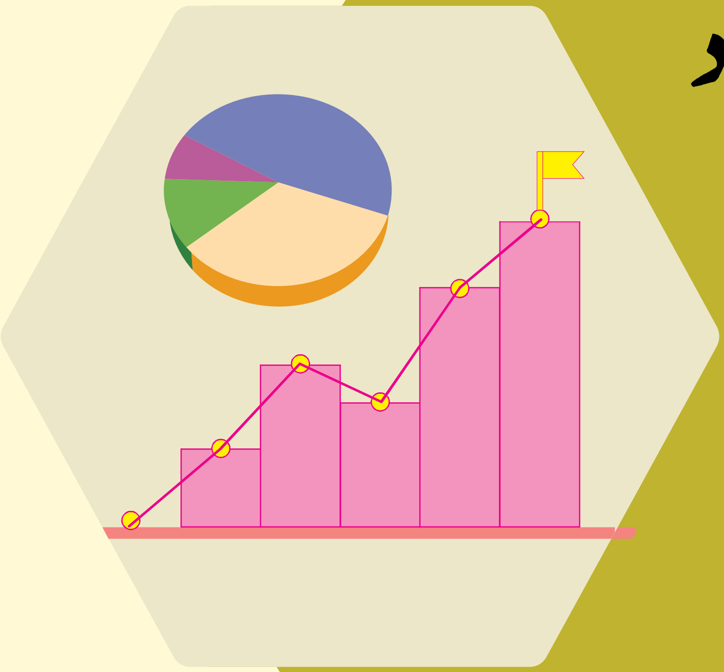
ضمنی امتحان کی تیاری کے لیے خصوصی مواد



جماعت : دسویں

Std. X

ریاضی (حصہ 1 اور 2)

Sub.: Mathematics (Part 1 and 2)

ज्ञानसेवा तु साफल्यम्

راجیہ شیکشنک سنشودھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے

ضمنی امتحان کی تیاری
کے لیے خصوصی مواد

جماعت : دسویں

Std. X

مضمون : ریاضی (حصہ 1 اور 2)

Sub.: Mathematics (Part 1 and 2)

راجیہ شیکشنک سنشودھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے

ضمنی امتحان کی تیاری کے لیے خصوصی مواد
ریاضی (حصہ 1 اور 2)، جماعت : دسویں

- **محرک :** شالیہ شکشن وکریڈا وِبھاگ، مہاراشٹر راجیہ۔
- **نشر واشاعت :** راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے۔
- **ترغیب**

محترمہ آئی۔اے۔کندن (آئی.اے.ایس.)، چیف سکریٹری، شالیہ شکشن وکریڈا وِبھاگ، منترالیہ، ممبئی۔

محترم پردیپ کمار ڈانگے (آئی.اے.ایس.)، راجیہ پرکلپ ڈائرکٹر، سمگر شکشا، مہاراشٹر پراتھمک شکشن پریشد، ممبئی۔

- **رہنمائی**

محترم سورج مانڈھرے (آئی.اے.ایس)، کمشنر (تعلیم)، مہاراشٹر ریاست، پونے۔

- **مدیر**

محترم راہل ریکھاوار (آئی.اے.ایس)، ڈائرکٹر، راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے۔

- **کارگزار مدیر**

ڈاکٹر شوبھا کھندارے، اسسٹنٹ ڈائرکٹر، راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے۔

- **معاون مدیر**

محترمہ جیوتی شندے، ڈپٹی ڈائرکٹر، شعبۂ زبان دانی، راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے

محترم ارون سانگولکر، وِبھاگ پرکھ، شعبۂ اُردو، راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے

- **ادارتی تعاون**

محترمہ ڈاکٹر بال منی نندلا، لیکچرار، شعبۂ اُردو، راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے

- **رابطہ کار اُردو**

محترم توصیف پرویز محمد مظفر، شعبۂ اُردو وقدر پیائی، راجیہ شیکشنک سنشو دھن و پرشکشن پریشد، مہاراشٹر، پونے

- **طبع اول :** مئی ۲۰۲۴ء
- **مالی تعاون :** مہاراشٹر پراتھمک شکشن پریشد، ممبئی
- **اُردو کمپوزنگ :** یسریٰ گرافکس، ۳۰۵، سوموار پیٹھ، پونے
- **طباعت :** رونا گرافکس، سینہہ گڑھ روڈ، پونے

- © جملہ حقوق بحق ناشر محفوظ

تعارف

دسویں اور بارہویں کے امتحانات طلبہ کے تعلیمی سفر کا ایک اہم مرحلہ تصور کیا جاتا ہے۔ کیونکہ دسویں اور بارہویں جماعت کے نتائج کے بعد ہی کیریئر کے انتخاب کی سمت کا تعین ہوتا ہے اور مزید اعلیٰ تعلیم کے لیے کس برانچ میں داخلہ لینا ہے۔ اس لیے دسویں کا نتیجہ طلبہ، اساتذہ، والدین اور اسکولوں کے نقطہ نظر سے انتہائی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔

اگر سیکنڈری اسکول سرٹیفکیٹ بورڈ (S.S.C. بورڈ) کے امتحان میں توقع کے مطابق اچھے نمبر نہیں آتے ہیں تو طلبہ کا اعتماد کم ہونا، ان میں ذہنی دباؤ، اعلیٰ تعلیم میں داخلے کے امکانات کم ہونے جیسے کئی مسائل کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ ایسے میں طلبہ سے براہ راست گفتگو کرکے، ضمنی امتحان کی تیاری کے لیے ضروری رہنمائی فراہم کرکے اور انھیں مزید تعلیم حاصل کرنے کی ترغیب دے کر حوصلہ بڑھانا ضروری ہو جاتا ہے۔

بورڈ آف سیکنڈری اسکول سرٹیفکیٹس کی طرف سے ہر سال طے شدہ شیڈول کے مطابق تحریری امتحان میں کامیابی کے ساتھ ساتھ وہ طلبہ جو ریاضی کے امتحان میں کم از کم پاسنگ نمبر حاصل نہیں کر سکے ان کے لیے ریاستی سطح پر ضمنی امتحان میں مطالعاتی مواد تیار کیا گیا ہے۔

مذکورہ اضافی مطالعاتی مواد بنانے میں ریاضی مضمون پڑھانے والے ماہر اساتذہ نے جو تشخیصی عمل میں پیش پیش ہوتے ہیں، اسے آسان، طلبہ کو سمجھ میں آئے اس طریقے سے تیار کیا ہے۔ بورڈ کے سابقہ سوالیہ پرچوں کا تجزیہ کرتے ہوئے، باب کے لحاظ سے مختلف سوالات کے اقسام مشق کے لیے دیے گئے ہیں۔ اس کتابچہ میں ہر باب کے اہم تصورات پر توجہ دی گئی ہے۔ مذکورہ مطالعہ کا مواد یقینی طور پر طے شدہ ضمنی امتحان میں کامیابی حاصل کرنے میں آپ کی مدد کرے گا۔

اہم مقاصد:

1) طلبہ کو بورڈ آف سرٹیفکیٹ ان سیکنڈری اسکول (S.S.C. بورڈ) کے امتحان کا اعتماد کے ساتھ سامنا کرنے کے لیے ضروری/ضمنی مطالعاتی مواد فراہم کرنا۔

2) بورڈ آف سیکنڈری اسکول سرٹیفکیٹ (SSC بورڈ) کے ضمنی امتحان میں 100 فی صد کامیابی حاصل کرنے کے لیے اضافی مطالعاتی مواد (اسٹڈی میٹریئل) کے ذریعے ضمنی امتحان کا سامنا کرنے والے طلبہ کی رہنمائی کرنا۔

3) سپلیمنٹری امتحان میں ریاضی میں زیادہ نمبر حاصل کرنے کے لیے طلبہ میں اُمنگ پیدا کرنا۔

4) ریاضی کے اہم تصورات کو سمجھنے میں آسانی پیدا کرنا۔

طلبہ کے لیے ہدایات:

1) مذکورہ اضافی مطالعاتی مواد کو ضمنی امتحان کی تیاری کے لیے استعمال کیا جانا چاہیے۔

2) اس کتاب میں دیے گئے اہم تصورات کو سمجھ کر مشق کریں۔

3) نمونہ سوالیہ پرچہ جوابات کے ساتھ دیا گیا ہے اور اس کی خوب مشق کریں۔

4) مشق کے لیے دیے گئے سوالات/ مثالوں کو بار بار حل کرنے کی کوشش کریں۔

5) مذکورہ مواد کا مطالعہ کرتے وقت اگر کوئی مسئلہ ہو تو استاد سے ضروری رہنمائی لی جائے۔

6) مذکورہ مواد کے استعمال کے متعلق اسکول کی منصوبہ بندی کو معلوم کریں کہ اس مواد کو کس طرح استعمال کیا جائے اور آن لائن سیشن میں شرکت کر کے معلومات حاصل کریں۔ جو طلبہ آن لائن سیشن میں شرکت کرنے سے قاصر ہیں وہ اسکول کے اساتذہ کی مدد لیں۔

(**نوٹ:** سبھی نے یاد رکھنا ہے کہ یہ مواد طلبہ کی مشق کے لیے تیار کیا گیا ہے اور ضروری نہیں کہ ضمنی امتحان میں اسی کتاب سے سوالات پوچھے جائیں۔)

فہرست

نمبر شمار	سبق	صفحہ نمبر
	حصہ - 1	
.1	دو متغیری خطی مساواتیں	1
.2	مربعی مساواتیں	10
.3	حسابی تصاعد	17
.4	معاشی منصوبہ بندی	25
.5	احتمال	29
.6	شماریات	35
	حصہ - 2	
.1	متشابہت	55
.2	فیثاغورث کا مسئلہ	66
.3	دائرہ	77
.4	ہندسی عمل	84
.5	محددی علم ہندسہ	94
.6	علمِ مثلث	100
.7	مساحت	115

حصہ - 1

1. دومتغیری خطی مساواتیں

آیئے، ذرایاد کریں۔

- **دومتغیروں میں خطی مساوات :**

1) جس مساوات میں دومتغیروں کا استعمال ہوتا ہے اور ہر متغیر کا درجہ ایک ہوتا ہے، اُس مساوات کو 'دومتغیری خطی مساواتیں' کہتے ہیں۔

2) **دومتغیری خطی مساوات کی عام صورت :** $ax + by + c = 0$ ہے۔ یہاں a, b, c حقیقی اعداد ہیں۔ a اور b بیک وقت صفر نہیں ہوتے۔

- **مشق اور عملی کام:**

1) مندرجہ ذیل میں کون سی مساوات دومتغیری خطی مساواتیں نہیں ہے؟

(A) $x + y = 4$ (B) $x - y = 4$ (C) $x^2 + y = 4$ (D) $x = 4y$

حل : (C) $x^2 + y = 4$ (متغیر x کا درجہ 2 ہے)

2) مساوات $3x = 4y - 12$ کو عام صورت میں لکھیے۔

حل : $3x - 4y + 12 = 0$ (عام صورت $ax + by + c = 0$ کا استعمال کرکے)

3) مساوات $x + y = 7$ کے کوئی دو حل لکھیے۔

حل : $(7, 0)$ $(0, 7)$ وغیرہ (کثیر جوابی)

- **ہمزاد خطی مساواتیں :**

1) جب دومتغیروں کی دو خطی مساواتوں کا بیک وقت خیال کرکے ان کا مشترک حل حاصل ہوتا ہے۔ ان مساواتوں کو **ہمزاد مساواتیں** کہتے ہیں۔

2) ہمزاد خطی مساواتیں مندرجہ ذیل میں سے کسی ایک طریقے سے حل کی جاسکتی ہیں۔

1) استبدال کا طریقہ
2) اخراج کا طریقہ
3) ترسیمی طریقہ
4) مربع قالب کا طریقہ

مشق اور عملی کام :

1) مساوات $2x + y = 9$ میں اگر $x = 3$ تب $y = ?$

(A) 6 (B) 5 (C) 3 (4) −4

حل : (C) 3

2) اگر $4x + 3y = 11$ اور $3x + 4y = 10$ تب $x - y = ?$

حل :

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 11 \\ -\ 3x + 4y = 10 \\ \hline x - y = 1 \end{array}$$

(مساوات کی تفریق کرنے پر)

3) مساوات $2x - y = 4$ میں اگر $y = 2$ تب x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مندرجہ ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔

حل : مساوات $2x - y = 4$ میں $y = \square$ رکھنے پر

$\therefore\ 2x - \square = 4$

$\therefore\ 2x = 4 + \square$

$\therefore\ x = \square$

4) مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات حل کیجیے۔

$x - y = 4$ اور $x + y = 6$

حل :

$$\begin{array}{rl} x + y = 6 & ......(I) \\ +\ x - y = 4 & ......(II) \\ \hline 2x\quad y = 10 & \end{array}$$

مساوات (I) اور (II) کو جمع کرنے پر

$\therefore\ x = 5$

$x = 5$ مساوات $x + y = 6$ میں رکھنے پر

$\therefore\ 5 + y = 6$

$\therefore\ y = 1$

$\therefore$ $x = 5$ ، $y = 1$ یہ مساوات کا حل ہے۔

5) مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتیں حل کیجیے۔

$2x - 3y = 9,\ 2x + y = 13$

حل : $2x - 3y = 9$......(I) $2x + y = 13$ ......(II)

مساوات (II) کو 3 سے ضرب کرنے پر

مساوات (I) اور (III) جمع کرنے پر

$$\begin{array}{rl} & 6x + 3y = 39 \ \text{......(III)} \\ + & 2x - 3y = 9 \ \text{......(I)} \\ \hline & 8x \quad = 48 \end{array}$$

$\therefore\ x = 6$

مساوات $2x + y = 13$ میں $x = 6$ رکھنے پر

$\therefore\ 2 \times 6 + y = 13$

$\therefore\ y = 13 - 12$

$\therefore\ x = 6$ ، $y = 1$ یہ مساوات کا حل ہے۔

6) اگر $15x + 17y = 21$ اور $17x + 15y = 11$ تب $x + y$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

• یک متغیری مساوات کو حل کرنے کا ترسیمی طریقہ :

1) دی گئی مساواتوں کی ترسیم بنائیے۔

2) دونوں ترسیم (خطوط) کے نقطۂ تقاطع کی نشان دہی کیجیے۔

• مشق اور عملی کام:

1) $4x + 5y = 19$ کی ترسیم کھینچنے کے لیے اگر $x = 1$ تب y کی قیمت معلوم کیجیے۔

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) −3

حل: (B) 3

2) $x + y = 3$ کا حل ترسیمی طریقے سے معلوم کرنے کے لیے جدول مکمل کیجیے۔

x	3	☐	☐
y	☐	5	3
(x, y)	(3, 0)	☐	(0, 3)

حل:

x	3	**− 2**	**0**
y	**0**	5	3
(x, y)	(3, 0)	**− 2, 5**	(0, 3)

3) $x - y = 4$ کا حل ترسیمی طریقے سے معلوم کرنے کے لیے جدول مکمل کیجیے۔

x	☐	− 1	0
y	0	☐	− 4
(x, y)	☐	☐	(0, − 4)

مربع قالب:

1) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ درجہ 2 کا مربع قالب ہے۔

2) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ مربع قالب کو عدد کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

(مربع قالب کی قیمت) $= (a \times d) - (b \times c)$

3) مربع قالب کا طریقہ (کرامر کا اُصول): کرامر کا اُصول استعمال کرنے کے لیے

مساوات کو $ax + by = c$ کی صورت میں لکھیے۔

D، D_x اور D_y مربع قالبوں کی قیمت معلوم کیجیے۔

$x = \frac{D_x}{D}$ اور $y = \frac{D_y}{D}$ کا استعمال کرکے x اور y کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

مشق اور عملی کام:

1) $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{vmatrix}$ مربع قالب کی قیمت معلوم کیجیے۔

(A) -1 (B) -4 (C) 41 (D) 1

حل: (D) 1

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{vmatrix} = (5 \times -4) - (-7 \times 3)$$
$$= -20 + 21$$
$$= 1$$

2) x اور y متغیر والی ہمزاد مساوات کے لیے $D_x = 49$، $D_y = -63$، $D = 7$، تب x کیا ہے؟

حل: ضابطہ کا استعمال کرکے،
$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{49}{7} = 7$$

3) مناسب اعداد سے خالی جگہ پُر کیجیے۔

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = \left(5 \times \boxed{}\right) - \left(\boxed{} \times 3\right)$$
$$\boxed{} - 21$$
$$\boxed{}$$

حل:
$$\left(5 \times \boxed{9}\right) - \left(\boxed{7} \times 3\right)$$
$$\boxed{45} - 21$$
$$\boxed{24}$$

4) $ax + by = c$ ، $mx + ny = d$ اور $an \neq bm$ تب ان ہمزاد مساواتوں کا حل ....

(A) صرف ایک حل ہوگا۔ (B) کوئی حل نہیں

(C) لامحدود حل (D) صرف دو حل

5) $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$ مربع قالب کی قیمت معلوم کیجیے۔

6) مربع قالب طریقے سے مساوات $x + y = 3 ; 3x - 2y - 4 = 0$ حل کرنے کے لیے D اور D_y کی قیمت معلوم کیجیے۔

7) مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات کو کرامر کے اُصول سے حل کیجیے۔

$3x - 4y = 10 ; 4x + 3y = 5$

حل:

$3x - 4y = 10 ; \ 4x + 3y = 5$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = (3 \times 3) - (-4 \times 4)$$

$= 9 + 16$

$= 25$

$$D_x = \begin{vmatrix} 10 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = (10 \times 3) - (-4 \times 5)$$

$= 30 + 20$

$= 50$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 10 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = (3 \times 5) - (10 \times 4)$$
$$= 15 - 40$$
$$= -25$$

کرامر کے اُصول کے مطابق

$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-25}{25} = -2$ اور $x = \frac{D_x}{D} = \frac{50}{25} = 2$

$\therefore$ $(x, y) = (2, -1)$ یہ مساواتوں کا حل ہے۔

8) مندرجہ ذیل مساوات کو کرامر کے اُصول کے مطابق حل کیجیے۔

$6x - 3y = -10\,;\;\; 3x + 5y - 8 = 0$

- **دو متغیری خطی مساواتوں کی تحویل کے قابل مساواتیں:**

دیے ہوئے متغیروں میں مناسب تبدیلی کر کے نئے متغیر فرض کیے جاسکتے ہیں۔ ان نئے متغیروں کا استعمال کر کے دی ہوئی مساواتوں کو خطی مساواتوں کی صورت میں لکھتے ہیں۔

- **مشق اور عملی کام:**

1) مندرجہ ذیل میں سے دو متغیر والی خطی مساوات کون سی ہے؟

(A) $2x^2 - y = 0$ (B) $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 8$

(C) $7xy - 2 = 0$ (D) $3x + 4y = 0$

حل: (D) $3x + 4y = 0$

2) مندرجہ ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{3y} = \frac{1}{6}\,; \qquad \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 0$$

حل: مساوات $\frac{2}{x} + \frac{2}{3y} = \frac{1}{6}$ کو $2\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{6}$ اس طرح لکھا جاسکتا ہے

اور مساوات $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 0$ کو $3\left(\frac{1}{x}\right) + 2\left(\frac{1}{y}\right) = 0$ اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$\frac{1}{x}$ کے بجائے 'm' اور $\frac{1}{y}$ کے بجائے 'n' رکھنے پر

مساوات $2m + \frac{2}{3}n = \frac{1}{6}$ کو 6 سے ضرب کرنے پر..

$12m + 4n = 1$ .... (I)

اور $3m + 2n = 0$ .... (II)

مساوات (II) کو 2 سے ضرب کرنے پر

$6m + 4n = 0$ .... (III)

$-12 + 4n = 1$ .... (I) (تفریق)

$-6m = -1$

$\therefore \; m = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6}$

$m = \frac{1}{6}$ مساوات (II) ... $3m + 2n = 0$ میں رکھنے پر

$3 = \left(\frac{1}{6}\right) + 2n = 0$

$\therefore \; 2n = -\frac{1}{4} = \frac{1}{y}$

$n = -\frac{1}{4}$

لیکن $m = -\frac{1}{x}$ اور $n = \frac{1}{y}$ اس لیے $\frac{1}{6} = \frac{1}{x}$ اور $-\frac{1}{4} = \frac{1}{y}$

$\therefore$ $x = 6$ اور $y = -4$ یا $(6, -4)$ ساواتوں کا حل ہیں۔

3) حل کیجیے : $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-1} = 2 \; ; \; \frac{6}{x-1} + \frac{3}{y-1} = 1$

- **ہمزاد مساواتوں کا اطلاق :**

دی گئی شرطوں کے مطابق متغیر طے کرنا اور خطی مساوات بنانا۔

- **مشق اور عملی کام :**

1) بیاض کی قیمت قلم کی قیمت سے دُگنا ہے۔اس بیان کو دو متغیری خطی مساوات کی صورت میں اس طرح لکھا جائے گا۔

(A) $x + y = 2$ (B) $x + 2 = y$ (C) $x - y = 2$ (D) $y = 2x$

حل: (D) $y = 2x$

2) ''دو اعداد کا مجموعہ 21 ہے۔'' دو متغیری ہمزاد مساوات بنائیے۔

حل : فرض کیجیے دو متغیر x اور y ہے۔

$$x + y = 21$$

3) ایک مستطیل کا احاطہ 40 سم ہے۔ مستطیل کی لمبائی اس کی چوڑائی کے دُگنا سے 2 زیادہ ہے۔ سرگرمی مکمل کیجیے۔

حل : فرض کیجیے مستطیل کی لمبائی x سم اور چوڑائی y سم ہے۔

پہلی شرط کے مطابق $2(x + y) = \square$ $x + y = \square$ .... (I)

دوسری شرط کے مطابق $x = 2y + \square$ $x - \square = 2$ .... (II)

❖❖❖

2. مربعی مساوات

آیئے، ذرا یاد کریں۔

1) **مربعی مساوات کی معیاری صورت :** $ax^2 + bx + c = 0$ (یہاں x ایک متغیر ہے، a، b، c حقیقی اعداد ہیں اور $a \neq 0$)

2) **مربعی مساوات کے جذر یا حل :** متغیر کی قیمت جن کے لیے دونوں مساوات کے طرفین برابر ہیں جنھیں مساوات کا جذر یا حل کہا جاتا ہے۔

3) **مربعی مساوات کو حل کرنے کے طریقے :**

1) اجزائے ضربی کا طریقہ 2) کامل مربع طریقہ 3) ضابطہ طریقہ

4) **مربعی مساوات کو حل کرنے کا ضابطہ :** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

5) **ممیّز :** $\Delta = b^2 - 4ac$

6) **مربعی مساوات کی جذروں کی نوعیت طے کرنا :**

i) اگر $\Delta = 0$ ہے تو مربعی مساوات کے جذر حقیقی اور مساوی ہوتے ہیں۔

ii) اگر $\Delta > 0$ ہے تو مربعی مساوات کے جذر حقیقی اور غیر مساوی ہوتے ہیں۔

iii) اگر $\Delta < 0$ ہے تو مربعی مساوات کے جذر حقیقی نہیں ہیں۔

7) **مربعی مساوات کے جذر اور جذروں کے درمیان تعلق :** اگر α اور β مساوات $ax^2 + bx + c = 0$ کے جذر ہوں تو

1) $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ 2) $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

8) **مربعی مساوات کے جذر دیے ہوئے ہوں تو مربعی مساوات حاصل کرنے کا ضابطہ :** $x^2 - [\alpha + \beta]\, x + \alpha\beta = 0$

مثالیں :

سوال 1 A) صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

1) مساوات $x^2 + mx - 5 = 0$ کے جذروں میں سے ایک جذر کی قیمت 2 ہو تو m کی قیمت ذیل میں سے کون سی ہوگی؟

(A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

حل: $x = 2$ رکھنے پر ...

