.००	गुणाकार व उदाहरणे छोटे सराव, चौकटी वहीत मांडणी, उदाहरणाचे दोन भाग करणे, उदाहरणाचे चार भाग करणे.
३.	११.०० ते ११.१५	**चहा**
४.	११.१५ ते १२.००	भागाकार – भागाकारात दोन प्रकारे मांडणी, नोटांची वाटणी खजिनदारामार्फत.
५.	१२.०० ते ०१.३०	भागाकार सराव.
६.	०१.३० ते ०२.३०	**जेवण**
७.	०२.३० ते ०३.४५	उत्तर चाचणी
८.	०३.४५ ते ०४.००	**चहा**
९.	०४.०० ते ०५.३०	गटकार्य – पुढील नियोजन

१) वर्गांत गट तयार करणे, प्रत्येक गटामध्ये ६ व्यक्ती असाव्यात.

२) सुलभक संबोध स्पष्ट करणे. त्यामध्ये प्रत्येक गटातील प्रशिक्षणार्थी यांचा समावेश करून घेणे.

३) संख्याज्ञान व संख्यांवरील क्रिया यांची सुरुवात गोष्टीने करावी.

४) प्रत्येक टप्प्याच्या शेवटी साहित्यातील गाड्यांचा वापर करावा.

५) कार्डशीटवर बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार व भागाकार या संदर्भातील शब्द प्रशिक्षणार्थी यांचेकडून घ्यावेत.

◈◈◈

६. गणिती भाषा शब्द

गणिती भाषा

१	जास्त	२९	वाटणी	५७	वेळ	८५	जमा
२	कमी	३०	गट केले	५८	शिल्लक	८६	संपले
३	वर	३१	काढून टाकले	५९	एकूण	८७	गेले
४	खाली	३२	मिसळले	६०	समान	८८	माघारी आले
५	पुढचा	३३	एकत्र केले	६१	लांबी	८९	वाया गेले
६	मागचा	३४	उडाले	६२	रुंदी	९०	विकले
७	आधी	३५	पडले	६३	जाडी	९१	फरक
८	नंतर	३६	नासले	६४	वेळा	९२	तफावत
९	पेक्षा जास्त	३७	फेकले	६५	गती/स्थिरावला	९३	आणले
१०	पेक्षा कमी	३८	टाकले	६६	हलका	९४	ठेवले
११	जवळ	३९	मिळाले	६७	जड	९५	दोन्ही
१२	लांब	४०	नफा/फायदा	६८	समांतर/समान अंतरावर	९६	जेवढे
१३	उजवीकडे	४१	तोटा	६९	छेद	९७	तेवढे
१४	डावीकडे	४२	व्याज	७०	अंश	९८	वेगळे केले
१५	खोल/खोली	४३	पट	७१	पैकी	९९	मिळवले
१६	उंच/उंची	४४	समान भाग	७२	किती	१००	तितके
१७	बुटका	४५	वेग	७३	दिले	१०१	पूर्ण
१८	मोडले	४६	आखूड	७४	इतके	१०२	चतकोर
१९	अधिक	४७	खूप	७५	उरले	१०३	पासून पुढे
२०	अर्धा	४८	पाव	७६	पाऊण	१०४	पासून मागे
२१	सारखे	४९	थोडे/थोडा	७७	नुकसान	१०५	परतला
२२	लगतचा	५०	लगतचे	७८	समोर	१०६	खरेदी केला
२३	तुटले	५१	बाद झाले	७९	नुकसान	१०७	वगळले
२४	फुटला	५२	जळाला	८०	सांडला	१०८	पहिले
२५	इतक्यादा	५३	तितक्यादा	८१	नजिकचा	१०९	पूर्वी
२६	भेटले	५४	घाटा	८२	अगोदर	११०	अशासारखा
२७	महाग	५५	स्वस्त	८३	खाल्ले	१११	कुंपण
२८	थोरला	५६	धाकटा	८४	खर्च		

गणनपूर्व

१	लहान	४	बुटका/ठेंगणा	७	दूर	१०	कमी	१३	कितीने जास्त	१६	जाड
२	मोठा	५	आधी	८	जवळ	११	जास्त	१४	हलका	१७	पातळ
३	उंच	६	नंतर	९	ढकलणे	१२	कितीने कमी	१५	जड	१८	ओढणे

बेरीज				गुणाकार			
१	टाकले	१२	अजून	१	ओळी	९	जोड्या
२	आणले	१३	आणखी	२	रांगा	१०	टक्के
३	मिळाले	१४	जमा	३	रुपये	११	गटाची पुनरावृत्ती
४	मिसळले	१५	जेवढे	४	गट	१२	गुणणे
५	एकत्र केले	१६	तेवढे	५	पट		
६	एकूण	१७	घातले	६	टप्पा		
७	मिळून	१८	ओतले	७	किती वेळ		
८	सगळे	१९	भरले	८	एकवरून अधिकाची किंमत		
९	वाढले	२०	गोळा केले				
१०	एक गठ्ठा	२१	आख्खी				
११	संचय	२२	सामील				
वजाबाकी					**भागाकार**		
१	काढले	२१	वजनातील फरक	१	समान वाटले		
२	दिले	२२	गळाले	२	समान दिले		
३	खाली	२३	निघाले	३	समान मिळाले		
४	शिल्लक	२४	माघारी आले	४	समान भाग झाले		
५	राहिले	२५	वाया गेले	५	समान वाटा मिळाला		
६	पडले	२६	खराब झाले	६	समान गटात ठेवले		
७	उडाले	२७	नासले	७	समान मांडले		
८	हरवले	२८	विकले	८	समान तुकडे करणे		
९	संपले	२९	कितीने जास्त	९	समान हिस्सा		
१०	गेले	३०	कितीने कमी	१०	समान विभागणी		
११	खर्च	३१	फरक किती	११	समान संच करणे		
१२	कमी झाले	३२	भावातील तफावत				
१३	बाकी राहिले	३३	वेळेतील फरक				
१४	निघून गेले	३४	वयातील फरक				
१५	अंतरातील तफावत	३५	परत आले				
१६	बाजूला काढले	३६	उणे				
१७	घालवले	३७	खोडणे				
१८	उर्वरित	३८	परतावा				
१९	फेकून दिले	३९	दडवणे				
२०	संपवले	४०	बाकी				