$\therefore\ x^2 + mx - 5 = 0$

$\therefore\ (2)^2 + m \times 2 - 5 = 0$

$\therefore\ 4 + 2m - 5 = 0$

$\therefore\ 2m - 1 = 0$

$\therefore\ 2m = 1$

$\therefore\ m = \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ **جواب:** متبادل (C)

2) $x^2 + kx + k = 0$ کے جذر حقیقی اور مساوی ہوں تو k کی قیمت معلوم کیجیے۔

(A) 0 (B) 4 (C) 0 یا 4 (D) 2

حل:

$a = 1, b = k, c = k$

$\therefore\ \Delta = b^2 - 4ac = (k)^2 - 4 \times 1 \times k = k^2 - 4k$

لیکن جذر حقیقی اور مساوی ہوں تب ...

$\therefore\ \Delta = 0$

$\therefore\ k^2 - 4k = 0$

$\therefore\ k(k - 4) = 0$

$\therefore\ k = 0$ یا $k - 4 = 0$

$\therefore\ k = 0$ یا $k = 4$

$\therefore$ **جواب:** متبادل (C)

3) ذیل میں کون سا مربعی مساوات ہے؟

(A) $\dfrac{5}{x} - 3 = x^2$ (B) $x(x + 5) = 4$

(C) $n - 1 = 2n$ (D) $\dfrac{1}{x^2}(x + 2) = x$

4) درج ذیل مساواتوں میں سے کس مساوات کے جذروں کا مجموعہ 1 ہے؟

(A) $x^2 + x + 1 = 0$ (B) $3x^2 + x + 3 = 0$

(C) $3x^2 + 3x + 1 = 0$ (D) $3x^2 - 3x + 1 = 0$

سوال 1 (B) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) مساوات $x + \frac{1}{x} = -2$ مربعی مساوات ہے یا نہیں، طے کیجیے۔

$$x + \frac{1}{x} = -2$$

طرفین کو x سے ضرب کرنے پر

$$\therefore\ x \times x + x \times \frac{1}{x} = -2 \times x$$

$$\therefore\ x^2 + 1 = -2x$$

$$\therefore\ x^2 + 2x + 1 = 0$$

یہاں متغیر کا درجہ 2 ہے، اس لیے یہ مربعی مساوات ہے۔

2) مربعی مساوات $x^2 + 4x - 5 = 0$ کا حل $x = -1$ ہے یا نہیں، طے کیجیے۔

حل: $x = -1$ رکھنے پر

$$\text{LHS} = x^2 + 4x - 5$$

$$= (-1)^2 + 4 \times (-1) - 5$$

$$= 1 - 4 - 5$$

$$= -8$$

$$\text{RHS} = 0$$

$$\therefore\ \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

$\therefore$ $x = -1$ مساوات کا حل نہیں ہے۔

3) مساوات $(l + 2)\,(l - 5)$ کو $ax^2 + bx + c = 0$ کی صورت میں لکھیے۔

4) مساوات $y^2 = 2y - 7$ کے لیے a, b, c کی قیمت لکھیے۔

5) درج ذیل معلومات کی بنا پر ایک مربعی مساوات بنائیے۔

''ایک باغ میں کل 150 درخت ہیں۔ اس باغ میں اُفقی قطار کے درختوں کی تعداد، عمودی قطار کے درختوں کی تعداد 5 سے زیادہ ہے۔''

سوال 2) درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) مساوات $3x^2 + 2x - 1$ کے ممیّز کی قیمت معلوم کرنے کے لیے درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام: $3x^2 + 2x - 1$ کا موازنہ $ax^2 + bx + c = 0$ کے ساتھ کرنے پر...

$a = 3, b = 2, c = \boxed{}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (2)^2 - 4 \times 3 \times \boxed{}$

$= 4 + \boxed{}$

$\therefore \Delta = \boxed{}$

(2 مربعی مساوات $x^2 + 8x - 48 = 0$ کواجزائے ضربی کے طریقے سے حل کرنے کے لیے درج ذیل سرگرمی کو مکمل کیجیے۔

سرگرمی :

$x^2 + 8x - 48 = 0$

$x^2 + \boxed{}\, x - 4x - 48 = 0$

$\therefore\ x(x + 12) - 4(x + 12) = 0$

$\therefore\ (x + 12)\left(\qquad\right) = 0$

$\therefore\ \boxed{} = 0$ یا $x - 4 = 0$

$\therefore\ \boxed{} = 0$ یا $x = 4$

(3 مربعی مساوات کے ممیّز کی بنا پر جذروں کی نوعیت کا تعین کیجیے۔

$3x^2 + 5x - 4 = 0$

(4 α اور β مربعی مساوات $2x^2 + 6x - 5 = 0$ کے جذر ہیں تو $\alpha + \beta$ اور $\alpha\beta$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

(5 مربعی مساوات بنائیے جس کے جذر -7 اور 5 ہیں۔

6) درج ذیل مربعی مساوات کو اجزائے ضربی کے طریقے سے حل کیجیے۔

1) $3x^2 - x - 10 = 0$ 2) $9m^2 - 16 = 0$ 3) $3y^2 = 15y$

سوال 3) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) اگر $x = 5$ مربعی مساوات $kx - 14x - 5 = 0$ کا جذر ہے تو k کی قیمت معلوم کیجیے۔

سرگرمی : $x = 5$ رکھنے پر

$\therefore\ kx^2 - 14x - 5 = 0$

$\therefore\ k\boxed{}^2 - 14 \times \boxed{} - 5 = 0$

$\therefore\ \boxed{}\,k - 70 - 5 = 0$

$\therefore\ 25k = \boxed{}$

$\therefore\ k = \dfrac{75}{\boxed{}}$

$\therefore\ k = \boxed{}$

2) ضابطہ کا استعمال کر کے حل کیجیے۔ $5m^2 - 4m - 2 = 0$

3) کامل مربع کے طریقہ سے مربعی مساوات حل کیجیے۔ $3y^2 + 7y + 1 = 0$

4) دو مسلسل جفت طبعی اعداد کے مربعوں کا مجموعہ 244 ہے۔ وہ اعداد معلوم کیجیے۔

5) مستطیل کی لمبائی اس کی چوڑائی سے 2 سینٹی میٹر زیادہ ہے۔ اگر مستطیل کا رقبہ 24 مربع سم ہے تو مستطیل کی لمبائی معلوم کیجیے۔

❖❖❖

3. حسابی تصاعد

آیئے، ذرا یاد کریں۔

- **اعداد کا علم :** 1) جفت اعداد ... ,2, 4, 6, 8, 10 بالترتیب آنے والے اعداد کا فرق 2 ہوتا ہے۔
  2) طاق اعداد ... ,1, 3, 5, 7, 9, 11 بالترتیب آنے والے اعداد کا فرق 2 ہوتا ہے۔
- **تقسیم پذیر اعداد :** 1) 3 سے تقسیم پذیر اعداد ... ,3, 6, 9, 12, 15, 18
  2) 5 سے تقسیم پذیر اعداد ... ,5, 10, 15, 20, 25, 30, 35
  3) 8 سے تقسیم پذیر اعداد ... ,8, 16, 24, 32, 40, 48
- **نشان زدہ (علامت) اعداد کا مجموعہ اور فرق :**

یکساں علامت : مجموعہ کر کے دیے ہوئے عدد کی علامت دیجیے۔

مختلف علامت : (چھوٹا عدد - بڑا عدد ←) کے حاصل جواب کو بڑے عدد کی علامت دیجیے۔

مثال: 1) $17 + 9 = 26$ 2) $17 - 9 = 8$

3) $-17 - 9 = -26$ 4) $-17 + 9 = -8$

تفریق کی علامت کے بعد قوس ہو تب قوس کو حل کرتے وقت قوس کے ہر رکن کی علامت بدلنا ہے۔

مثال: $18 - (-7) = 18 + 7 = 25$

مساوات حل کرنا :

1) $\frac{x}{6} = 4$

$\therefore\ x = 6 \times 4$

$\therefore\ x = 24$

2) $7x = 28$

$\therefore\ x = \frac{28}{7}$

$\therefore\ x = 4$

سوال 1 A) ذیل کے ضمنی سوالات کے چار متبادل دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے درست متبادل کا حرف لکھیے۔

1) ایک حسابی تصاعد کا n واں رکن $2n - 5$ ہے تو t_5 کی قیمت معلوم کیجیے۔

(A) 15 (B) 5 (C) 10 (D) −5

حل : n واں رکن $= t_n = 2n - 5$ ہے۔

$n = 5$ رکھنے پر

$t_n = 2 \times 5 - 5$

$\therefore\ = 10 - 5$

$\therefore\ t_n = 5$

$\therefore$ **جواب :** متبادل (B)

2) پہلے دس طبعی اعداد کا مجموعہ کتنا ہے؟

(A) 55 (B) 45 (C) 20 (D) 60

حل: یہاں ، $n = 1$ اور $t_1 = 1$ ہو تو

$$Sn = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10}{2}(1 + 10)$$

$$\therefore S_{10} = 5 \times 11 = 55$$

جواب: متبادل (A)

3) ایک حسابی تصاعد کا پہلا رکن 3 اور مشترک فرق 4 ہو تو حسابی تصاعد کے پہلے تین ارکان کون سے ہوں گے؟

(A) 3, 7, 11, ... (B) 3, −7, 11 ...

(C) 3, − 1, − 3, ... (D) 3, −7, −11 ...

4) حسابی تصاعد ... ,6, 10, 14, 18 کے لیے a کی قیمت معلوم کیجیے۔

(A) 4 (B) 10 (C) 6 (D) 18

سوال 1 (B درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) حسابی تصاعد ... ,2, 4, 6, 8, 10 کا مشترک فرق معلوم کیجیے۔

حل:

$t_1 = 2, \; t_2 = 4$

$\therefore \; d = t_2 - t_1$

$\therefore \; = 4 - 2$

$\therefore \; d = 2$

مشترک فرق: 2

2) ایک حسابی تصاعد کا n واں رکن $3n + 1$ ہے تو 7 واں رکن معلوم کیجیے۔

3) حسابی تصاعد ... ,3, 5, 7, 9, 11 کا پہلا رکن اور مشترک فرق معلوم کیجیے۔

4) ... ,1, 3, 6, 10 کیا یہ حسابی تصاعد ہے؟

5) ایک حسابی تصاعد کا پہلا رکن 9 اور مشترک فرق 5 ہو تو حسابی تصاعد کے پہلے تین ارکان معلوم کیجیے۔

سوال 2 A) ذیل کا عملی کام مکمل کیجیے۔

1) پہلے 20 جفت طبعی اعداد کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیجیے، ... ,2, 4, 6, 8 جفت طبعی اعداد ہیں۔

$\therefore\ a = 2, d = 4 - 2 = 2, n = 20$

$Sn = \frac{n}{2}\ [2a + (n - 1)\ d]$

$\therefore\ S_{20} = \frac{20}{2}\ [2 \times 2 + (20 - 1) \times 2]$

$\therefore\ = 10\ (4 + 38)\ \therefore\ S_{20} = 420$

$\therefore$ پہلے 20 جفت طبعی اعداد کی جمع 420 ہے۔

2) عدد 68 حسابی تصاعد ... ,14 ,11 ,8 ,5 کا کون سا رکن ہے؟

عملی کام: یہاں، $a = 5,\ d = \square,\ t_n = 68$

$t_n = a + (n-1)\,d$

$\therefore\ 68 = 5 + (n-1)\,\square$

$\therefore\ 68 = 5 + 3n - \square$

$\therefore\ n = \square$

3) ایک حسابی تصاعد کے لیے $t_1 = 1$ اور $t_n = 149$ ہوتو S_n کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: یہاں، $t_1 = 1,\ t_n = 149,\ s_n = ?$

$s_n = \frac{n}{2}\,(t_1 + t_n)$

$\therefore\ s_n = \frac{n}{2}\,(\square + \square)$

$\therefore\ = \frac{n}{2} \times \square$

$s_n = \square\, n$

سوال B 2) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) حسابی تصاعد ... ,21 ,15 ,9 ,3 کا 11 واں رکن معلوم کیجیے۔

حل: دیے ہوئے حسابی تصاعد ... ,21 ,15 ,9 ,3 میں ،

$a = 3,\ d = 9 - 3 = 6$

$t_n = a + (n-1)\,d$

$\therefore\ t_{11} = 3 + (11 - 1) \times 6$

$\therefore\ = 3 + 10 \times 6$

$\therefore\ t_{11} = 63$

2) 6 سے تقسیم پذیر دو ہندسی طبعی اعداد کتنے ہوں گے؟

حل: 6 سے تقسیم پذیر دو ہندسی اعداد 96 ,... ,24 ,18 ,16 ,12 ہیں۔

$t_n = 96, a = 12, d = 6, n = ?$

$t_n = a + (n - 1) d$

$\therefore\ 96 = 12 + (n - 1) 6$

$\therefore\ = 12 + 6n - 6$

$\therefore\ 6n = 90$

$\therefore\ n = 15$

اس لیے 6 سے تقسیم پذیر دو ہندسی طبعی اعداد 15 ہیں۔

3) ایک حسابی تصاعد کے لیے $a = 7$ اور $d = 3$ ہوتو S_{10} کی قیمت معلوم کیجیے۔

4) ایک حسابی تصاعد کا پہلا رکن 3 اور مشترک فرق 5 ہوتو t_{30} معلوم کیجیے۔

5) حسابی تصاعد ... ,1, 7, 13, 19 کا 18 واں رکن معلوم کیجیے۔

6) 7 سے تقسیم پذیر دو ہندسی اعداد کتنے ہوں گے، معلوم کیجیے۔

سوال 3 A) ذیل کی سرگرمی مکمل کرکے دوبارہ لکھیے۔

1) کلپنا ہر ماہ مخصوص رقم کی بچت کرتی ہے۔ وہ پہلے مہینے 100 روپے، دوسرے مہینے 150 روپے، تیسرے مہینے 200 روپے اس طرح بچت کرتی ہے تو کتنے مہینوں بعد 1200 روپے کی بچت ہوگی؟

سرگرمی: کلپنا کی ماہانہ بچت : ... ,100, 150, 200 اِس طرح ہے۔

یہاں d = 50 مشترک فرق ہے۔ اس لیے دیا ہوا تواتر حسابی تصاعد ہے۔

$a = 100, \quad d = 50, \quad t_n = \boxed{1200}$

$t_n = a + (n-1)$

$\therefore \boxed{1200} = 100 + (n-1) \times 50$

$\therefore \boxed{1100} = 50n - \boxed{50}$

$\therefore \dfrac{1150}{50} = n$

$\therefore n = \boxed{23}$

اس لیے 1200 کی بچت $\boxed{23}$ مہینوں میں ہوگی۔

2) 1 اور 140 کے درمیان 4 سے تقسیم پذیر تمام طبعی اعداد کی جمع معلوم کیجیے۔

سرگرمی: 1 سے 140 کے درمیان 4 سے تقسیم پذیر اعداد 140 ,... ,16 ,12 ,8 ,4

یہاں $d = 4$ اس لیے یہ حسابی تصاعد ہے۔

$a = 4,\ d = 4,\ t_n = 140,\ S_n = ?$

$t_n = a + (n-1)d$

$\therefore\ \square = 4 + (n-1) \times 4$

$\therefore\ \square = (n-1) \times 4$

$\therefore\ n = \square$

اب ،

$S_n = \frac{n}{2}[a + t_n]$

$\therefore\ S_n = 17 \times \square$

$\therefore\ S_n = \square$

اس لیے 4 سے تقسیم ہونے والے 1 سے 140 کے درمیان اعداد کی جمع $\square$ ہے۔

سوال 3 B) مندرجہ ذیل سوالات حل کیجیے۔

1) سال 2010 میں ایک گاؤں میں 5000 لوگ خواندہ تھے۔ ہر سال خواندگی میں 300 لوگوں کا اضافہ ہوتا ہے تو سال 2020 میں کتنے لوگ خواندہ ہوں گے؟

حل: دی ہوئی معلومات کی بنا پر $t_1 = 5000,\ t_2 = 5300,\ t_3 = 5600$

$\therefore\ a = 5000,\ d = 300,\ n = 11$

$t_n = a + (n-1)d$

$\therefore\ = 5000 + (11-1)\,300$

$\therefore\ = 5000 + 3000$

$\therefore\ t_n = 8000$

$\therefore$ سال 2020 میں کل 8,000 لوگ خواندہ ہوں گے۔

2) حسابی تصاعد ... ,17 ,13 ,9 ,5 میں 41 کتواں رکن ہے؟

3) وسیم نے قومی بچت سرٹیفکیٹ اسکیم میں پہلے سال 500، دوسرے سال 700، تیسرے سال 900 روپے کی سرمایہ کاری کی تو 12 سال میں اس نے کل کتنی سرمایہ کاری کی؟

4) 1 سے 700 کے درمیان 7 سے تقسیم پذیر طبعی اعداد کی جمع معلوم کیجیے۔

5) ایک تماشہ گاہ میں کرسیوں کی کل 30 قطاریں ہیں۔ پہلی قطار میں 20، دوسری قطار میں 24 اور تیسری قطار میں 28 کرسیاں ہیں۔ اس طرح تمام کرسیاں رکھی گئی ہیں تو تماشہ گاہ میں کل کتنی کرسیاں ہوں گی؟

❖❖❖

4. معاشی منصوبہ بندی

- 'جی۔ایس۔ٹی' یعنی اشیا اور خدمات ٹیکس
- GST یعنی Goods and Service Tax
- یہ نظام 1 جولائی 2017 سے روبہ عمل آیا ہے۔
- GST کے دو حصے ہیں:

(i) CGST : Central Goods and Service Tax یعنی مرکزی اشیا اور خدمات ٹیکس

(ii) SGST : State Goods and Service Tax یعنی ریاستی اشیا اور خدمات ٹیکس

- تمام اشیا کے لیے مرکزی اور ریاستی ٹیکس مساوی (برابر) ہوتا ہے۔

CGST = SGST

- GSTIN میں 15 حرفی ہندسی عدد ہوتا ہے۔ یہ تاجر کا شناختی نمبر ہے۔
- ٹیکس کی شرح: 1) اشیا کے مطابق ٹیکس کی مختلف شرحیں ہیں۔

مثلاً 0%, 5%, 12%, 18% اور 28%۔

2) اناج کے ساتھ زندگی کی لازمی اشیا پر ٹیکس کی شرح صفر ہوتی ہے۔

3) شیئرس کی دلالی کی خدمت پر ٹیکس کی شرح 18% ہے۔

سوال 1 A) مندرجہ ذیل میں سے صحیح متبادل کا انتخاب کیجیے۔

1) .... تاریخ کو یہ GST نظام ہمارے ملک میں عمل میں آیا۔

(A) 31 مارچ 2017 (B) 1 اپریل 2017

(C) 1 جنوری 2017 (D) 1 جولائی 2017

حل: (D)

2) زندگی کی لازمی اشیا پر ٹیکس کی شرح .... ہوتی ہے۔

(A) 5% (B) 12% (C) 0% (D) 18%

حل: (C)

3) GSTIN کل .... حرفی ہندسی عدد پر مشتمل ہوتا ہے۔

4) دلالی پر GST کی شرح .... ہوتی ہے۔

B) ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) 'شفاء میڈیکل اسٹور' دوائیاں فراہم کرتا ہے۔ اس کی دکان میں بعض دوائیوں پر GST کی شرح 12% ہے تو CGST اور SGST کی شرح کتنی؟

حل: CGST اور SGST کی شرح مساوی ہوتی ہے۔

لہٰذا CGST کی شرح = 6%

SGST کی شرح = 6%

2) کسی شئے پر CGST کی شرح 9% ہے تو SGST کی شرح کتنی؟

حل: CGST کی شرح = 9%

SGST کی شرح = 9% ہوگی۔

3) ایئر کنڈیشنر پر CGST کی شرح 14% ہو تو SGST کی شرح اور GST کی شرح معلوم کیجیے۔ ☐ ☐

4) واشنگ مشین پر GST کی شرح 28% ہو تو SGST اور CGST کی شرح معلوم کیجیے۔ ☐ ☐

سوال 2 A) مندرجہ ذیل سرگرمی مکمل کیجیے۔

1) ایک دستی گھڑی کے بیلٹ کی قابل ٹیکس قیمت 586 روپے ہے۔ GST کی شرح 18% ہے تو وہ بیلٹ گاہک کو کتنے روپے میں ملے گا؟

حل: دستی گھڑی کے بیلٹ کی قابل ٹیکس قیمت ₹586 ہے۔

GST کی شرح = 18%

GST = قابل ٹیکس قیمت × GST کی شرح

$= 586 \times \boxed{18\%}$

$= 586 \times \frac{18}{100}$

GST = $\boxed{105.48}$

بیلٹ کی قیمت = قابل ٹیکس قیمت + GST

$= 586 + \boxed{105.48}$

$= ₹\ \boxed{691.48}$

اِن پٹ اور آؤٹ پٹ ٹیکس اور ITC

اشیا فروخت کرتے وقت بیوپاری کے ذریعے وصول کیا گیا ٹیکس یعنی آؤٹ پٹ ٹیکس۔ اسی بیوپاری کو اشیا کی خریداری کے وقت دیا گیا ٹیکس یعنی اِن پٹ ٹیکس۔

لہٰذا بیوپاری جمع کردہ ٹیکس میں سے اپنا ادا کردہ ٹیکس منہا کر لیتا ہے۔ اسے اِن پٹ ٹیکس کریڈٹ کہتے ہیں۔

→ قابل اداء GST = آؤٹ پٹ ٹیکس - ITC اِن پٹ ٹیکس

مثال :

1) 'چیتنا اسٹور' نے خریداری پر 1,00,500 روپے GST دیا اور فروخت پر 1,22,500 روپے جمع کیا تو اس دوران چیتنا اسٹور کے ذریعے ادا کیا جانے والا GST معلوم کیجیے۔

حل : → قابل ادا GST = آؤٹ پٹ ٹیکس - ITC

= 1,22,500 - 1,00,500

قابل ادا ٹیکس = 22,000 روپے

2) نجمہ نے خریداری کے وقت 12,500 روپے کل GST ادا کیا اور فروخت پر 14,750 روپے جمع کیا تو اس کا ادا کیا جانے والا GST معلوم کیجیے۔

- **شیئر (Share) کمپنی کا حصہ :** سرمایہ کا ایک حصہ یعنی ایک شیئر۔
- **درشنی قیمت (Face Value) (FV) :** کمپنی کے شیئر سرٹیفکیٹ پر چھپی ہوئی ایک شیئر کی قیمت کو شیئر کی درشنی قیمت کہتے ہیں۔
- **بازار بھاؤ (Market Value) (MV) :** جس قیمت سے شیئر بازار میں شیئر کی خرید و فروخت ہوتی ہے، اس قیمت کو اس شیئر کا بازار بھاؤ کہتے ہیں۔
- **درشنی قیمت اور بازار بھاؤ میں موازنہ :**

1) اگر درشنی قیمت < بازار بھاؤ → ہو تو شیئر زائد قیمت پر ہے، کہتے ہیں۔

2) اگر درشنی قیمت = بازار بھاؤ → ہو تو شیئر ہم قیمت ہے، کہتے ہیں۔

3) اگر درشنی قیمت > بازار بھاؤ → ہو تو شیئر کم قیمت یا تخفیفی قیمت پر ہے، کہتے ہیں۔

سوال 3 A) مندرجہ ذیل سوالات حل کیجیے۔

1) 100 روپے درشنی قیمت والا ایک شیئر 120 روپے بازار بھاؤ سے خریدا، پھر ایسے 50 شیئر لینے کے لیے کتنے روپے کی سرمایہ کاری کرنا ہوگی؟

حل : → کل سرمایہ کاری = ایک شیئر کی بازاری قیمت × شیئر کی تعداد

= 50 × 120

= 6,000 روپے

(B درج ذیل جدول میں مناسب عدد لکھ کر جدول مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	درشنی قیمت	قیمت کی قسم	بازار بھاؤ
(i)	₹ 10	₹ 7 سے زائد قیمت	......
(ii)	₹ 25	......	₹ 16
(iii)	......	ہم قیمت	₹ 5
(iv)	₹ 20	₹ 3 سے زائد قیمت	......

- **میچول فنڈ (MF)** : یعنی ماہر پیشہ ور لوگوں کے ذریعے بنائی گئی فنڈ کی اسکیم۔
- **یونٹ** : ہم شیئر بازار میں رقم کی سرمایہ کاری کرتے ہیں تو شیئر ملتا ہے۔اسی طرح میوچول فنڈ کی سرمایہ کاری پر ہمیں 'Units' ملتے ہیں۔
- **نقد جائیدادی قیمت** : فی یونٹ جو بازار بھاؤ ہوتا ہے اس کو اس کا نقد جائیدادی قیمت (Net Asset Value - NAV) کہتے ہیں۔

یونٹ کی تعداد × ایک یونٹ کی نقد قیمت = میوچول فنڈ کمپنی کے کل سرمایہ کاری قیمت

(C (1 میچول فنڈ اسکیم کی بازار میں قیمت 200 کروڑ روپے ہے۔کمپنی نے 8 کروڑ یونٹس جاری کیے تو ایک یونٹ کی نقد اثاثی قیمت معلوم کیجیے۔

حل :

$$\text{ایک یونٹ کی قیمت} = \frac{200 \text{ کروڑ روپے}}{8 \text{ کروڑ یونٹ}}$$

₹ 25 فی یونٹ

(2 ایک کمپنی میں ₹ 10,000 کی سرمایہ کاری کی اور ایک یونٹ کی نقد قیمت ₹ 25 ہے تو کتنے یونٹ ملیں گے؟

حل :

$$\text{یونٹ کی تعداد} = \frac{\text{کی گئی کل سرمایہ کاری}}{\text{ایک یونٹ کی نقد قیمت}}$$

$$\frac{10,000}{25} = 40 \text{ یونٹ}$$

❖❖❖

5. احتمال

آیئے، ذرا یاد کریں۔

1) **بے ترتیب تجربہ :** جس تجربے میں تمام احتمالی نتائج پہلے ہی سے معلوم ہوتے ہیں لیکن ان میں سے کسی بھی نتیجے کو یقینی طور پر بتایا نہیں جاسکتا۔ تمام نتائج کے صحیح ہونے کا امکان مساوی ہوتا ہے۔ ایسے تجربے کو 'بے ترتیب تجربہ' کہتے ہیں۔

2) **ماحصل :** بے ترتیب تجربہ کے نتائج کو 'ماحصل' کہتے ہیں۔

3) **نمونہ وسعت :**

بے ترتیب تجربے کے تمام ممکنہ حاصلات کے سیٹ کو نمونہ وسعت کہتے ہیں۔ نمونہ وسعت 'S' یا 'Ω' (یونانی حرف ہے، اس کا تلفظ 'اومیگا' ہے) ان علامتوں سے سیٹ کی نوعیت کو ظاہر کرتے ہیں۔ نمونہ وسعت میں ہر رکن کو 'نمونہ نقطہ' (Sample Point) کہتے ہیں۔ نمونہ وسعت 'S' میں کل ارکان کی تعداد n (S) سے ظاہر کرتے ہیں۔

4) **وقوعہ :**

نمونہ وسعت دیا ہوا ہو تو موافق حاصلات کے سیٹ کو 'وقوعہ' کہتے ہیں۔ وقوعہ، نمونہ وسعت کا ضمنی سیٹ ہوتا ہے۔

وقوعہ کو انگریزی بڑے حروف A، B، C، D جیسے حروف سے ظاہر کرتے ہیں۔

وقوعہ A میں نمونہ نقاط (ارکان) کی تعداد کو n (A) سے ظاہر کرتے ہیں۔

5) **واقعہ کا احتمال :**

کسی بے ترتیب تجربے میں اگر نمونہ وسعت S ہو اور A اس تجربے میں ممکنہ وقوعہ ہو تو اس وقوعہ کا احتمال 'P(A)' سے ظاہر کرتے ہیں اور اسے مندرجہ ذیل ضابطے کے ذریعے معلوم کرتے ہیں۔

$$P(A) = \frac{\text{وقوعہ A میں نمونہ ارکان کی تعداد}}{\text{نمونہ وسعت میں ارکان کی تعداد}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

6) کسی بھی وقوعے کا احتمال 0 (صفر) سے 1 تک یا 0% سے 100% تک ہوتا ہے۔

فرض کیجیے، وقوعہ E ہو تو $0 \le P(E) \le 1$ یا $0\% \le P(E) \le 100\%$

سوال 1 A) درج ذیل سوالات میں سے ہر ایک کے لیے صحیح متبادل جواب کا انتخاب کیجیے۔

1) اگر ایک سکّہ اُچھالا جاتا ہے تو نمونہ وسعت کے ارکان کی تعداد .... ہوتی ہے۔

(A) 3 (B) 4 (C) 2 (D) 8

وضاحت : ایک سکّہ اُچھالا جاتا ہے تب :

$S = \{H, T\}$

$\therefore \quad n(S) = 2$

∴ جواب : متبادل : (C)

2) اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ ، $n(A) = 2$ ہوتو $n(S) = ?$ معلوم کیجیے۔

A) 10　B) $\frac{5}{2}$　C) $\frac{2}{5}$　D) $\frac{1}{3}$

وضاحت:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$\therefore \frac{1}{5} = \frac{2}{n(S)}$$

$$\therefore 1 \times n(S) = 2 \times 5$$

$$\therefore n(S) = 10$$

∴ جواب: متبادل: (A)

مشق کے لیے مثالیں

1) درج ذیل متبادل میں کون سا متبادل احتمال کی مثال ممکن نہیں ہے؟

A) $\frac{2}{3}$　B) 1.5　C) 15 %　D) 0.7

2) ایک پانسا اُچھالنے پر اوپری سطح پر 3 سے چھوٹا عدد حاصل ہونے کا احتمال .... ہے۔

A) $\frac{1}{6}$　B) $\frac{1}{3}$　C) $\frac{1}{2}$　D) 0

سوال 1 B) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) ایک پانسا اُچھالنے پر نمونہ وسعت (S) اور نمونہ ارکان کی تعداد $n(S)$ لکھیے۔

حل: ایک پانسا اُچھالنے پر:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore n(S) = 6$$

2) اگر $n(A) = 12$ اور $n(S) = 52$ ہوتو $P(A)$ معلوم کیجیے۔

حل: ......

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$\therefore P(A) = \frac{12}{25}$$

$$\therefore P(A) = \frac{3}{13}$$

مشق کے لیے مثالیں

1) دو سکّے اُچھالنے پر نمونہ وسعت 'S' اور نمونہ ارکان کی تعداد n (S) لکھیے۔

2) ایک باکس میں 15 ٹکٹیں ہیں۔ ہر ایک پر 1 سے 15 تک کا ایک عدد لکھا ہوا ہے۔اس بکس سے ایک ٹکٹ بے ترتیب تجربہ کے طور پر نکالا جاتا ہے۔نمونہ وسعت 'S' اور نمونہ ارکان کی تعداد n (S) لکھیے۔

سوال 2 A) **درج ذیل سرگرمی کو مکمل کیجیے۔**

1) دو سکّے بیک وقت پھینکے جاتے ہیں۔ وقوعہ 'A' کے لیے شرط کوئی چت نہ ہو تو n (S) ، A ، n (A) لکھنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

سرگرمی : دو سکّے بیک وقت پھینکنے پر ...

S = {HH, HT, TH, TT}

n (S) = 4

وقوعہ A چت حاصل نہ ہو

A = {TT}

n (A) = 1

مشق کے لیے مثالیں

1) اگر ایک سکّہ پھینکا جاتا ہے، وقوعہ 'A' کی شرط چت حاصل ہو تو چت حاصل ہونے کا احتمال معلوم کرنے کے لیے درج ذیل سرگرمی مکمل کیجیے۔

سرگرمی : ایک سکّہ پھینکا جاتا ہے۔

S = [ ]

$\therefore$ n (S) = 2

وقوعہ A کی شرط : چت حاصل ہو

A = [ ]

n (A) = 1

اب , $p(A) = \dfrac{\square}{n(S)}$

p (A) = [ ]

2) 52 پتوں کی تاش کی گڈی کو اچھی طرح سے خلط ملط کرنے پر ایک پتہ نکالا گیا۔ نکالا گیا پتہ سرخ ہونے کا احتمال معلوم کرنے کے لیے درج ذیل سرگرمی کو مکمل کیجیے۔

سرگرمی: فرض کیجیے 'S' نمونہ وسعت ہے۔

$\therefore$ n (S) = ☐

کل سرخ پتے , n (A) = ☐

$p(A) = \dfrac{n(A)}{\square}$

p (A) = ☐

سوال 2 B) درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) ایک سکہ پھینکنے پر وقوعہ 'A' کے لیے شرط: اوپری سطح پر جفت عدد حاصل ہو تب S ، n (S) ، A ، n (A) معلوم کیجیے۔

سرگرمی: ایک پانسہ پھینکنے پر:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} n (S) = 6

وقوعہ A : اوپری سطح پر جفت عدد حاصل ہو۔

A = {2, 4, 6}

$\therefore$ n (A) = 3

مشق کے لیے مثالیں

1) ایک سکّہ اور ایک پانسہ بیک وقت پھینکے جاتے ہیں۔ وقوعہ 'A' کے لیے شرط، چت اور طاق عدد حاصل ہو تب A ، n (A) ، n(S) اور S لکھیے۔

2) 3 لڑکوں اور 2 لڑکیوں پر مشتمل 2 ممبران پر مشتمل شجرکاری کی کمیٹی بنانا ہے۔ تب نمونہ وسعت 'S' اور نمونہ ارکان کی تعداد n(S) لکھیے۔

سوال 3 A) درج ذیل سرگرمیاں مکمل کیجیے۔

1) اگر ایک پانسہ اُچھالنے پر اوپری سطح پر مفرد عدد حاصل ہونے کا احتمال معلوم کرنے کے لیے درج ذیل سرگرمی مکمل کیجیے۔

سرگرمی: ایک پانسہ اُچھالنے پر ...

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, }

n (S) = 6

فرض کیجیے، وقوعہ A اوپری سطح پر حاصل ہونے والا عدد مفرد ہے۔

A = {2, 3, 5}

$n(A) = \boxed{3}$

$p(A) = \frac{\boxed{n(A)}}{n(S)}$

$p(A) = \frac{3}{6}$

$p(A) = \frac{1}{2}$

مشق کے لیے مثالیں

1) ایک باکس میں 5 اسٹرابیری، 6 کافی اور 2 پیپرمنٹ کے چاکلیٹ ہیں۔اس بکس سے ایک چاکلیٹ بے ترتیب طریقے سے نکالا گیا تب نکالا گیا چاکلیٹ :

(i) کافی چاکلیٹ ہے۔ (ii) پیپرمنٹ چاکلیٹ ہے۔

ان کا احتمال معلوم کرنے کے لیے عملی سرگرمی مکمل کیجیے۔

سرگرمی: فرض کیجیے 'S' نمونہ وسعت ہے۔

$\therefore\ n(S) = \boxed{}$

وقوعہ A : نکالا ہوا چاکلیٹ کافی چاکلیٹ ہے۔

$n(A) = \boxed{}$

$p(A) = \frac{n(A)}{\boxed{}}$

$p(A) = \frac{6}{\boxed{}}$

وقوعہ B : نکالا ہوا چاکلیٹ پیپرمنٹ چاکلیٹ ہے۔

$n(B) = \boxed{}$

$p(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

$\therefore\ p(B) = \frac{\boxed{}}{13}$

سوال 3 B) **درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔**

1) تین سکّے بیک وقت پھینکے جاتے ہیں۔ وقوعہ A کے لیے شرط : کم از کم دو چِت حاصل ہو۔
وقوعہ B کے لیے شرط : دوسرے سکّے پر چِت حاصل ہو۔ تب S ، $n(S)$ ، A ، $n(A)$ لکھیے۔

حل : تین سکّے بیک وقت اُچھالنے پر ...

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$\therefore \ n(S) = 8$

وقوعہ A کے لیے شرط : کم از کم دو چِت حاصل ہو۔

$A = \{HHH, HHT, HTH, THH,\}$

$n(A) = 4$

وقوعہ B کے لیے شرط : دوسرے سکّے پر چِت حاصل ہو۔

$B = \{HHH, HHT, THH, THT\}$

$n(B) = 4$

مشق کے لیے مثالیں

1) ہندسوں کو دہرائے بغیر 9, 7, 5, 3, 2 اِن ہندسوں کا استعمال کر کے دو ہندسی عدد تیار کرنا ہے۔ تب ذیل کے وقوعوں کا احتمال معلوم کیجیے۔

(i) وہ عدد طاق عدد ہے۔

(ii) وہ عدد 5 کا ضعف ہے۔

2) اچھی طرح سے خلط ملط کیے ہوئے 52 پتوں کی تاش کی گڈی میں سے ایک پتہ نکالا گیا۔ ذیل کا احتمال معلوم کیجیے۔

(i) وہ پتہ اکّا ہے۔

(ii) حکم کا پتہ ہے۔

3) ایک غبارہ فروش کے پاس 2 سرخ، 3 نیلے اور 4 سبز غبارے ہیں۔ وہ ان میں سے ایک کا انتخاب بے ترتیب طریقہ سے کر کے دینا چاہتا ہے تو ذیل کے وقوعوں کا احتمال معلوم کیجیے۔

(i) حاصل ہوا غبارہ سرخ ہے۔

(ii) حاصل ہوا غبارہ نیلے رنگ کا ہے۔

❖❖❖

6. شماریات

- **مرکزی رجحان کی پیمائش**

(الف) میانیہ (ب) وسطانیہ (ج) کثیریہ

الف) میانیہ : معطیات کے تمام اعداد کا حسابی وسط اُن معطیات کا میانیہ کہلاتا ہے۔

میانیہ معلوم کرنے کے طریقے :

1) **راست طریقہ :** راست طریقے سے میانیہ معلوم کرنے کے لیے ذیل کے مطابق تعددی تقسیمی جدول تیار کیجیے۔

تعدد × وسط جماعت $f_i \times x_i$	تعدد (f_i)	وسط جماعت (x_i)	جماعت

ضابطہ :

$$\rightarrow \text{میانیہ} = \overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{N}$$

$\rightarrow$ کل تعدد $= N$ ، $x_i f_i$ کا مجموعہ $= \sum x_i f_i$ جہاں

2) **مفروضہ میانیہ کا طریقہ :** مفروضہ میانیہ کے طریقے سے میانیہ معلوم کرنے کے لیے ذیل کے مطابق تعددی تقسیمی جدول بنائیے۔

انحراف (گریز) × تعدد $d_i \times f_i$	تعدد (f_i)	انحراف (گریز) $A - d_i = x_i$	وسط جماعت (x_i)	جماعت

ضابطہ :

$$\rightarrow \text{میانیہ} = \overline{X} = A + \overline{d} \quad \text{جہاں} \quad \overline{d} = \frac{\sum f_i d_i}{N}$$

جہاں A = مفروضہ میانیہ، N = کل تعدد، $f_i\, d_i$ کا مجموعہ = $\sum f_i d_i$

(وسط جماعت میں کوئی ایک A مفروضہ میانیہ لے سکتے ہیں لیکن گنتی کرنے میں آسانی ہو اس لیے درمیان کا وسط جماعت ہی مفروضہ میانیہ لیجیے۔)

کل تعدد $= N$ $fi\ di$ کا مجموعہ $= \sum f_i d_i$

3) **گریز مرحلے کا طریقہ :** اس طریقے سے میانیہ معلوم کرنے کے لیے تعددی تقسیمی جدول تیار کیجیے۔

$f_i u_i$	تعدد (f_i)	$u_i = \frac{d_i}{g}$	$d_i = x_i - Ax$	وسط جماعت (x_i)	وسط

ضابطہ :

$$\rightarrow \text{میانیہ} = \overline{X} = A + g\,\overline{u}$$

جہاں A = مفروضہ میانیہ،

g = تمام d_i کا م ذ ا

$$\overline{u_i} = \frac{\sum f_i u_i}{N}$$

ب) وسطانیہ : دی ہوئی معطیات کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرنے والے نقطہ (عدد) کو وسطانیہ کہتے ہیں۔ مختصراً وسطانیہ معطیات کا وسطی نقطہ ہوتا ہے۔ وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے اگر دی گئی جماعتیں مسلسل (تسلسل) نہ ہوں تو انھیں مسلسل بنانا پڑتا ہے۔

وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے ذیل کے مطابق تعددی تقسیمی جدول بنائیے۔

اجتماعی تعدد (کمتر قسم)	تعدد (f_i)	مسلسل بنائی گئی جماعتیں (دی ہوئی جماعتیں تسلسل میں نہ ہوں تب)	جماعت

ضابطہ :

$$\rightarrow \text{وسطانیہ} = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right] \times h$$

جہاں ، L = وسطانیہ جماعت کی نچلی حد

N = کل تعدد

h = وسطانیہ جماعت کا طولِ جماعت

f = وسطانیہ جماعت کا تعدد

$c.f.$ = وسطانیہ جماعت سے قبل کی جماعت کا اجتماعی تعدد

وسطانیہ جماعت : جس جماعت میں سب سے پہلے نصف یا نصف سے زیادہ $\left(\frac{N}{2}\right)$ اجتماعی تعدد (سے کم قسم) دکھائی دیتا ہے، وہ جماعت وسطانیہ جماعت ہوگی۔

ج) کثیریہ : دی ہوئی معطیات میں سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا اشارہ۔ اس معطیات کا کثیریہ ہوتا ہے۔
کثیریہ معلوم کرنے کے لیے اگر دی گئی جماعتیں مسلسل نہ ہوں تو جماعتوں کو مسلسل بنانا ہوگا۔
کثیریہ معلوم کرنے کے لیے ذیل کے مطابق تعددی تقسیمی جدول بنائیے۔

تعدد	بنائی گئی مسلسل جماعتیں (دی گئی جماعتیں مسلسل نہ ہوں تب)	جماعت

ضابطہ :

$$\rightarrow \text{کثیریہ} = L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$$

جہاں ، L = کثیریہ جماعت کی نچلی حد

f_1 = کثیریہ جماعت کا تعدد

f_0 = کثیریہ جماعت سے قبل کی جماعت کا تعدد

f_2 = کثیریہ جماعت کے بعد کی جماعت کا تعدد

h = کثیریہ جماعت کا طولِ جماعت

کثیریہ جماعت : جس جماعت کا تعدد سب سے زیادہ ہوتا ہے، اُسے کثیریہ جماعت کہتے ہیں۔

- **شماریاتی معطیات کا ترسیمی اظہار :**

(A) مستطیلی ترسیم (B) تعددی کثیر ضلع

(A) مستطیلی ترسیم بنانے کا طریقہ :

1) جماعتیں مسلسل نہ ہوں تو جماعتوں کو مسلسل بنائیے۔

2) بنائی گئی مسلسل جماعتوں کو X- محور پر مناسب پیمانہ لے کر دکھائیے۔
(عام طور پر X- محور پر جماعتوں کو ہی مناسب پیمانہ لے کر بتایا جاتا ہے)

3) Y- محور پر مناسب پیمانہ لے کر تعدد کو دِکھائیے۔

4) X- محور پر مسلسل جماعت کا قاعدہ لے کر اس پر مستطیل بنائیے۔ مستطیل کی اونچائی نظیری تعددی کے مطابق لیجیے۔

5) مبداء سے پہلی جماعت تک کوئی مشاہدہ نہیں ہوا، یہ ظاہر کرنے کے لیے X- محور پر مبداء اور پہلی جماعت کے درمیان یا (کرنک) علامت بنائیے۔

(B) تعددی کثیر ضلعی :

تعددی کثیر ضلعی بنانے کے دو طریقے ہیں۔ (A) مستطیلی ترسیم کی مدد سے (B) مستطیلی ترسیم استعمال کیے بغیر۔

(A) مستطیلی ترسیم کی مدد سے تعددی کثیر ضلعی بنانا :

1) دیے گئے تعددی تقسیمی جدول کی مدد سے مستطیلی ترسیم بنائیے۔

2) مستطیلی ترسیم میں ہر مستطیل کے اوپری حصے کا وسطی نقطہ لیجیے۔

3) پہلے مستطیل سے قبل صفر اونچائی کا مستطیل ہے۔ ایسا فرض کر کے اس کا وسطی نقطہ لیجیے۔ اسی طرح آخری مستطیل کے بعد ایک صفر اونچائی کا مستطیل فرض کر کے اس کا بھی وسطی نقطہ لیجیے۔ یہ دونوں نقاط X- محور پر ہی ہیں۔

4) تمام وسطی نقاط کو ترتیب سے مستقیم خط سے جوڑیے۔

(B) بغیر مستطیلی ترسیم کے تعددی کثیر ضلعی بنانا :

1) دی گئی جماعتیں اگر مسلسل نہ ہوں تو مسلسل بنائیے۔

2) وہ مسلسل جماعتیں X- محور پر مناسب پیانہ لے کر دکھائیے۔

3) Y- محور پر مناسب پیانہ لے کر تعدد دِکھائیے۔

4) بغیر مستطیلی ترسیم بنائے، تعددی کثیر ضلعی بنانے کے لیے نقاط کے محددین کس طرح طے کرتے ہیں، اسے ذیل کی جدول سے سمجھ لیجیے۔

جماعت	مسلسل جماعتیں	وسط جماعت	تعدد	نقاط کے محددین
6 - 7	5.5 - 7.5	6.5	0	(6.5, 0)
8 - 9	7.5 - 9.5	8.5	20	(8.5, 20)
10 - 11	9.5 - 11.5	10.5	40	(10.5, 40)
12 - 13	11.5 - 13.5	12.5	30	(12.5, 30)
14 - 15	13.5 - 15.5	14.5	25	(14.5, 25)
16 - 17	15.5 - 17.5	16.5	15	(16.5, 15)
18 - 19	18.5 - 19.5	18.5	0	(18.5, 0)

جدول میں پانچویں ستون میں دیے ہوئے محددین سے نظیری نقاط ترسیمی کاغذ پر مرتسم کرتے ہیں۔ انھیں ترتیب سے جوڑیں تو تعددی کثیر ضلعی حاصل ہوتا ہے۔

- **شماریاتی معطیات کا اشکالی اظہار :**

دائروی ترسیم :

1) مناسب نصف قطر لے کر دائرہ بنائیے۔ اس کی تقسیم مناسب تراشوں میں کیجیے۔

2) ہر مد سے متعلق دائرے کے تراشے کے مرکزی زاویہ کی پیائش ذیل کے ضابطے سے معلوم کیجیے۔

$$\rightarrow \text{دائرے کے تراشے کے مرکزی زاویہ کی پیائش} = \theta = \frac{\text{منسلک مد میں موجود تعداد}}{\text{تمام مدوں میں موجود کل تعداد}} \times 360$$

3) معطیات میں موجود ہر مد کو ایک تراشے کے ذریعے دِکھایا جاتا ہے۔

سوال 1 A) -

1) تعددی تقسیمی جدول میں اجتماعی تعدد کا استعمال .... معلوم کرنے کے لیے ہوتا ہے۔

(A) میانیہ (B) وسطانیہ (C) کثیریہ (D) ان میں سے سبھی

جواب: (B)

2) تعددی تقسیمی جدول میں معطیات کا میانیہ نکالنے کے لیے ذیل کے ضابطے میں ... ? = u_i

$$\overline{X} = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times g$$

A) $\frac{x_i + A}{g}$ B) $(x_i - A)$ C) $\frac{x_i - A}{g}$ D) $\frac{A - x_i}{g}$

جواب: (C)

مشق کے لیے مثالیں

1) دی ہوئی معطیات میں سب سے زیادہ مرتبہ استعمال ہونے والا شمارہ یعنی ....۔

(A) میانیہ (B) وسطانیہ (C) کثیریہ (D) اوسط

2) نیچے دی ہوئی تعددی جدول میں معطیات کے لیے تعددی کثیر ضلعی بنانا ہے۔ جماعت 4-6 میں طلبہ دکھانے کے لیے نقاط کے .... محدد ہیں۔

10-12	7-9	4-6	1-3	ہر طالب علم کے لگائے گئے درخت
4	6	8	7	طلبہ کی تعداد

(A) (4, 8) (B) (6, 8) (C) (5, 8) (D) (8, 4)

3) درج ذیل میں سے ترسیم کا کون سا طریقہ معطیات کو ظاہر کرتا ہے؟

(A) ستونی ترسیم (B) مستطیلی ترسیم (C) دائروی ترسیم (D) ان میں سے سب

سوال B 1) درج ذیل سوالات حل کیجیے۔

1) جماعت 20-24 کا وسط جماعت معلوم کیجیے۔

حل:

وسط جماعت = (اوپری حد + نچلی حد) / 2

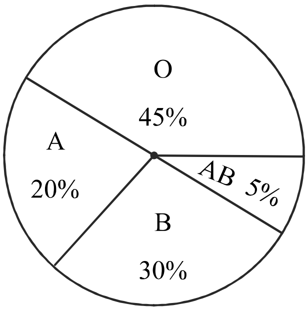
$$= \frac{20 + 24}{2}$$

$$= \frac{44}{2}$$

$$= 22$$

∴ جماعت 20-24 کا وسط جماعت 22 ہے۔

2) سامنے عطیۂ خون کے لیے اشخاص کے فی صد کو ظاہر کرنے والی دائروی ترسیم دِکھائی گئی ہے۔ اس بنا پر گروپ AB کے لیے دائرے کے تراشے کے مرکزی زاویہ کی پیمائش معلوم کیجیے۔



حل:

$$\text{گروپ AB کے لیے مرکزی زاویہ کی پیمائش} = \frac{\text{گروپ AB والے اشخاص کا فی صد}}{\text{کل فی صد}} \times 360^\circ$$

$$= \frac{5}{100} \times 360^\circ$$

$$= 18^\circ$$

مشق کے لیے مثالیں

1) اگر $\sum f_i x_i = 75$ اور $\sum f_i = 15$ تب میانیہ $\overline{X}$ معلوم کیجیے۔

2) جماعت 35-45 کا طولِ جماعت معلوم کیجیے۔

3) اگر $\sum f_i d_i = 108$ اور $\sum f_i = 100$ تب $\overline{d} = ?$

سوال 2 A) ذیل میں سے کوئی دو سرگرمیاں مکمل کیجیے۔

1) ایک گاؤں میں مختلف مقامات پر روزانہ ہونے والی بجلی کی بہم رسانی ذیل کی جدول میں دِکھائی گئی ہے۔ اس معلومات سے دائروی ترسیم ظاہر کرنے کے لیے ہر مد کے تراشے کے مرکزی زاویے کی پیمائش طے کرنا ہے۔ تب مرکزی زاویے کی پیمائش طے کرنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

مقامات	بجلی بہم رسانی (ہزار یونٹ/ اکائی)	مرکزی زاویہ کی پیمائش
سڑکیں	4	$\frac{4}{30} \times 360^\circ = 48^\circ$
کارخانے	12	$\frac{\square}{\square} \times 360^\circ = 144^\circ$
دکانیں	6	$\frac{6}{30} \times 360^\circ = \square$
گھر	8	$\frac{\square}{\square} \times 360^\circ = \square$
کل	30	

حل:

مقامات	بجلی بہم رسانی (ہزار یونٹ/اکائی)	مرکزی زاویہ کی پیائش
سڑکیں	4	$\frac{4}{30} \times 360^\circ = 48^\circ$
کارخانے	12	$\boxed{\frac{12}{30}} \times 360^\circ = 144^\circ$
دکانیں	6	$\frac{6}{30} \times 360^\circ = \boxed{72^\circ}$
گھر	8	$\boxed{\frac{8}{30}} \times 360^\circ = \boxed{96^\circ}$
کل	30	

2) تعددی کثیر ضلعی بنانے کے لیے نقاط کے محدد طے کرنا ہے۔ اس کے لیے ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

جماعت	18-19	19-20	20-21	☐
وسط جماعت	18.5	19.5	☐	21.5
تعدد	4	☐	15	19
نقاط کے محدد	☐	(19.5, 13)	(20.5, 15)	(21.5, 19)

حل:

جماعت	18-19	19-20	20-21	21-22
وسط جماعت	18.5	19.5	20.5	21.5
تعدد	4	13	15	19
نقاط کے محدد	18.5,4	(19.5, 13)	(20.5, 15)	(21.5, 19)

مشق کے لیے مثالیں

سوال A 1) **ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔**

1) دی گئی جدول کی مدد سے 'سے کم تر' اجتماعی تعددی جدول بنانے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

جماعت	تعدد	اجتماعی تعدد (سے کم تر)
0-10	4	4
10-20	8	□
□	10	22
30-40	□	27
40-50	3	□

2) جماعت میں 25 طلبہ نے سیلاب زدہ خاندانوں کے لیے جمع کی گئی امداد کی تعددی جدول ذیل میں دی گئی ہے۔ جمع کی گئی امداد کا میانیہ راست طریقے سے معلوم کرنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

امداد (روپے)	وسط جماعت (x_i)	طلبہ کی تعداد (f_i)	$x_i f_i$
0-10	5	5	25
□	15	□	30
20-30	□	6	150
30-40	35	5	175
40-50	45	7	□

3) ایک گاؤں کی مختلف فصلوں کے زرعی علاقے ذیل میں دیے گئے ہیں۔ یہ معلومات دائروی ترسیم سے دکھانے کے لیے ہر مد کے دائروی تراشوں کے مرکزی زاویوں کی پیمائش طے کرنا ہے۔ تب مرکزی زاویوں کی پیمائش معلوم کرنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

فصلیں	زرعی علاقہ (ہیکٹر میں)	مرکزی زاویہ کی پیمائش
جوار	40	$\frac{\square}{\square} \times 360 = 80^\circ$
باجرہ	60	$\frac{60}{180} \times 360 = 120^\circ$
گنا	50	$\frac{50}{180} \times 360 = \square$
سبزی	30	$\frac{\square}{\square} \times 360 = \square$
کل	180	

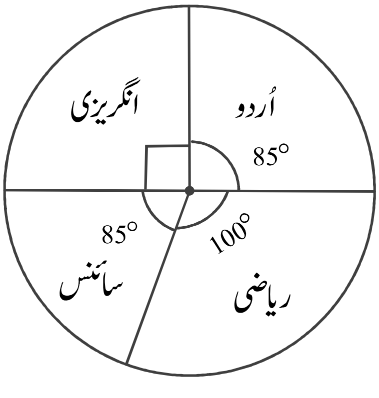
B) ذیل میں سے کوئی چار ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) ایک طالب علم نے مختلف مضامین میں 100 میں سے جو نمبرات حاصل کیے ہیں، وہ ذیل میں دیے گئے ہیں۔ دی گئی معلومات کو دائروی ترسیم کی مدد سے ظاہر کیجیے۔

مضامین	حاصل کردہ نمبرات
اُردو	85
انگریزی	90
سائنس	85
ریاضی	100
کل	**360**

حل:

مضامین	نمبرات	مرکزی زاویہ کی پیمائش
اُردو	85	$\frac{85}{360} \times 360^\circ = 85^\circ$
انگریزی	90	$\frac{90}{360} \times 360^\circ = 90^\circ$
سائنس	85	$\frac{85}{360} \times 360^\circ = 85^\circ$
ریاضی	100	$\frac{100}{360} \times 360^\circ = 100^\circ$
کل	360	



2) مضمون نویسی کے ایک مقابلے میں حصہ لینے والوں نے عنوان کے تحت جو الفاظ لکھے، اُن کی تعداد جدول میں دی گئی ہے۔ معلومات کی مدد سے 'مفروضہ میانیہ' کے طریقے سے الفاظ کا میانیہ معلوم کیجیے۔

الفاظ کی تعداد	600-800	800-1000	1000-1200	1200-1400	1400-1600
شرکت کرنے والوں کی تعداد	14	22	30	18	16

حل :

الفاظ کی تعداد	وسط جماعت (x_i)	$d_i = x_i - A$ $= x_i - 1100$	شرکت کرنے والوں کی تعداد (f_i)	$f_i d_i$
600-800	700	–400	14	–5600
800-1000	900	–200	22	–4400
1000-1200	1100 – A	0	30	0
1200-1400	1300	200	18	3600
1400-1600	1500	400	16	6400
			$\Sigma f_i = N = 100$	$\Sigma f_i d_i = 0$

اب ،

$$\overline{d} = \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{0}{100}$$

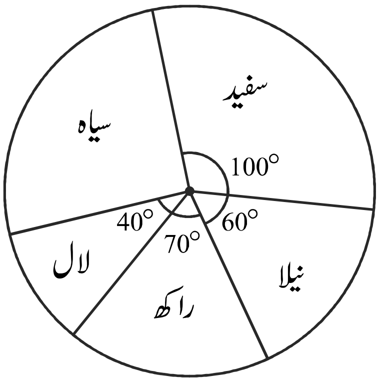
$$= 0$$

$\therefore$ الفاظ کی تعداد کا میانیہ $= \overrightarrow{\overline{X}} = A + \overline{d}$

$$= 1100 + 0$$

$$= 1100$$

مشق کے لیے مثالیں



1) دو پہیہ سواریوں کی ایک دکان میں دو پہیہ سواریوں کی خریدی کے لیے رنگوں کی پسند سامنے کی دائروی ترسیم میں دکھائی گئی ہے۔ اگر کل 36 دو پہیہ سواریاں خریدی گئیں تو ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

i) سیاہ رنگ کو ظاہر کرنے والے دو پہیہ سواریوں کے تراشے کے مرکزی زاویے کی پیمائش کتنی ہوگی؟

ii) سیاہ رنگ کے دو پہیہ سواریوں کی کتنی خریدی ہوئی؟

2) اگر $\sum x_i f_i = 1265$ ، $N = 50$ تب میانیہ $\overline{X}$ معلوم کیجیے۔

3) ذیل کی تعددی جدول کا مشاہدہ کیجیے اور میانیہ معلوم کیجیے۔

مفروضہ میانیہ = A = 300

جماعت	وسط جماعت (x_i)	$d_i = x_i - A$ $= x_i - 300$	$u_i = \frac{d_i}{g}$	تعدد f_i	$f_i x_i u_i$
200-240	220	– 80	– 2	5	– 10
240-280	260	– 40	– 1	10	– 10
280-320	300 – A	0	0	15	0
320-360	340	40	1	12	12
360-400	380	80	2	8	16
کل				$\sum f_i = 50$	$\sum f_i u_i = 8$

سوال 3 A) ذیل میں سے کسی ایک سرگرمی کو مکمل کرکے دوبارہ لکھیے۔

1) ذیل کی جدول میں ایک سافٹ ویئر کمپنی میں روزانہ کام کرنے کے لیے درکار وقت (گھنٹے) اور کام کرنے والے مزدور (ملازمین) کی تعداد دی گئی ہے۔ جدول میں دی گئی معلومات کی بنا پر کمپنی میں روزانہ کام کرنے والے مزدوروں کے لیے درکار وقت کا وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے سرگرمی مکمل کیجیے۔

روزانہ کام کرنے کے لیے وقت	مزدوروں کی تعداد	اجتماعی تعدد (سے کم تر)
8-10	150	150
10-12	500	□
12-14	300	950
14-16	50	□

یہاں ،

$L = 10, \ \frac{N}{2} = \boxed{}, \ cf = 150, \ h = 2, \ f = \boxed{}$

$$\text{وسطانیہ} = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right] \times h \qquad \text{... (ضابطہ)}$$

$$= 10 + \left[\frac{500 - 150}{500}\right] \times 2 \qquad \text{... (دی ہوئی قیمتیں رکھنے پر)}$$

$$= 10 + \frac{\boxed{}}{5} = 10 + \boxed{} = 11.4$$

∴ روزانہ کام کرنے کے لیے درکار وقت کا وسطانیہ $= 11.4$

حل:

اجتماعی تعدد (سے کم تر)	مزدوروں کی تعداد	روزانہ کام کرنے کے لیے وقت
150	150	8-10
$\boxed{650}$	500	10-12
950	300	12-14
$\boxed{1000}$	50	14-16

یہاں ، $L = 10, \ \frac{N}{2} = \boxed{500}, \ cf = 150, \ h = 2, \ f = \boxed{500}$

$$\text{وسطانیہ} = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right] \times h \qquad \text{... (ضابطہ)}$$

$$= 10 + \left[\frac{500-150}{500}\right] \times 2 \qquad \text{... (دی ہوئی قیمتیں رکھنے پر)}$$

$$= 10 + \frac{\boxed{7}}{5} = 10 + \boxed{1.4} = 11.4$$

∴ روزانہ کام کرنے کے لیے درکار وقت کا وسطانیہ $= 11.4$

2) ذیل میں دی گئی تعددی تقسیمی جدول میں ایک پٹرول پمپ پر پٹرول بھرنے والی سواریوں (گاڑیوں) کی تعداد اور گاڑیوں میں بھرے گئے پٹرول کی معلومات دی گئی ہے۔ معلومات کی بنا پر گاڑیوں میں بھرے گئے پٹرول کے حجم کا کثیریہ معلوم کرنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

گاڑیوں میں بھرا جانے والا پٹرول (لٹر) جماعت	تعدد گاڑیوں کی تعداد
0.5 - 3.5	33
3.5 - 6.5	40
6.5 - 9.5	27
9.5 - 12.5	18
12.5 - 15.5	12

سرگرمی : دی گئی تعددی تقسیمی جدول کی بنا پر

کثیریہ جماعت $= \boxed{}$

$\rightarrow$ کثیریہ $= \boxed{} + \left[\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - \boxed{}}\right] \times h$ ... (ضابطہ)

$= 3.5 + \left[\dfrac{40 - 33}{2(40) - 33 - 27}\right] \times \boxed{}$ ... (دی گئی قیمت رکھنے پر)

$= 3.5 + \left[\dfrac{7}{80 - 60}\right] \times 3$

$\therefore$ کثیریہ $= \boxed{}$

$\therefore$ گاڑیوں (سواریوں) میں بھرے جانے والے پٹرول کے حجم کا کثیریہ $\boxed{}$ لٹر ہوگا۔

حل :

کثیریہ جماعت $= \boxed{3.5 - 6.5}$

$\rightarrow$ کثیریہ $= \boxed{L} + \left[\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - \boxed{f_2}}\right] \times h$ ... (ضابطہ)

$= 3.5 + \left[\dfrac{40 - 33}{2(40) - 33 - 27}\right] \times \boxed{3}$ ... (دی گئی قیمت رکھنے پر)

$= 3.5 + \left[\dfrac{7}{80 - 60}\right] \times 3$

$\therefore$ کثیریہ = $\boxed{4.55}$

$\therefore$ گاڑیوں (سواریوں) میں بھرے جانے والے پٹرول کے حجم کا کثیریہ $\boxed{4.55}$ لٹر ہوگا۔

مشق کے لیے مثالیں

1) مختلف کارخانوں میں بنائے جانے والے بلبوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر بلبوں کی پیداوار کا وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے سرگرمی مکمل کیجیے۔

بلبوں کی تعداد (ہزار)	کارخانوں کی تعداد	اجتماعی تعدد (سے کم تر)
30 - 40	12	12
40 - 50	35	47
50 - 60	20	67
60 - 70	15	82
70 - 80	8	90
80 - 90	7	97
90 - 100	8	105

دی گئی تعددی تقسیمی جدول کی بنا پر ...

وسطانیہ جماعت = $\boxed{}$

$\rightarrow$ وسطانیہ $= L + \left[\dfrac{\boxed{} - cf}{\boxed{}}\right] \times h$ ... (ضابطہ)

$= 50 + \left[\dfrac{52.5 - \boxed{}}{20}\right] \times 10$ ... (دی گئی قیمتیں رکھنے پر)

$= 50 + \dfrac{55}{20}$

$\therefore$ وسطانیہ = $\boxed{}$

$\therefore$ بلبوں کی پیداوار کا وسطانیہ = $\boxed{}$

2) ذیل کی تعددی تقسیمی جدول میں میدان پر کھیلنے کے لیے آنے والے لڑکوں کی تعداد اور اُن کی عمروں کی جماعت دی ہوئی ہے۔ اس کی مدد سے میدان پر کھیلنے والے لڑکوں کی عمر کا کثیریہ معلوم کرنے کے لیے سرگرمی مکمل کیجیے۔

لڑکوں کی عمروں کی جماعت (سال)	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16
لڑکوں کی تعداد	43	58	70	42	27

عملی کام : یہاں ،

$L = 10,\ f_0 = \square,\ f_1 = 70,\ f_2 = 42,\ h = 2$

$\rightarrow$ کثیریہ $= L + \left[\dfrac{f_1 - f_0}{\square - f_0 - f_2}\right] \times h$ ... (ضابطہ)

$= 10 + \left[\dfrac{70 - 58}{2(70) - 58 - 42}\right] \times 2$ ... (دی گئی قیمتیں رکھنے پر)

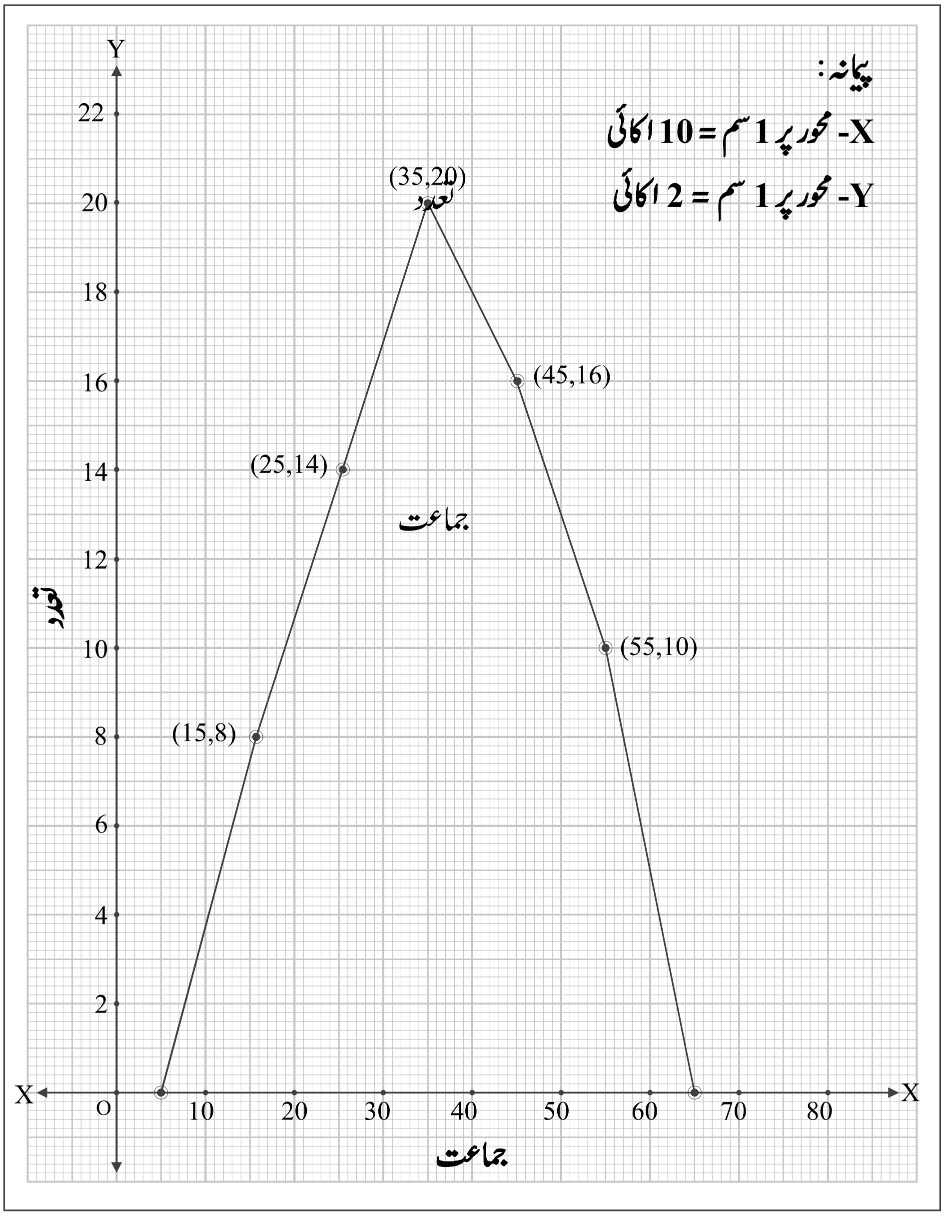
$\therefore$ کثیریہ $= 10 + \dfrac{12}{\square} \times 2$

$= 10 + \dfrac{24}{\square}$

$= \square$

$\therefore$ میدان پر کھیلنے والے لڑکوں کی عمروں کا کثیریہ $= \square$ سال

3) متصلہ شکل میں دکھائے ہوئے تعددی کثیر ضلعی کی مدد سے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔



1) 50-60 جماعت کا تعدد لکھیے۔

2) سب سے زیادہ تعدد والی جماعت لکھیے۔

3) جس جماعت کا تعدد 14 ہے، وہ جماعت لکھیے۔

4) وسط جماعت 55 والی جماعت لکھیے۔

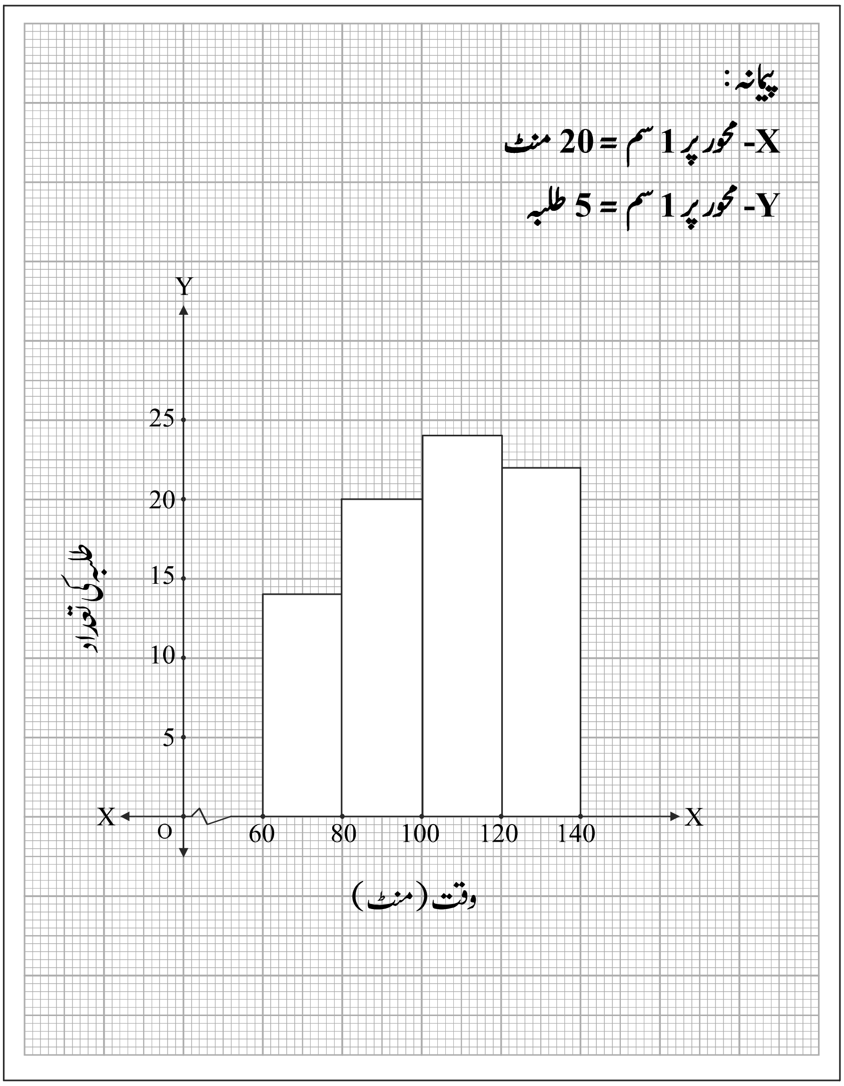
5) جس جماعت کا تعدد صفر ہے، ایسی کوئی ایک جماعت لکھیے۔

6) جس جماعت کی نچلی حد 30 ہے، اس جماعت کی اوپری حد لکھیے۔

B) **ذیل میں سے کوئی دو ضمنی سوالات حل کیجیے۔**

1) ذیل کی جدول میں طلبہ کی امتحان کی تیاری کے لیے دیا ہوا وقت دکھایا گیا ہے۔اس کی مدد سے مستطیلی ترسیم بنائیے۔

وقت (منٹ)	60-80	80-100	100-120	120-140
طلبہ کی تعداد	14	20	24	22



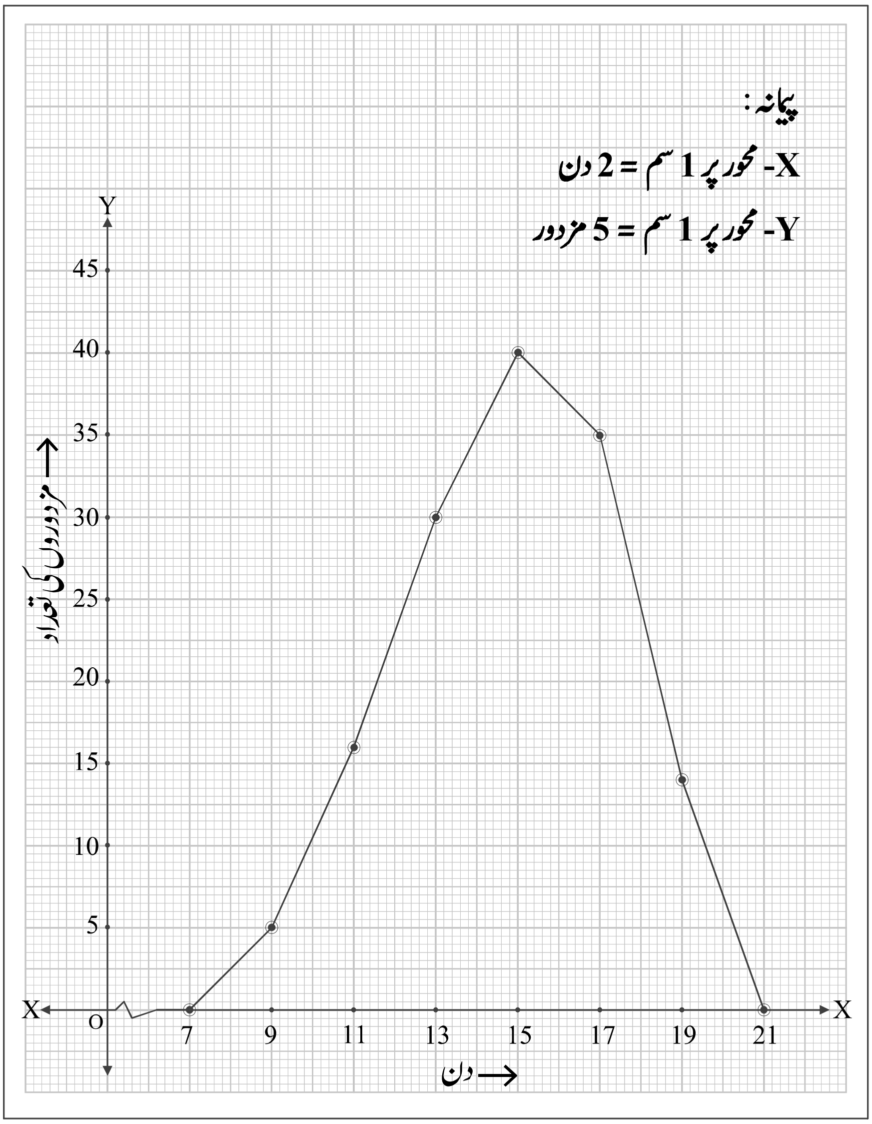
2) ایک ہاتھ کرگھا کارخانے میں مزدوروں کو ساڑی بنانے کے لیے درکار دنوں اور مزدوروں کی تعداد کی جماعت بند تعددی جدول دی ہوئی ہے۔اس معطیات کے لیے تعددی کثیریہ معلوم کیجیے۔

دن	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20
مزدوروں کی تعداد	5	16	30	40	35	14

حل:

دن	وسط جماعت	مزدوروں کی تعداد	نقاط کے محدد
6-8	7	0	(7, 0)
8-10	9	5	(9, 5)
10-12	11	16	(11, 16)
12-14	13	30	(13, 30)
14-16	15	40	(15, 40)
16-18	17	35	(17, 35)
18-20	19	14	(19, 14)
20-22	21	0	(21, 0)

مشق کے لیے مثالیں



مشق کے لیے مثالیں

1) ذیل کی تعدادی جدول کے لیے مستطیلی ترسیم بنا کر تعددی کثیر ضلعی بنائیے۔

اوسط بارش (سم)	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
گاؤں کی تعداد	2	5	8	12	10	7

2) ایک امتحان میں طلبہ کے ریاضی مضمون کے حاصل کردہ نمبرات ذیل کی جدول میں دیے گئے ہیں۔

حاصل کردہ نمبرات	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
طلبہ کی تعداد	3	8	15	17	7

اوپر دی ہوئی تعددی جدول کی مدد سے مستطیلی ترسیم بنائیے۔

3) ذیل میں دی گئی جماعت بند تعددی جدول کے لیے تعددی کثیر ضلعی بنائیے۔

بجلی بل (روپے)	0-200	200-400	400-600	600-800	800-1000
خاندانوں کی تعداد	240	300	450	350	160

❖❖❖

حصہ - 2

1. متشابہت

آیئے، ذرا یاد کریں۔

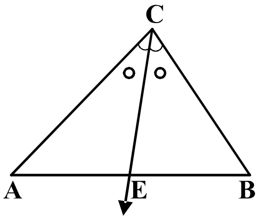
1) $\frac{A(\Delta_1)}{A(\Delta_2)} = \frac{b_1 \times h_1}{b_2 \times h_2}$

2) $\frac{A(\Delta_1)}{A(\Delta_2)} = \frac{b_1}{b_2}$ جب $h_1 = h_2$

3) $\frac{A(\Delta_1)}{A(\Delta_2)} = \frac{h_1}{h_2}$ جب $b_1 = b_2$

4) $\triangle ABC$ میں BC قطعہ $\parallel$ DE تب $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ... (متناسبت کے بنیادی مسئلہ کی رو سے)

5) $\triangle ABC$ میں $\angle C$ کا ناصف قطعہ AB کو نقطہ E پر قطع کرتا ہے،



تب $\frac{AE}{EB} = \frac{CA}{CB}$

6) اگر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ہو تو $\frac{A(\Delta\ ABC)}{A(\Delta\ PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$

7) اگر $\Delta_1 \sim \Delta_2$ تو $\frac{A(\Delta_1)}{A(\Delta_2)} = \frac{h_1^2}{h_2^2} = \frac{b_1^2}{b_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ ... (h - ارتفاع، b - قاعدہ، s - ضلع)

مثالیں :

سوال 1 A) صحیح متبادل کا انتخاب کیجیے۔

1) دو متشابہ مثلثوں کے رقبے 9 مربع سم اور 16 مربع سم ہیں تو ان کے نظیری ارتفاعوں میں نسبت ....

(A) 9 : 16 (B) 3 : 4 (C) 4 : 3 (D) 16 : 9

جواب : (B)

تشریح:

$\rightarrow \quad \Delta_1 \sim \Delta_2$ ہو تو $\dfrac{A(\Delta_1)}{A(\Delta_2)} = \dfrac{h_1^2}{h_2^2}$

$\therefore \dfrac{9}{16} = \dfrac{h_1^2}{h_2^2}$

$\therefore \dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{3}{4}$

$\therefore h_1 : h_2 = 3 : 4$

2) اگر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ اور $\angle A = 45°$ ، $\angle Q = 87°$ تو $m\angle C = ...$

(A) 45° (B) 87° (C) 48° (D) 90°

جواب: (C)

تشریح: مثلث کے تمام زاویوں کے مجموعے کی خصوصیت سے ...

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^{o}$

$\angle C = 180^{o} - (45^{o} + 87^{o})$

$\angle C = 48^{o}$

3) اگر $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ اور $\angle A = 48°$ تو $\angle D = ...$

(A) 48° (B) 83° (C) 49° (D) 132°

سوال B 1) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

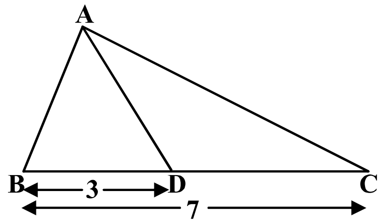
1) اگر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ، $A(\triangle ABC) = 80$ ، $A(\triangle PQR) = 125$ ، تو $AB : PQ$ معلوم کیجیے۔

جواب: $\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \dfrac{80}{125} = \dfrac{AB^2}{PQ^2}$ ... (دو متشابہ مثلثوں کے رقبے)

$$\therefore \ \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \ \frac{AB}{PQ} = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ AB : PQ = 4 : 5

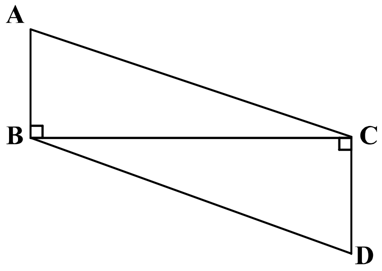


2) دی گئی شکل میں BC = 7 ، BD = 3 ،

$\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$ کی نسبت لکھیے۔

جواب : $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)} = \frac{BD}{BC}$ ... (مساوی ارتفاع کے مثلث)

$\therefore \ \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7}$ $\quad$ $\therefore \ \frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)} = \frac{3}{7}$



3) سامنے دی گئی شکل کے مطابق قطعہ BC ⊥ قطعہ AB اور

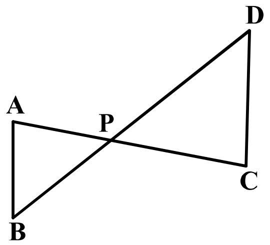
قطعہ BC ⊥ قطعہ DC۔ اگر AB = 3 سم اور

CD = 4 سم تو $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DCB)}$ معلوم کیجیے۔

4) دو متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعوں کی نسبت 5 : 3 ہے تو ان کے رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

5) اگر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ اور $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{16}{25}$ تو $AB : PQ$ معلوم کیجیے۔

سوال A 2) ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔



1) دی گئی شکل میں AC قطعہ اور BD قطعہ ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرتے ہیں۔

اگر $\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP}$ ، تو $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ ثابت کرنے کے لیے نیچے دیا ہوا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام: $\triangle ABP$ اور $\triangle CDP$ میں

$\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP}$ .... [ ]

$\therefore \angle APB =$ [ ] .... (متقابلہ زاویے)

$\therefore$ [ ] $\sim \Delta APB$ .... [ ] (متشابہت کی آزمائش)

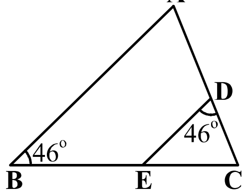
جواب: $\triangle APB$ اور $\triangle CDP$ میں ...

$\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP}$ ... [دیا ہوا ہے]

$\therefore \angle APB =$ [**$\angle CPD$**] ... متقابلہ زاویے

$\therefore$ [**ΔABP**] $\sim \Delta CDP$ ... [ضل زا ضل] (متشابہت کی آزمائش)

2) دی گئی شکل کا بغور مشاہدہ کر کے عملی کام مکمل کیجیے۔



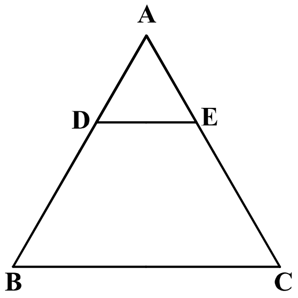
عملی کام: $\triangle ABC$ اور $\triangle EDC$ میں ...

$\therefore \angle ABC \cong \angle$ [.........................] ... (ہر زاویہ $46°$)

$\therefore \angle C \cong \angle C$ .... (....)

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta$ ....(........................ متشابہت کی آزمائش)

(3 اگر $\triangle ABC$ میں، قطعہ BC || قطعہ DE، اور AD = 6 سم، DB = 9 سم، EC = 7.5 سم تو قطعہ AE معلوم کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔



عملی کام : $\triangle ABC$ میں

قطعہ BC || قطعہ DE ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ....

$\therefore \frac{6}{9} = \frac{AE}{\square}$

$\therefore AE = \frac{6 \times 7.5}{\square}$

$\therefore AE = \square$

سوال 2 B) **مندرجہ ذیل سوالات حل کیجیے۔**

(1 $\triangle LMN \sim \triangle RST$، LM = 3، MN = 4، ST = 12 تو RS معلوم کیجیے۔

جواب : متشابہ مثلثوں کے اضلاع مساوی ہوتے ہیں۔

$\frac{LM}{RS} = \frac{MN}{ST}$

$\therefore \frac{3}{RS} = \frac{4}{12}$

$\therefore RS = \frac{3 \times 12}{4}$

$\therefore$ RS = 9 اکائی

2) $\triangle LMN \sim \triangle PQR$ ، اگر $QR = 20$ ہوتو MN معلوم کیجیے۔

جواب:

$$\frac{A(\Delta\ LMN)}{A(\Delta\ PQR)} = \frac{9}{16} = \frac{MN^2}{QR^2}$$ ... (متشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت)

$$\therefore \frac{MN^2}{QR^2} = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \frac{MN}{QR} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{MN}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore MN = \frac{3 \times 20}{4}$$

$\therefore MN = 15$ اکائی

3) $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ متساوی الاضلاع مثلث ہیں۔اگر $A(\triangle ABC) : A(\triangle DEF) = 1 : 2$
اور $AB = 4$ تو DE معلوم کیجیے۔

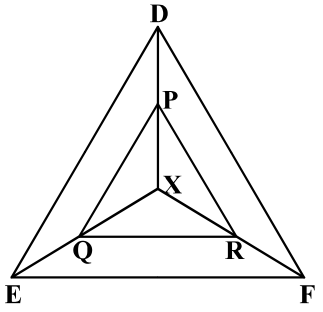
4) اگر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ، $A(\triangle ABC) = 81$ مربع سم ، $A(\triangle PQR) = 121$ مربع سم اور
$BC = 6.3$ سم ہوتو QR معلوم کیجیے۔

5) اگر $\triangle PQR \sim \triangle ABC$ اور $AB : PQ = 2 : 3$ تو $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)}$ قیمت معلوم کیجیے۔

6) اگر $\triangle PQR \sim \triangle ABC$ ، $AB : PQ = 4 : 5$ اور $A(\triangle PQR) = 125$ مربع سم ہو تو $A(\triangle ABC)$ معلوم کیجیے۔

سوال 3 A) ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

1) سامنے کی شکل میں مثلث کے اندرون میں کوئی ایک نقطہ X ہے۔ نقطہ X کو مثلث کے راسوں سے ملایا گیا ہے۔
اسی طرح قطعہ DE || قطعہ PQ، قطعہ EF || قطعہ QR۔
تو قطعہ DF || قطعہ PR ثابت کرنے کے لیے درج ذیل خانہ پُری کیجیے۔



عملی کام: $\triangle XDE$ میں ...

$PQ \parallel DE$ ... (دیا ہوا ہے)

$\frac{XP}{PD} = \frac{\square}{QE}$ ... (I) (متناسبت کا بنیادی مسئلہ)

$\triangle XEF$ میں ...

$QR \parallel EF$ ... (دیا ہوا ہے)

$\frac{XQ}{\square} = \frac{XR}{\square}$ .... II ($\square$)

$\frac{XP}{PD} = \frac{\square}{\square}$ ... [بیانات (I) اور (II) سے]

قطعہ DE ‖ قطعہ PR ... (متناسبت کے بنیادی مسئلے کا عکس)

جواب: XDE △ میں ...

PQ ‖ DE ... (دیا ہوا ہے)

$\frac{XP}{PD} = \frac{\boxed{XQ}}{QE}$ ... (I) (متناسبت کا بنیادی مسئلہ)

XEF △ میں ...

QR ‖ EF ... (دیا ہوا ہے)

$\frac{XQ}{\boxed{QE}} = \frac{XR}{\boxed{RF}}$ .... II (متناسبت کا بنیادی مسئلہ)

$\frac{XP}{PD} = \frac{\boxed{XR}}{\boxed{RF}}$ ... (مساوات (I) اور (II) کی رو سے)

قطعہ DF ‖ قطعہ PR ... (متناسبت کا بنیادی مسئلے کے عکس کی رو سے)

(2 اگر △ABC ~ △PQR ، A (△ABC) = 81 مربع سم ، A (△PQR) = 121 مربع سم اور BC = 6.3 سم ہو تو QR معلوم کیجیے۔

عملی کام:

△ABC ~ △PQR ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{\square}{QR^2}$ .... ($\square$)

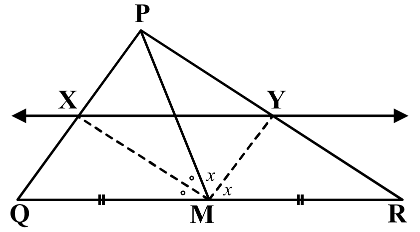
$\therefore \frac{\square}{121} = \frac{(6.3)^2}{QR^2}$

$\therefore \frac{\square}{11} = \frac{(6.3)}{QR}$ ... (طرفین کا جذر المربع کرنے پر)

$\therefore QR = \frac{6.3 \times 11}{\square}$

$\therefore QR = \square$ سم

3) $\triangle PQR$ میں PM قطعہ وسطانیہ ہے۔ $\angle PMQ$ اور $\angle PMR$ کے ناصف ضلع PQ اور ضلع PR کو بالترتیب نقاط X اور Y پر قطع کرتے ہیں۔ $XY \parallel QR$ ثابت کرنے کے لیے نیچے دیا ہوا عملی کام مکمل کیجیے۔



عملی کام : $\triangle PMQ$ میں شعاع MX ، $\angle PMQ$ کی ناصف ہے۔

(زاویے کے ناصف کی خصوصیت) (I) ... $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

$\triangle PMR$ میں شعاع MY ، $\angle PMR$ کی ناصف ہے۔

(زاویے کے ناصف کی خصوصیت) (II) ... $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

لیکن،

(M نقطہ QR کا وسطی نقطہ ہے) ... $\frac{MP}{MQ} = \frac{MP}{MR}$

لہٰذا

$MQ = MR$

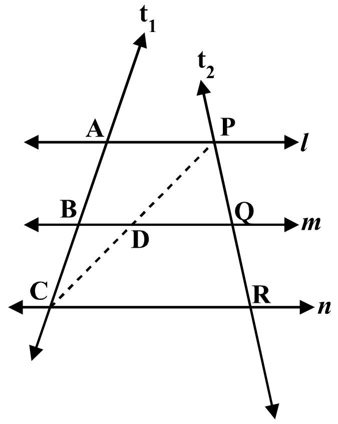
$\therefore \frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR}$

$\therefore XY \parallel QR$ ... (متناسبت کے بنیادی مسئلہ کا عکس)

سوال 3 B) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) مندرجہ ذیل بیان ثابت کیجیے۔

تین متوازی خطوط کے ذریعے ایک خط تقاطع پر بننے والے حائل قطعات کی نسبت، ان متوازی خطوط کے ذریعے کسی دوسرے خط تقاطع پر بننے والے نظیری حائل قطعات کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔



دیا ہوا ہے : خط $l \parallel$ خط $m \parallel$ خط n

t_1 اور t_2 ان کے حائل قطعات ہیں۔

خط تقاطع t_1 بالترتیب خطوط A، B، C نقاط کو قطع کرتا ہے۔

خط تقاطع t_2 بالترتیب خطوط P، Q، R نقاط کو قطع کرتا ہے۔

ثابت کرنا ہے : $\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$

ثبوت : قطعہ PC کھینچیے۔ یہ قطعہ خط m کو D نقطے پر قطع کرتا ہے۔

$\triangle ACP$ میں $BD \parallel AP$

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PD}{DC}$ ... (I) (متشابہت کا بنیادی مسئلہ)

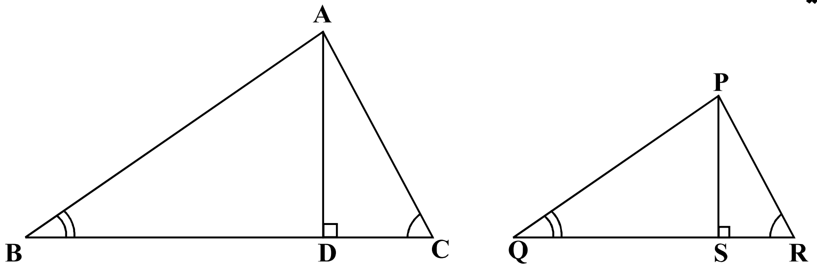
$\triangle CPR$ میں $DQ \parallel CR$

$\therefore \frac{PD}{DC} = \frac{PQ}{QR}$ ... (II) (متشابہت کا بنیادی مسئلہ)

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PD}{DC} = \frac{PQ}{QR}$ ... [بیان (I) اور (II) کی بنا پر]

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$

2) اگر دو مثلث متشابہ ہوں تو ان کے رقبوں کی نسبت، ان کے نظیری ضلعوں کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔ ثابت کیجیے۔



دیا ہوا ہے : $\Delta ABC \sim \Delta PQR,\ AD \perp BC,\ PS \perp QR$

ثابت کرنا ہے : $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$

ΔABD اور ΔPQS میں،

$\angle B = \angle Q$ ... (دیا ہوا ہے)

$\angle ADB = \angle PSQ = 90^\circ$

$\therefore \Delta ABD \sim \Delta PQS$ ... (زا-زا آزمائش کی رو سے)

$\therefore \frac{AD}{PS} = \frac{AB}{PQ}$ .... (II)

لیکن

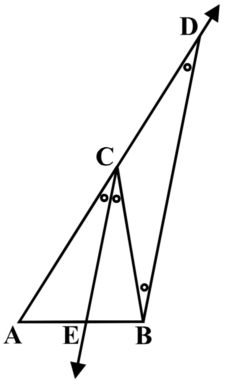
$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

[بیان (II) اور (III) کی بنا پر]

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC}{QR} \times \frac{AD}{PS} = \frac{BC}{QR} \times \frac{BC}{QR} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2}$$

3) مثلث کے زاویے کا ناصف اُس زاویے کے مقابل کے ضلع کو باقی دو اضلاع کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔ ثابت کیجیے۔



دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ میں $\angle C$ کا ناصف خط AB کو نقطہ E پر قطع کرتا ہے۔

ثابت کرنا ہے : $\dfrac{AE}{EB} = \dfrac{CA}{CB}$

عمل : نقطہ B، شعاع CE کے متوازی خط کھینچیے۔ اسے بڑھا کر AC کو نقطہ D پر قطع کرتا ہو۔

ثبوت : شعاع CE || BD شعاع اور خط AD خطِ تقاطع ہے۔

$\angle ACE \cong \angle CDB$ ... (I) (نظیری زاویہ)

اب BC خطِ تقاطع لے کر

$\angle ECB \cong \angle CBD$ ... (II) (متبادلہ زاویہ)

لیکن،

$\angle ACE \cong \angle ECB$ ... (III) (دیا ہوا ہے)

$\therefore\ \angle CBD \cong \angle CDB$ ... [بیان (I)، (II)، (III) کی رو سے]

$\triangle CBD$ میں، ضلع CB $\cong$ ضلع CD ... (متماثلہ زاویوں کے مقابل کے ضلع)

$CB = CD$ ... (IV)

اب، $\triangle ABD$ میں، خط EC || ضلع BD ... (عمل)

$\therefore\ \dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AC}{CD}$ ... (V) (متناسبت کا بنیادی مسئلہ)

$\therefore\ \dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AC}{CB}$ ... [بیان (IV) اور (V) کی بنا پر]

❖❖❖

2. فیثاغورث کا مسئلہ

آیئے، ذرا یاد کریں۔

1) $\triangle ABC$ میں اگر $m\angle B = 90^\circ$ ہو تو $AC^2 = BC^2 + AB^2$

2) $\triangle ABC$ میں $\angle B = 90^\circ$ ، $\angle A = 60^\circ$ ، $\angle C = 30^\circ$ ہو تب $AB = \frac{1}{2}AC$ اور $BC = \frac{\sqrt{3}}{2}AC$

3) $\triangle ABC$ میں $\angle B = 90^\circ$ ، $\angle A = \angle C = 45^\circ$ ہو تو $AB = BC = \frac{1}{\sqrt{2}}AC$

4) $\triangle ABC$ میں $\angle B = 90^\circ$ ، وتر $AC \perp BD$ قطعہ ہو تو $BD^2 = AD \times DC$

5) $\triangle ABC$ میں اگر نقطہ D ضلع BC کا وسطی نقطہ ہو تو $AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

مثالیں:

سوال 1 A) صحیح متبادل منتخب کر کے اس کے حرف کو ضمنی سوال کے نمبر کے سامنے لکھیے۔

1) قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کے مربعوں کا مجموعہ 169 ہے تو اس مثلث کے وتر کی لمبائی کیا ہوگی؟

(A) 15 (B) 13 (C) 5 (D) 12

جواب: (B)

تشریح: قائمۃ الزاویہ مثلث میں ...

قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کے مربعوں کا مجموعہ $= (\text{وتر})^2$

$\longrightarrow (\text{وتر})^2 = 169 = (13)^2$

$\therefore$ وتر $= 13$

2) درج ذیل میں کون سے اعداد فیثاغورث کے اعدادِ ثلاثہ ہیں۔

(A) 1, 5, 10 (B) 3, 4, 5 (C) 2, 2, 2 (D) 5, 5, 2

جواب: (B)

تشریح: $3^2 + 4^2 = 5^2$

3) مندرجہ ذیل میں سے کس تاریخ کو فیثاغورث کے اعدادِ ثلاثہ ہوں گے؟

(A) 15/08/17 (B) 16/08/16 (C) 03/05/17 (D) 04/09/15

جواب:

4) مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں a، b، c ہیں۔اگر $a^2 + b^2 = c^2$ ہوتو وہ کس قسم کا مثلث ہوگا؟

(A) منفرجۃ الزاویہ مثلث (C) قائمۃ الزاویہ مثلث

(B) حادّۃ الزاویہ مثلث (D) متساوی الاضلاع مثلث

جواب:

5) ایک مربع کے وتر کی لمبائی $10\sqrt{2}$ سم ہے۔اس کا احاطہ .... ہے۔

(A) 10 سم (B) $40\sqrt{2}$ سم (C) 20 سم (D) 40 سم

جواب:

6) ایک قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر پر بنائے گئے ارتفاع کی وجہ سے وتر کے 4 سم اور 9 سم لمبائی کے دو حصے بنتے ہیں تو اس ارتفاع کی لمبائی کتنی ہوگی؟

(A) 9 سم (B) 4 سم (C) 6 سم (D) $2\sqrt{6}$ سم

جواب:

7) قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 24 سم اور 18 سم لمبائی کے ہیں۔مثلث کے وتر کی لمبائی .... ہوگی۔

(A) 24 سم (B) 30 سم (C) 15 سم (D) 18 سم

جواب:

سوال 1 B) درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) $\triangle RST$ میں $\angle S = 90°$ ، $\angle T = 30°$ ، $RT = 12$ سم ہوتو RS اور ST کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب: $RS = \frac{1}{2} RT$ ... (30° کے مقابل کا ضلع)

$= 6$ سم

$ST = \frac{\sqrt{3}}{2} RT$ ... (60° کے مقابل کا ضلع)

$= 6\sqrt{3}$ سم

2) ایک مربع کا وتر $10\sqrt{2}$ سم ہے۔اس مربع کا ضلع معلوم کیجیے۔

جواب: $\text{مربع کا ضلع} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \text{وتر}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10\sqrt{2}$

مربع کا ضلع = 10 سم

3) $\triangle ABC$ میں اگر $AB^2 = AC^2 + CB^2$ ہو تو $\triangle ABC$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے یا نہیں، وجہ کے ساتھ لکھیے۔

جواب :

4) کیا 7 سم، 24 سم، 25 سم ضلعوں کی لمبائی والا مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہوگا؟ وجہ کے ساتھ لکھیے۔

جواب :

5) ایک مستطیل کے اضلاع کی لمبائی 11 سم اور 60 سم ہے۔اس کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب :

6) قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 9 سم اور 12 سم ہیں تو وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب:

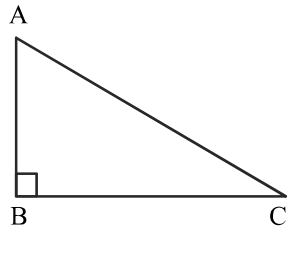
7) ایک مستطیل کی لمبائی 35 سم اور چوڑائی 12 سم ہے تو اس مستطیل کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب:

8) $\triangle ABC$ میں $\angle ABC = 90^\circ$ ،

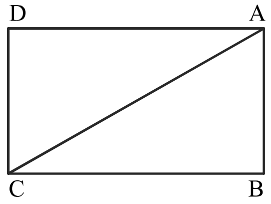
$\angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$ ،

اگر $AC = 9\sqrt{2}$ تو AB کی لمبائی معلوم کیجیے۔



جواب:

سوال 2 A) مندرجہ ذیل سرگرمیاں مکمل کیجیے۔



1) دی گئی شکل میں □ABCD ایک مستطیل ہے۔
اگر AB = 5 ، AC = 13 ہوتو BC کی قیمت
معلوم کرنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

سرگرمی: △ABC [ ] مثلث ہے۔

∴ فیثاغورث کے مسئلے کی رو سے...

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore\ 25 + BC^2 =$ [ ]

$\therefore\ BC^2 =$ [ ]

$\therefore\ BC =$ [ ]

جواب: △ABC [قائمۃ الزاویہ] مثلث ہے۔

∴ فیثاغورث کے مسئلے کی رو سے...

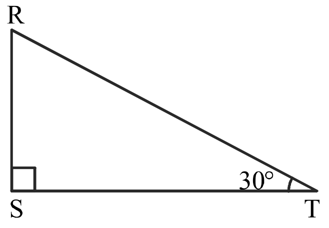
$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore\ 25 + BC^2 =$ [169]

$\therefore\ BC^2 =$ [144]

$\therefore\ BC =$ [12 اکائی]

2) دی گئی شکل میں ،



سرگرمی: △RST ایک [ ] مثلث ہے۔

RS = [ ] × RT

RS = 6 سم

ST = [ ] × RT

ST = [ ] سم

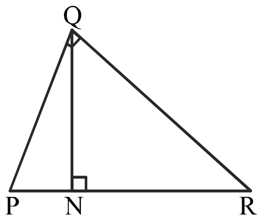
جواب: دی گئی شکل میں △RST یہ [30°-60°-90°] مثلث ہے۔

$\therefore \; RS = \boxed{\frac{1}{2}} \times RT$

$\therefore \; RS = 6$ سم

$\therefore \; ST = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times RT$

$\therefore \; ST = \boxed{6\sqrt{3}}$ سم



3) دی ہوئی شکل میں $\angle PQR = 90°$ ، قطعہ $PR \perp$ قطعہ QN ، $PN = 9$ ، $QN = 12$ تو NR کی قیمت معلوم کرنے کے لیے درج ذیل سرگرمی مکمل کیجیے۔

سرگرمی : $\triangle PQR$ میں ، $\angle PQR = 90°$ ، قطعہ $PR \perp$ قطعہ QN

$\therefore \; NQ^2 = \boxed{}$ ... ہندسی وسط کا مسئلہ

$\therefore \; 12^2 = \boxed{}$ ... مثال میں دی گئی قیمتوں کی بنا پر

$\therefore \; NR = \frac{\boxed{}}{9}$

$\therefore \; NR = \boxed{}$

سوال 2 B) **درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔**

1) ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے وتر کی لمبائی 15 سم ہو تو وتر پر بنائے گئے وسطانیہ کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب : قائمۃ الزاویہ مثلث میں ...

وتر پر بنایا گیا وسطانیہ $= \frac{1}{2} \times$ وتر

$\therefore$ وسطانیہ $= \frac{1}{2} \times 15$

$\therefore$ وسطانیہ $= 7.5$ سم

2) ایک مستطیل کا رقبہ 192 مربع سم ہے۔اس کی لمبائی 16 سم ہے تو اس مستطیل کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

جواب:

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

چوڑائی = مستطیل کا رقبہ / لمبائی

چوڑائی = $\frac{192}{16}$

چوڑائی = 12 سم

اب ، فیثا غورث کے مسئلے کی رو سے ...

$(\text{وتر})^2 = (\text{لمبائی})^2 + (\text{چوڑائی})^2$

$(\text{وتر})^2 = 16^2 + 12^2$

$(\text{وتر})^2 = 256 + 144$

$(\text{وتر})^2 = 400$

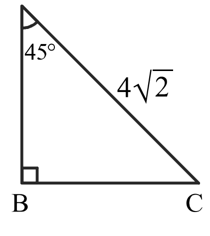
وتر = $\sqrt{400}$ = 20 سم

3) (24, 70, 70) فیثا غورث کے اعدادِ ثلاثہ ہیں یا نہیں؟ وجہ کے ساتھ لکھیے۔

جواب:

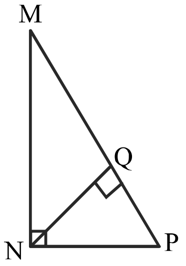
4) $\triangle ABC$ میں، $\angle ABC = 90°$ ، $\angle BAC = 45°$

اور $AC = 4\sqrt{2}$ سم ہو تو AB معلوم کیجیے۔



جواب:

(5 شکل میں $\angle MNP = 90°$ ، MP قطعہ $\perp$ NQ قطعہ،
$MQ = 9$ ، $QP = 4$ ہوتو NQ معلوم کیجیے۔
جواب:



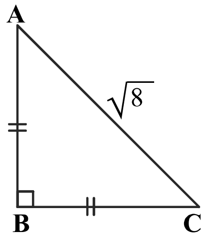
(6 $\triangle PQR$ میں، $\angle P = 60°$ ، $\angle Q = 90°$ اور سم $QR = 6\sqrt{3}$ ہوتو PR اور PQ معلوم کیجیے۔
جواب:

(7 $\triangle ABC$ میں، قطعہ AP وسطانیہ ہے۔اگر $BC = 18$ ، $AB^2 + AC^2 = 260$ ہوتو AP معلوم کیجیے۔

(8 $\triangle ABC$ میں سم $AB = 9$ ، سم $BC = 40$ اور سم $AC = 41$ ہوتو $\triangle ABC$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے
یا نہیں، وجہ کے ساتھ طے کیجیے۔

سوال 3 A) ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔

1) ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔



AB = BC .... [ ]

$\therefore \angle BAC =$ [ ]

$\therefore AB = BC =$ [ ] $\times AC$

$=$ [ ] $\times \sqrt{8}$

$=$ [ ] $\times 2\sqrt{2}$

$=$ [ ]

جواب:

AB = BC .... [دیا ہوا ہے]

$\therefore \angle BAC =$ [$\angle BAC$ یا $45°$]

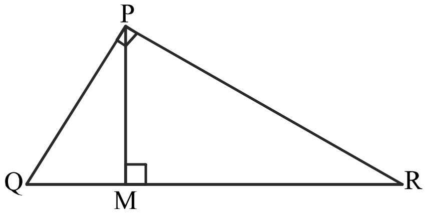
$\therefore AB = BC =$ [$\frac{1}{\sqrt{2}}$] $\times AC$

$=$ [$\frac{1}{\sqrt{2}}$] $\times \sqrt{8}$

$=$ [$\frac{1}{\sqrt{2}}$] $\times 2\sqrt{2}$

$=$ [2 اکائی]

2) شکل میں $\angle QPR = 90°$ ، قطعہ QR $\perp$ قطعہ PM اور Q-M-R ، PM = 10 ، QM = 8 ہوتو QR کی قیمت معلوم کرنے کے لیے سرگرمی مکمل کیجیے۔



سرگرمی: $\triangle PQR$ میں $\angle QPR = 90°$

اور قطعہ QR $\perp$ قطعہ PM۔

$\longrightarrow$

$\therefore PM^2 =$ [ ] $\times MR$ .... [ ]

$\therefore ($ [ ] $)^2 = 8 \times MR$

$\therefore \ \dfrac{100}{8} = MR$

$\therefore \ \boxed{} = MR$

اب ،

$QR = QM + MR$ .... $(\because Q\text{-}M\text{-}R)$

$\therefore \ QR = 8 + \boxed{}$

$\therefore \ QR = \boxed{}$

جواب: $\triangle PQR$ میں $\angle QPR = 90°$ اور QR قطعہ $\perp$ PM قطعہ۔

$\therefore \ PM^2 = \boxed{QM} \times MR$ .... $\boxed{\text{ہندسی وسط کا مسئلہ}}$

$\therefore \ (\boxed{10})^2 = 8 \times MR$

$\therefore \ \dfrac{100}{8} = MR$

$\therefore \ \boxed{12.5} = MR$

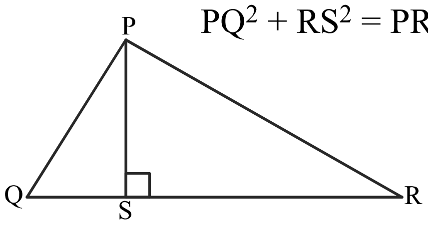
اب ،

$QR = QM + MR$ .... $(\because Q\text{-}M\text{-}R)$

$\therefore \ QR = 8 + \boxed{12.5}$

$\therefore \ QR = \boxed{20.5 \text{ اکائی}}$

3) $\triangle PQR$ میں اور QR ضلع $\perp$ PS قطعہ۔ تب $PQ^2 + RS^2 = PR^2 + QS^2$ ثابت کرنے کے لیے ذیل کی سرگرمی مکمل کیجیے۔



سرگرمی: $\triangle PSQ$ میں $\angle PSQ = 90°$

(فیثاغورث کے مسئلہ کی روسے) ... $PS^2 + QS^2 = PQ^2$

$PS^2 = PQ^2 - \boxed{}$ .... (I)

اسی طرح $\triangle PSR$ میں $\angle PSR = 90°$

(فیثاغورث مسئلہ کی روسے) ... $\therefore \ PS^2 + \boxed{} = PR^2$

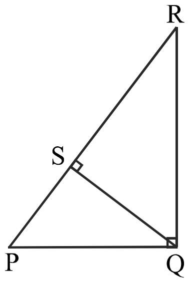
$\therefore \ PS^2 = PR^2 - \boxed{}$ .... (II)

بیان (I) اور (II) کی روسے ... $\therefore \ PQ^2 - \boxed{} = \boxed{} - RS^2$

$\therefore \ PQ^2 + \boxed{} = PR^2 + QS^2$

سوال B 3) درج ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر پر کھینچا ہوا ارتفاع، اس ارتفاع کے ذریعے بننے والے وتر کے دونوں حصوں کا ہندسی وسط ہوتا ہے۔ ثابت کیجیے۔



جواب: قائمۃ الزاویہ مثلث PQR میں PR وتر ⊥ QS قطعہ۔

$\Delta QSR \sim \Delta PSQ$ ... (قائمۃ الزاویہ مثلثوں کی متشابہت)

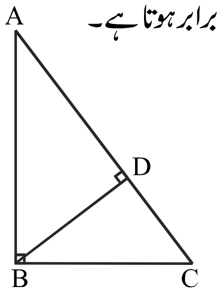
$\therefore \dfrac{QS}{PS} = \dfrac{SR}{SQ}$

$\therefore \dfrac{QS}{PS} = \dfrac{SR}{QS}$ $\quad (\because SQ = QS)$

$QS^2 = PS \times SR$

اس لیے ارتفاع QS، قطعہ PS اور قطعہ SR کا ہندسی وسط ہے۔

2) ثابت کیجیے کہ قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کا مربع، باقی دو اضلاع کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔



دیا ہوا ہے: $\triangle ABC$ میں $\angle ABC = 90°$

ثابت کرنا ہے: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

عمل: نقطہ B سے ضلع AC پر قطعہ BD عمود کھینچیے۔ A-D-C

ثبوت: $\triangle ABC$ میں AC وتر ⊥ BD قطعہ

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB \sim \Delta BDC$ ... (قائمۃ الزاویہ مثلثوں کی متشابہت)

$\Delta ABC \sim \Delta ADB$

$\therefore \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DB} = \dfrac{AC}{AB}$ – (نظیری اضلاع)

$\therefore \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AB}$

$AB^2 = AD \times AC$ .... (I)

$\Delta ABC \sim \Delta BDC$ (اسی طرح)

$\therefore \dfrac{AB}{BD} = \dfrac{BC}{DC} = \dfrac{AC}{BC}$ – (نظیری اضلاع)

$\therefore \dfrac{BC}{DC} = \dfrac{AC}{BC}$

$BC^2 = DC \times AC$ .... (II)

(I) اور (II) کی جمع کرنے پر ...

$AB^2 + BC^2 = AD \times AC + DC \times AC$

$= AC\,(AD + DC)$

$= AC \times AC$ ...... (A-D-C)

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

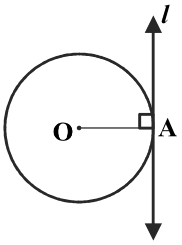
❖❖❖

3. دائرہ

آیئے، ذرا یاد کریں۔

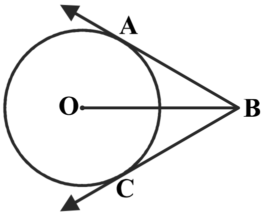
● **دائرہ :** نصف قطر، قطر، وتر، دائرہ کا مماس، قاطع خط، مرکزی زاویہ وغیرہ تصورات۔

1) مماسی مسئلہ :



خط l ، O مرکز والے دائرے پر واقع نقطہ A پر مماس ہے تب OA نصف قطر $\perp$ l خط۔

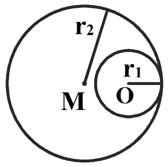
2) دائرے کے مماسی قطعات کا مسئلہ : بیرونی نقطے سے دائرے پر کھینچے ہوئے دو مماسی قطعات کی لمبائیاں مساوی ہوتی ہیں۔



$BA \cong BC$

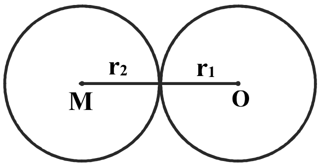
3) مس کرنے والے دائرے :

اندرونی طور پر مس کرنے والے دائرے



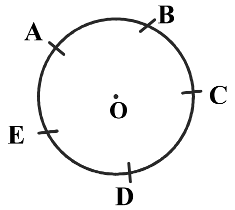
$d(M, O) = r_2 - r_1$

بیرونی طور پر مس کرنے والے



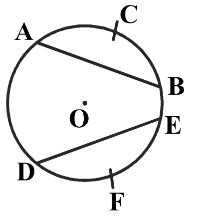
$d(M, O) = r_1 + r_2$

4) قوسوں کی جمع کی خصوصیت :



m(قوس ABC) + (قوس CD) = m(قوس ABD)

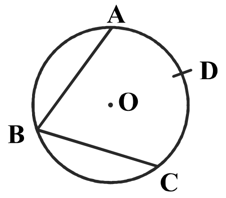
5) ایک ہی دائرے (یا متماثل دائروں) کے متماثل قوسوں کے نظیری وتر متماثل ہوتے ہیں۔



اگر قوس $DFE \cong$ قوس ACB

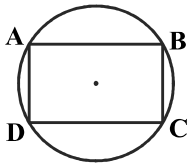
تب وتر $DE \cong$ وتر AB

6) قوسی زاویے کا مسئلہ :



$\angle ABC = \frac{1}{2}\, m($قوس $ADC)$

7) مستقیم المحیط، ذواربعۃ الاضلاع :

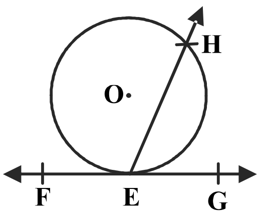


1) $\angle A + \angle C = 180^\circ$

2) $\angle B + \angle D = 180^\circ$

8) مماس اور قاطع خط کے درمیانی زاویہ کا مسئلہ

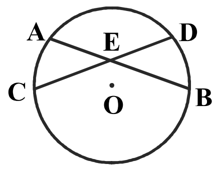
(Theorem of angle between tangent and secant)



$\angle HEG = \frac{1}{2}\, m($قوس $HE)$

9) وتروں کے داخلی تقاطع کا مسئلہ :

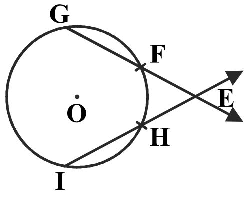
(Theorem of internal division of chords)



$EA \times EB = ED \times EC$

10) وتروں کے بیرونی تقاطع کا مسئلہ

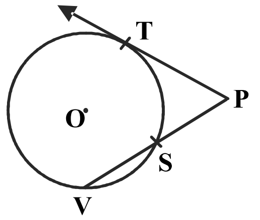
(Theorem of external division of chords)



$EF \times EG = EH \times EI$

(11) مماسی-قاطع خط کا مسئلہ (Tangent secant theorem) :

$PT^2 = PS \times PV$



سوال 1 A) دیے گئے متبادل جوابات میں سے صحیح جواب چن کر لکھیے۔

1) دو دائرے جن کے نصف قطر بالترتیب 5.7 سم اور 3.3 سم ہیں، ایک دوسرے کو بیرونی طور پر مس کرتے ہیں ان کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

(A) 2.4 سم (B) 1.2 سم (C) 9.0 سم (D) 4.5 سم

حل: فرض کریں کہ دائروں کے نصف قطر t_1 اور t_2 ہیں۔

$t_1 = 5.7$ سم ، $t_2 = 3.3$ سم

بیرونی طور پر مس کرنے والے دائروں کے لیے

اُن کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ $= t_1 + t_2$

$= 5.7 + 3.3 = 9.0$

جواب: صحیح متبادل (C) ہے۔

2) تین غیر ہم خطی نقاط سے گزرنے والے دائروں کی تعداد کیا ہوتی ہے؟

(A) 0 (B) لاتعداد (C) 2 (D) ایک اور صرف ایک

جواب: صحیح متبادل (D) ہے۔

3) ایک ہی قوس کے قوسی زاویے .... ہوتے ہیں۔

(A) غیر مساوی (B) قائمہ (C) متماثل (D) حادّہ زاویہ

جواب: صحیح متبادل (C) ہے۔

4) O مرکز والے دائرے میں قوس PQR کا قوسی زاویہ ∠PQR ہے۔ اگر $m\angle PQR = 100$ تب m(قوس PQR) معلوم کیجیے۔

(A) 100° (B) 80° (C) 50° (D) 160°

جواب: صحیح متبادل .... ہے۔

5) دائرے کے سب سے بڑے وتر کی لمبائی 16 سم ہے تو دائرہ کا نصف قطر ؟

(A) 8 سم (B) 16 سم (C) 32 سم (D) 8.5 سم

جواب: صحیح متبادل .... ہے۔

سوال 1 B) حل کیجیے۔

1) $\square ABCD$ ایک مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع ہے۔اگر $\angle D = 105°$ ہو تب $m\angle B$ معلوم کیجیے۔

حل: $\angle D + \angle B = 180°$ ... (مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع کا مسئلہ)

$\therefore\ 105° + \angle B = 180°$

$\therefore\ \angle B = 180° - 105°$

$\boxed{\angle B = 75°}$

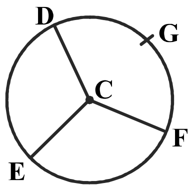
2) نصف دائرے کے قوس کی پیمائش کتنی ہوتی ہے؟

جواب: $180°$

3) 5.4 سم نصف قطر والے دائرے کے دو مماس ایک دوسرے کے متوازی ہیں تو ان کا درمیانی فاصلہ کتنا ہوگا؟

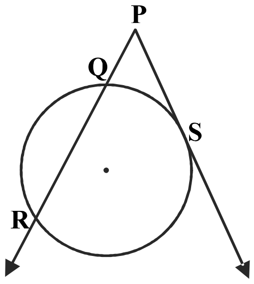
جواب:

4) شکل میں C مرکز والے دائرے پر نقاط F ،E ،D ،G واقع ہیں۔
اگر $m(\text{قوس } DGF) = 210°$ تب $m(\text{قوس } DEF)$ معلوم کیجیے۔



سوال 2 A) درج ذیل عملی مکمل کیجیے۔

1) شکل میں قطعہ PS دائرے کے نقطہ S پر مماس ہے۔
خط PR قاطع خط ہے۔اگر $PQ = 3.6$ ، $PR = 10$
تب PS معلوم کیجیے۔



عملی کام:

$PS^2 = PQ \times \boxed{}$

$= 3.6 \times \boxed{}$

$= \boxed{}$ $\qquad PS = \boxed{}$

جواب: شکل میں قطعہ PS دائرے کے نقطہ S پر مماس ہے۔خط PR قاطع خط ہے۔

$PQ = 3.6$ ، $PR = 10$

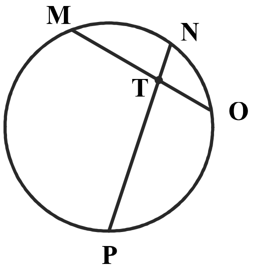
$PS^2 = PQ \times \boxed{PR}$

$= 3.6 \times \boxed{10}$ ... (مماس-قاطع خط کا مسئلہ)

$= \boxed{36}$

$PS = \boxed{6}$

(2 وتر MO اور وتر PN ایک دوسرے کو نقطہ T پر قطع کرتے ہیں۔
اگر MT = 6 ، TO = 3 ، MT = 2.5 تب TP معلوم کیجیے۔



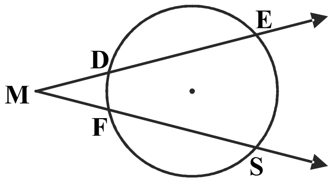
$$TM \times TO = \Box \times TP$$

$$6 \times 3 = 2.5 \times \Box$$

$$\Box = 2.5 \times TP$$

$$\Box = TP$$

(3 اگر m(قوس ES) = 110° ، m (قوس DF) = 52° تب m∠EMS = ?



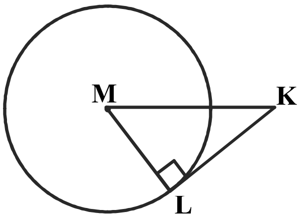
∠EMS = $\frac{1}{2}$ m (قوس $\Box$ - m (قوس $\Box$)

$$= \frac{1}{2}\left(110° - \Box\right)$$

$$\angle EMS = \Box$$

سوال 2 (B حل کیجیے۔

1) مقابل کی شکل میں نقطہ M دائرے کا مرکز ہے
اور قطعہ KL مماس ہے۔ اگر MK = 12 ،
ML = 6 ہو تو LK معلوم کیجیے۔



جواب: △MLK میں ∠L = 90° (مماس نصف قطر مسئلہ)

$$MK^2 = ML^2 + LK^2$$

$$(12)^2 = (6)^2 + LK^2$$

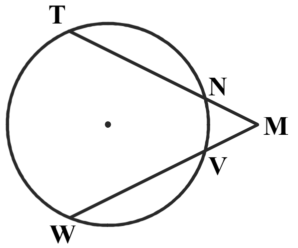
$$\therefore\ 144 - 36 = LK^2$$

$$\therefore\ 108 = LK^2$$

$$\therefore\ \sqrt{12 \times 9} = LK$$

$$\therefore\ LK = 6\sqrt{3}$$

(2 وتر TN اور وتر WV ایک دوسرے کو دائرے کے باہر نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔ MV = 6 ، VW = 10 ، MN = 8 ہوتو MT = ?



سوال 3 A) **درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔**

(1 خط BC دائرہ کا مماس اور نقطہ M مرکز ہے۔

$\angle ABE = \frac{1}{2}$ m (قوس AFB)

$\angle ABE + \angle ABC =$ ☐ ☐

$\frac{1}{2}$ m(قوس AFB) = 180 − ☐

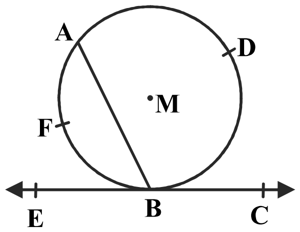
$\angle ABC$ = 180 − $\frac{1}{2}$ m (قوس AFB)

= 180 − $\frac{1}{2}$ m (360 − ☐)

= 180 − ☐ + $\frac{1}{2}$ ☐

$\angle ABC$ = $\frac{1}{2}$ m(قوس ☐)

جواب : خط BC دائرہ کا مماس اور نقطہ M مرکز ہے۔



$\angle ABE = \frac{1}{2}$ m (قوس AFB)

$\angle ABE + \angle ABC =$ [180°] [خطی جوڑی کے زاویے]

$\frac{1}{2}$ m(قوس AFB) = 180 − [$\angle ABC$]

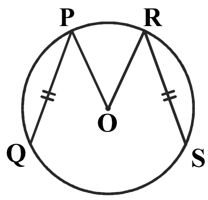
$\angle ABC$ = 180 − $\frac{1}{2}$ m (قوس AFB)

= 180 − $\frac{1}{2}$ m (360 − [قوس ADB])

= 180 − [180] + $\frac{1}{2}$ [m (قوس ADB)]

$\angle ABC$ = $\frac{1}{2}$ m (قوس [ADB])

(2 شکل میں وتر PQ = وتر RS، $\angle POR = 100°$ ، m (قوس PQ) = 70° تب،



m (قوس PR) = ☐ (مرکزی زاویے کی خصوصیت)

m (قوس PR) = ☐

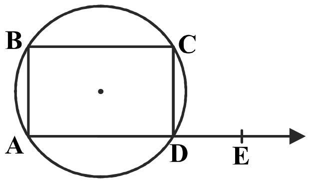
m (قوس PQ) = قوس ☐ (متماثل وتروں سے بننے والے قوس)

→ m (قوس PQ) + m (قوس QS) + m (قوس ☐) + m (قوس ☐) = 360°

m (قوس QS) = ☐

سوال 3 B) **حل کیجیے۔**

1) ثابت کیجیے: ''مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع کے خارجہ زاویے کی پیمائش اس کے داخلہ زاویے کے مقابل کے زاویے کی پیمائش کے مساوی ہوتی ہے۔''



دیا ہوا ہے : □ABCD ایک مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع ہے۔

∠CDE ، □ABCD کا خارجہ زاویہ ہے۔

ثابت کیجیے : $\angle CDE = \angle CBA$

ثبوت : □ABCD مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع میں ...

1) $\angle ABC + \angle CDA = 180^\circ$ ... (مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع کا مسئلہ)

2) $\angle CDE + \angle CDA = 180^\circ$ ... (خطی جوڑی کے زاویے)

3) $\angle ABC + \angle CDA = \angle CDE + \angle CDA$ ... (بیان (1) اور (2) سے)

4) $\therefore \angle ABC \cong \angle CDE$

$\therefore \angle CDE \cong \angle CBA$

2) ثابت کیجیے: ''دائرہ کے بیرونی نقطے سے اس دائرے پر کھینچے گئے مماسی قطعات متماثل ہوتے ہیں۔''

❖❖❖

4. ہندسی عمل

آیئے، ذرا یاد کریں۔

سوال 1 A) دی گئی پیمائش کا قطعہ خط کھینچنا۔

1) 5 سم لمبائی کا قطعہ خط PQ کھینچیے۔

ناپ پٹی کا استعمال کر کے قطعہ خط PQ بنانے کے لیے ناپ پٹی پر زیرو سے پیمائش لینا شروع کریں۔

2) l (RS) = 6.5 سم بنایئے۔

مشق کے لیے سوالات

1) 6 سم لمبائی کا قطعہ خط AB بنایئے۔

2) اگر l (MN) = 4.5 سم ہو تو MN بنایئے۔

(3) قطعہ خط CD اس طرح بنایئے کہ l (CD) = 7.2 سم

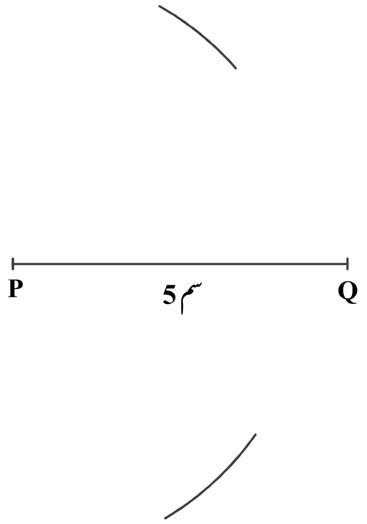
سوال B 1) قطعہ خط کا عمودی ناصف کھینچنا۔

1) 5 سم لمبائی کا قطعہ خط PQ بنائیے اور اس کا عمودی ناصف کھینچیے۔

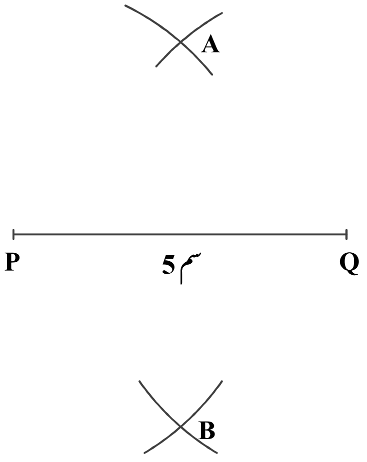
عملی کام:

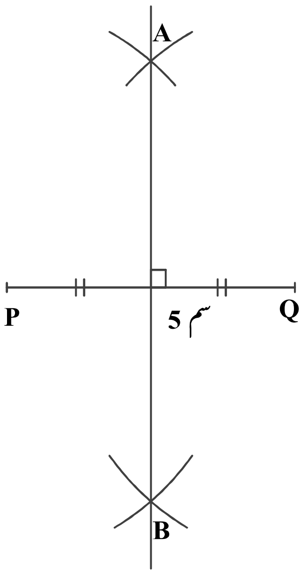
i) ناپ پٹی کا استعمال کر کے 5 سم لمبائی کا قطعہ خط PQ بنائیے۔

ii) عمودی ناصف کھینچنے کے لیے پرکار کو اس طرح رکھیں کہ پرکار اور پرکار میں لگی پنسل کے درمیان قطعہ خط PQ کا نصف سے زیادہ حصہ ہو۔ اب پرکار کی نوک کو نقطہ P پر رکھ کر پنسل سے قطعہ خط کے اوپر اور نیچے کی جانب دو قوسین بنائیے۔



iii) پرکار اور پنسل کے درمیان کے فاصلے میں تبدیلی نہ کرتے ہوئے اب پرکار کی نوک کو نقطہ Q پر رکھ کر (مرحلہ ii) میں بنائے گئے قوس کو قطعہ کرتے ہوئے قوس بنائیے۔ ان نقاط کو A اور B نام دیجیے۔





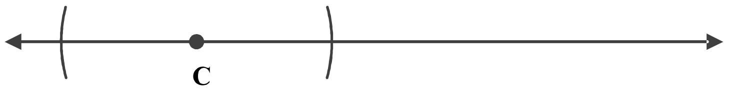
(iv) ناپ پٹی کا استعمال کرتے ہوئے نقاط A اور B کو ملائیے۔
یہ خط، قطعہ خط PQ کا عمودی ناصف ہے۔

سوال C 1) خط پر دیے گئے نقطہ پر عمودی ناصف کھینچنا۔

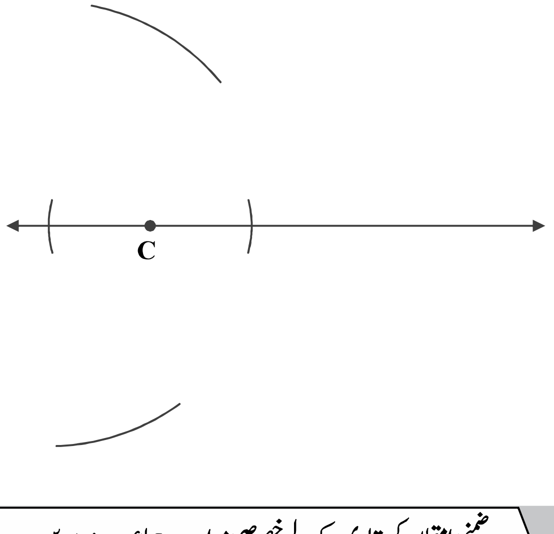
ایک خط بنائیے۔ اس خط پر نقطہ C لیجیے۔ نقطہ C سے عمودی خط بنائیے۔

(i) ایک خط بنائیے اور اس پر نقطہ C لیجیے۔

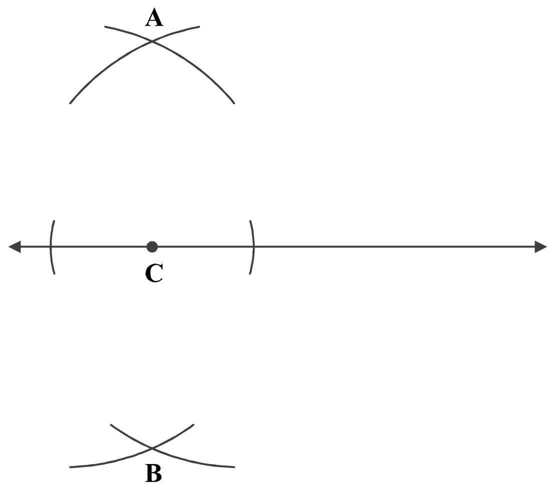
(ii) پرکار کی نوک کو نقطہ C پر رکھیے۔ پرکار کے دونوں بازوؤں کے درمیان تھوڑا سا فاصلہ لیجیے اور نقطہ C کے دونوں جانب خط کو قطع کرتے ہوئے دو قوسین بنائیے۔



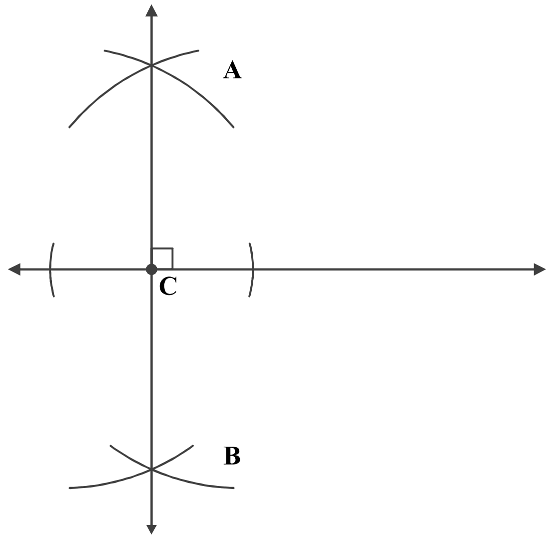
(iii) اب پرکار کی نوک کو کسی ایک نقطہ تقاطع پر رکھیں۔ پرکار کے دونوں بازوؤں میں مناسب فاصلہ لیں اور خط کے اوپر اور نیچے کی جانب قوسین بنائیے۔



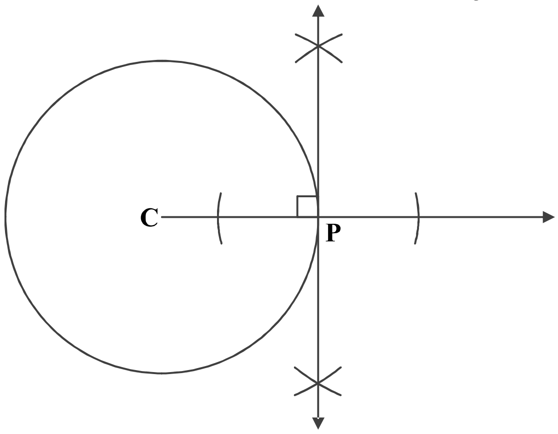
(iv پرکار کے دونوں بازوؤں کے درمیان کے فاصلے میں کوئی تبدیلی نہ کرتے ہوئے اب پرکار کی نوک کو دوسرے نقطہ تقاطع پر رکھیں اور پہلے بنائے ہوئے قوسین کو قطع کریں۔ انھیں A اور B نام دیں۔



(v نقاط A اور B کو ناپ پٹی کی مدد سے ملائیے۔ خط AB، نقطہ C پر بنایا گیا عمودی خط ہے۔



سوال D 1) **دائرے پر واقع کسی نقطہ پر دائرہ کا مماس بنانا۔**



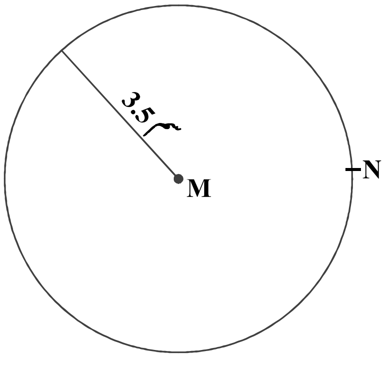
C مرکز والے دائرے پر موجود نقطہ P سے دائرہ کا مماس کھینچنے کے لیے ...

اہم : اس کے لیے ہم خط پر دیے گئے نقطہ پر عمودی خط کھینچنے کا طریقہ استعمال کریں گے۔

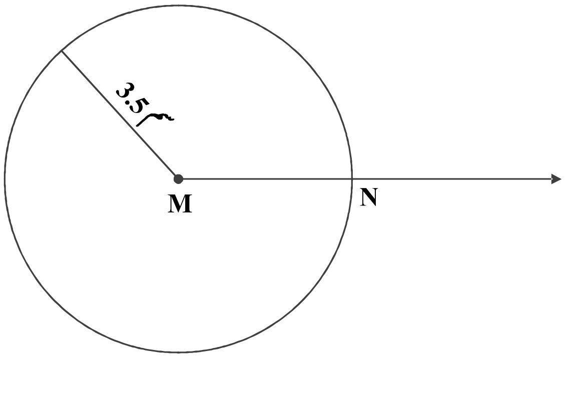
مثال : 3.5 سم نصف قطر کا M مرکز والا دائرہ بنائیے۔ دائرہ پر کوئی نقطہ N لیجیے۔ نقطہ N پر دائرہ کا مماس بنائیے۔

شکل بنانے کے مراحل :

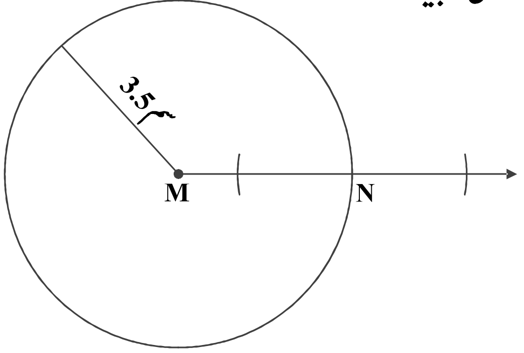
i) 3.5 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ مرکز کو M نام دیجیے۔ دائرہ پر کہیں ایک نقطہ N لیجیے۔



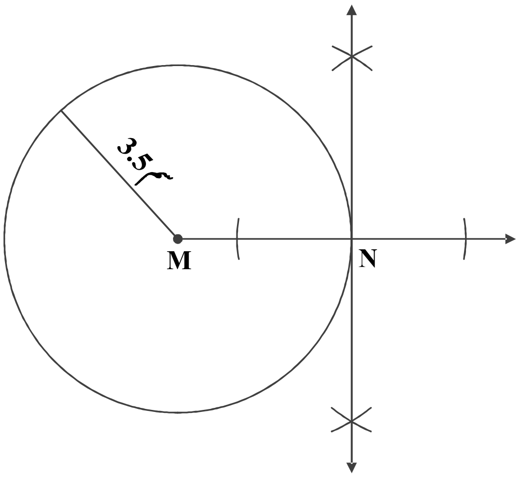
ii) شعاع MN بنائیے۔



(iii پرکار کی نوک کو نقطہ N پر رکھیے۔ پرکار کے دونوں بازوؤں کے درمیان مناسب فاصلہ رکھ کر نقطہ N کے دائیں اور بائیں جانب شعاع MN کو قطع کیجیے۔



(iv پرکار کی نوک کو کسی ایک نقطہ تقاطع پر رکھ کر پرکار کے دونوں بازوؤں کے درمیان مناسب فاصلہ لے کر شعاع MN کے اوپر اور نیچے کی جانب قوسین بنائیے۔ یہی مرحلہ دوسرے نقطہ تقاطع پر بھی دہرائیے۔



(v دونوں قوسین کے نقطہ تقاطع اور نقطہ N کو ناپ پٹی کی مدد سے ملا دیجیے۔ نقطہ N بنا۔ یہ خط دائرہ کا مماس ہے۔

مشق کے لیے سوالات

(1 3.2 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے جس کا مرکز P ہے۔ دائرہ پر واقع نقطہ M پر دائرہ کا مماس بنائیے۔

(2 P مرکز والا دائرہ بنائیے جس کا نصف قطر 3.5 سم ہے۔ دائرہ پر واقع نقطہ M پر دائرہ کا مماس بنائیے۔ (اگست 2022)

(3 3.3 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ دائرہ میں 6.6 سم لمبائی کا وتر PQ بنائیے۔ نقاط P اور Q پر دائرہ کا مماس بنائیے۔
(مارچ 2023)

(اشارہ: 3.3 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ 6.6 سم لمبائی کا وتر دائرہ کا قطر ہوگا۔ قطر = 2 × نصف قطر)، قطر PQ کے نقاط P اور Q پر مماس بنائیے)

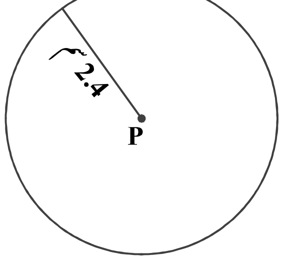
سوال 1 E) **دائرہ کے بیرون میں واقع نقاط سے دائرہ پر مماس بنانا۔**

مثال : 2.4 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے جس کا مرکز P ہے۔ مرکز سے 4.5 سم کے فاصلے پر نقطہ Q لیجیے۔

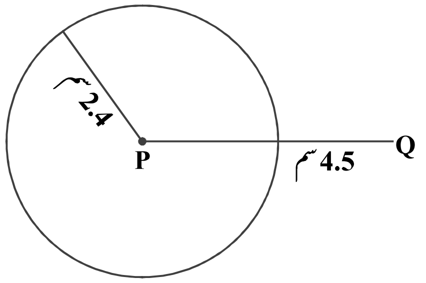
نقطہ Q سے دائرہ پر مماس بنائیے۔

شکل بنانے کے مراحل :

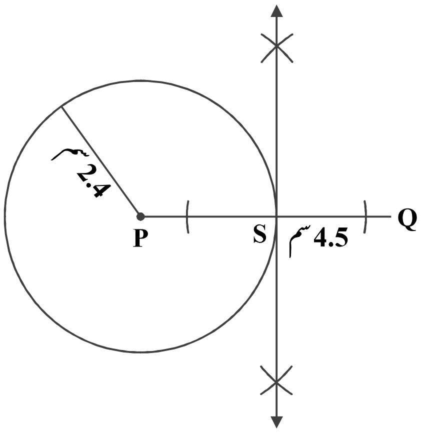
i) 2.4 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے جس کا مرکز P ہے۔



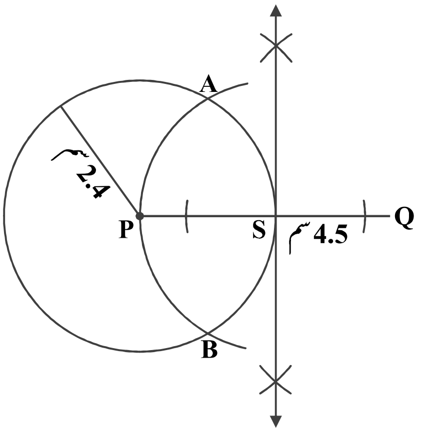
ii) مرکز سے 4.5 سم کے فاصلے پر نقطہ Q لیجیے۔



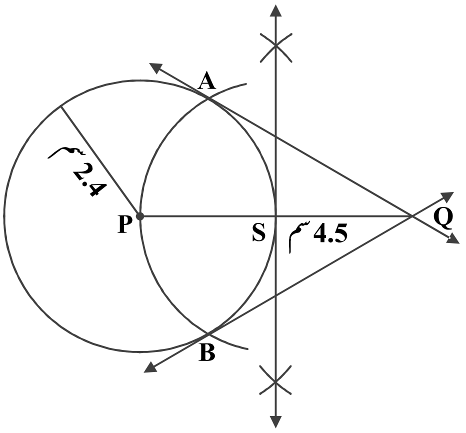
iii) قطعہ PQ کا عمودی ناصف کھینچئے۔ قطعہ PQ کے وسطی نقطہ کو S نام دیجیے۔



iv)   نقطہ S کو مرکز اور PS کو نصف قطر مان کر ایک قوس بنائیے۔ یہ قوس دائرہ کو دو مختلف مقامات پر قطع کرے گا۔ ان نقطہ تقاطع کو A اور B نام دیجیے۔



v)   قطعہ QA اور QB کو ملا دیجیے۔ یہ دونوں خطوط دائرہ کے بیرون سے کھینچے گئے مماس ہیں۔



2.4 سم

مشق کے لیے سوالات

1)   3.5 سم کا O مرکز والا دائرہ بنائیے۔ مرکز سے 7.5 سم فاصلے پر نقطہ P لیجیے۔ نقطہ P سے دائرہ پر مماس بنائیے۔ (اگست 2022)

2)   3.4 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے جس کا مرکز P ہے۔ مرکز سے 5.5 سم فاصلے پر نقطہ Q لیجیے۔ نقطہ Q سے دائرہ پر مماس بنائیے۔

3)   4.1 سم نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ دائرے کے مرکز سے 7.3 سم فاصلے پر واقع کسی نقطہ سے دائرہ پر مماس بنائیے۔

مثلث بنانا

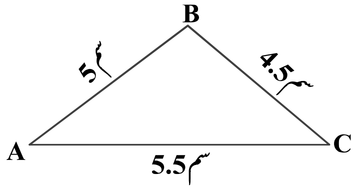
آیئے ذرا یاد کریں۔

سوال 1 A) ضل-ضل-ضل عمل : جب مثلث کے تین اضلاع کی پیمائشیں دی گئی ہوں تب مثلث بنانا۔

مثال : $\triangle ABC$ اس طرح بنایئے کہ $l\,(AB) = 5$ سم ، $l\,(BC) = 4.5$ سم ، $l\,(AC) = 5.5$ سم

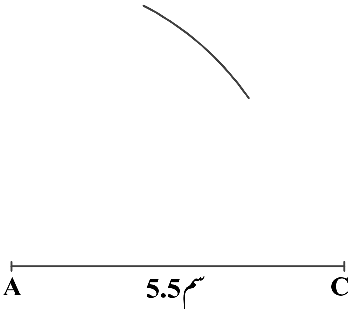
شکل بنانے کے مراحل :

(i) (رف شکل بنایئے) دی گئی معلومات کی بنا پر $l\,(AC)$ کی پیمائش سب سے زیادہ ہے۔اس لیے AC ، $\triangle ABC$ کا قاعدہ ہے۔

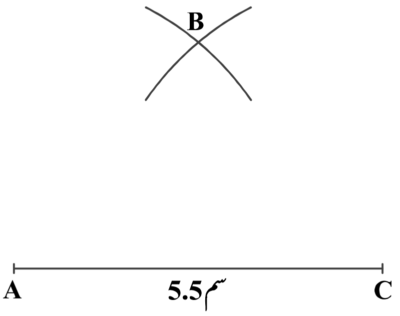


(ii) ناپ پٹی کی مدد سے 5.5 سم پیمائش کا قطعہ AC بنایئے۔

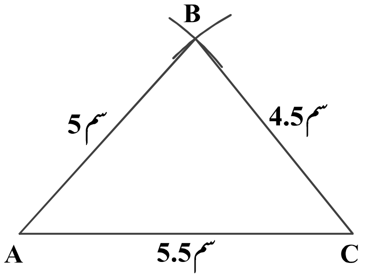
(iii) $l\,(AB) = 5$ سم پرکار کے دونوں بازوؤں کے درمیان 5 سم کا فاصلہ لیجیے۔ پرکار کی نوک کو نقطہ A پر رکھ کر قطعہ AC کے اوپر کی جانب ایک قوس بنایئے۔



(iv) $l\,(BC) = 4.5$ سم ، پرکار کے دونوں بازوؤں کے درمیان 4.5 سم فاصلہ لیجیے۔ پرکار کی ایک نوک نقطہ C پر رکھ کر قطعہ AC کے اوپر کی جانب اپنے بنائے ہوئے قوس کو قطع کیجیے۔اس نقطہ تقاطع کو B نام دیجیے۔



v)   نقطہ B کو نقاط A اور C سے ملا دیجیے۔ یہ ہے مثلث ABC۔



مشق کے لیے مثالیں

1)   مثلث PQR اس طرح بنائیے کہ $l\,(PQ) = 4$ سم ، $l\,(QR) = 5$ سم اور $l\,(PR) = 3$ سم

2)   مثلث MNT اس طرح بنائیے کہ $l\,(MN) = l\,(MT) = 5$ سم ، $l\,(NT) = 6$ سم ۔

3)   مثلث ABC اس طرح بنائیے کہ $l\,(AC) = 6$ سم ، $l\,(AB) = 5.4$ سم اور $l\,(AC) = 4.2$ سم

1 نمبر کے سوالات

صحیح متبادل کا انتخاب کیجیے۔   **(ہر سوال کے لیے 1 نمبر)**

1)   دائرہ پر واقع کسی نقطہ سے دائرہ پر کھینچے جانے والے مماسوں کی تعداد .... ہوتی ہے۔

(A) 3   (B) 2   (C) 1   (D) 0

2)   دائرہ کے بیرون میں واقع کسی نقطے سے دائرہ .... مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔

(A) 2   (B) 1   (C) ایک اور صرف ایک   (D) 0

3)   اگر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ اور $\frac{AB}{PQ} = \frac{7}{5}$ تب ....

(A) $\triangle ABC$ بڑا ہے۔

(B) $\triangle PQR$ بڑا ہے۔

(C) دونوں مثلث یکساں ہیں۔

(D) طے نہیں کیا جاسکتا۔

❖❖❖

5. محددی علم ہندسہ

آئیے، ذرا یاد کریں۔

1) فاصلے کا ضابطہ :

- اگر ایک مستوی میں کوئی دو نقاط $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ واقع ہوں تو نقاط A اور B کو ملانے سے بننے والے قطعہ خط کا درمیانی فاصلہ معلوم کرنے کے لیے درج ذیل ضابطہ استعمال کیا جاتا ہے۔
- $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

2) حصہ کا ضابطہ :

- اگر ایک مستوی میں کوئی دو نقاط $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ ہوں اور قطعہ AB پر نقطہ $P(x, y)$ اس طرح واقع ہو کہ نقطہ P، قطعہ AB کو $m : n$ کی نسبت میں تقسیم کرتا ہو تو نقطہ P کا محدد معلوم کرنے کے لیے ذیل کا ضابطہ ہے۔

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} \quad \text{اور} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

3) وسطی نقطہ کا ضابطہ :

- اگر ایک مستوی میں کوئی دو نقطے $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ ہوں اور نقطہ $P(x, y)$، قطعہ AB کا وسطی نقطہ ہو تو وسطی نقطہ P کے لیے :

$$x = \frac{x_2 + x_1}{2} \quad \text{اور} \quad y = \frac{y_2 + y_1}{2}$$

4) ہندسی وسط کا ضابطہ :

- اگر $\triangle ABC$ کے راسی نقاط $A(x_1, y_1)$ ، $B(x_2, y_2)$ اور $C(x_3, y_3)$ ہوں اور نقطہ $G(x, y)$، اس مثلث کا ہندسی وسط ہو تو

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad \text{اور} \quad y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

5) X- محور کی ڈھلان 0 ہوتی ہے۔

6) Y- محور کی ڈھلان ناقابل تعریف ہے۔

7) اگر ایک مستوی میں کوئی دو نقاط $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ واقع ہوں تو AB کا ڈھلان کے لیے :

$$\text{AB کا ڈھلان} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

8) اگر ایک خط کا X- محور کے مثبت جانب سے جھکاؤ $\theta°$ ہو تو اس خط کا ڈھلان (m) معلوم کرنے کے لیے $m = \tan \theta°$

9) اگر دو خطوط کا ڈھلان m_1 اور m_2 بالترتیب ہو اور ایک دوسرے کے متوازی بھی ہوں تو $m_1 = m_2$

10) اگر دو خطوط ایک دوسرے پر عمود ہوں تو ان کے ڈھلان کا حاصل ضرب '1-' ہوتا ہے۔ یعنی $m_1 \times m_2 = -1$

11) اگر نقاط A، B اور C ہم خطی نقاط ہوں تو AB کا ڈھلان = BC کا ڈھلان۔

سوال 1 (A کثیر متبادل سوالات

1) قطعہ PQ ، Y- محور کے متوازی ہے اور نقطہ P کا محددین (2, 5) ہو تو نقطہ Q کا محددین .... ہے۔

(A) (3, 4) (B) (2, 8) (C) (5, 5) (D) (3, 6)

وضاحت: قطعہ PQ ، Y- محور کے متوازی ہے تو نقاط P اور Q کے X- محدد یکساں ہوں گے۔

∴ اس کا صحیح متبادل (B) ہے۔

2) نقطہ (3, 4) A اور مبدا کا درمیانی فاصلہ .... ہے۔

(A) 25 (B) 7 (C) 13 (D) 5

وضاحت: فاصلہ کے ضابطے کا استعمال کرنے پر

$$d(A, 0) = \sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

∴ جواب : (D) ہے۔

مشق کے لیے مثالیں

1) قطعہ LM ، X- محور کے متوازی ہے اور نقطہ L کے محددین (5 ,4–) ہے تو نقطہ M کے محددین .... ہے۔

(A) (3, 4) (B) (2, 7) (C) (5, 5) (D) (3, 6)

2) (3, 4) A اور (4, 5) B جوڑی کے نقاط کا درمیانی فاصلہ .... ہے۔

(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) 5

سوال 1 (B مندرجہ ذیل سوالوں کو حل کیجیے۔ (ہر سوال کے لیے 1 نمبر)

1) خط کا ڈھلان معلوم کیجیے جو X- محور کے مثبت جانب سے 45° کا زاویہ بناتا ہو۔

(A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4

حل: اگر خط کا جھکاؤ X- محور کے مثبت جانب سے θ° کا زاویہ ہے تو اس خط کا ڈھلان m = tan θ° ،

→ m = tan 45° = 1

2) نقاط (2, 3) A اور (4, 7) B سے گزرنے والے خط کا ڈھلان معلوم کیجیے۔

حل: → A (2, 3) اور B (4, 7)

∴ خط AB کا ڈھلان $= m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$\therefore\ m = \frac{7-3}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

مشق کے لیے سوالات

1) اس خط کا ڈھلان معلوم کیجیے جو X- محور کے مثبت جانب سے 30° کا زاویہ بناتا ہے۔

2) نقاط (0, 3) P اور (4, 5) Q سے گزرنے والے خط کا ڈھلان معلوم کیجیے۔

سوال 2 A) مندرجہ ذیل سرگرمی کو مکمل کر کے دوبارہ لکھیے۔

1) نقاط A (3, 7) اور B (5, 3) کو ملانے والے قطعہ کا وسطی نقطہ کا محددین معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیجیے کہ اس وسطی نقطہ کا محددین (x, y) ہے۔

→ وسطی نقطہ کے ضابطے کی مدد سے $x = \frac{\boxed{3} + 5}{2}$ اور $y = \frac{7 + \boxed{3}}{2}$

$x = \frac{8}{2}$ اور $y = \frac{10}{2}$

$x = \boxed{4}, \quad y = \boxed{5}$

2) اگر B (k, −5) اور C (1, 2) ہے اور BC کا ڈھلان 7 ہو تو k کی قیمت معلوم کیجیے۔

جواب:

خط کا ڈھلان $BC = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - [-5]}{1 - k} = 7$

$[1] = 1 - k$

$k = [1] - 1$

$k = [0]$

مشق کے لیے مثالیں

1) اگر P (2, 4)، Q (3, 6)، R (3, 1)، S (5, k) اور PQ || RS ہو تو k کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل:

→ خط کا ڈھلان PQ = خط کا ڈھلان RS

$\frac{6 - 4}{3 - \boxed{}} = \frac{k - \boxed{}}{5 - 3}$

$6 = k - \boxed{}$

$k =$

2) △ABC کا ہندسی وسط کا محددین معلوم کیجیے جس کے راسی نقاط A (1, 4)، B (3, 5) اور C (2, 6) ہیں۔

$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ اور $y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

$x = \frac{\boxed{}}{3}$ اور $y = \frac{\boxed{}}{3}$

→ مثلث کا ہندسی وسط کا محددین $x = \boxed{}$ اور $y = \boxed{}$

سوال B 2) مندرجہ ذیل سوالوں کو حل کیجیے۔ (2 نمبرات)

1) نقاط (3, 7) A اور (6, 3) B کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: ... (فاصلہ کا ضابطہ)

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(6-3)^2 + (3-7)^2} = d(A, B) = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

2) طے کیجیے کہ نقاط (1−, 1−) A، (0, 1) B اور (1, 3) C ہم خطی نقاط ہیں۔

حل:

$$\text{خط } AB \text{ کا ڈھلان} = \frac{1-(-1)}{0-(-1)} = 2$$

$$\text{خط } BC \text{ کا ڈھلان} = \frac{3-1}{1-0} = 2$$

$\therefore$ خط BC کا ڈھلان = خط AB کا ڈھلان

$\therefore$ نقاط (1−, 1−) A، (0, 1) B اور (1, 3) C ہم خطی نقاط ہیں۔

مشق کے لیے سوالات

1) طے کیجیے کہ نقاط (2, 5) P، (3, 3) Q اور (5, 1) R ہم خطی نقاط ہیں۔

2) نقاط (3−, 2−) L اور (5, 8−) M کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجیے۔

سوال A 3) درج ذیل سرگرمی کو مکمل کیجیے۔ (3 نمبرات)

1) نسبت معلوم کیجیے جس میں نقاط (3, 8) A اور (9−, 3) B کو ملانے پر بننے والے قطعہ کو Y- محور تقسیم کرتا ہو۔

حل: فرض کیجیے کہ Y- محور پر نقطہ C (0, y)، قطعہ AB کو m : n میں تقسیم کرتا ہے۔

$\longrightarrow x_1 = [\ 3\ ], y_1 = [\ 8\ ]$ اور $x_2 = [-9]\ y_2 = [\ 3]$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} \quad \text{... (حصہ کا ضابطہ)}$$

$$0 = \frac{-9m + 3n}{m + n}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{9}$$ نسبت 1 : 3

2) دیا گیا کہ (4, 3−) A اور (8, 5) B، اس نقطہ کا محددین معلوم کرنا ہے جو AB خط کو 1 : 3 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

حل: فرض کیجیے کہ نقطہ $P(x, y)$، قطعہ AB کو 1 : 3 میں تقسیم کرتا ہے۔

$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$ اور $y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$ ... (حصہ کا ضابطہ)

$x = \frac{[8] \ x3 + [4] \ x1}{3+1}$ اور $y = \frac{[5] \times 3 + [-3] \times x1}{3+1}$

$x = \square$ اور $y = \square$

$\therefore$ نقطہ P کا محددین = (................. ، ....)

سوال 3 B) **(3 نمبرات)**

1) خط AB || CD ، A (–2, 1) ، B (0, 3) ، C (2, 1) اور D (0, b) ہے تو b کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: متوازی خطوط کی ڈھلان مساوی ہوتی ہے۔

خط AB کی ڈھلان، خط CD کی ڈھلان کے مساوی ہے۔

$A(x_1, y_1) = (-2, 1)$ اور $B(x_2, y_2) = (0, 3)$

AB کی ڈھلان $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{3-1}{0-(-2)} = 1$ ....(1)

$C(x_1, y_1) = (2, 1)$ اور $D(x_2, y_2) = (0, b)$

CD کی ڈھلان $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{b-1}{0-2}$

خط AB کی ڈھلان = خط CD کی ڈھلان

$1 = \frac{b-1}{0-2} \quad \therefore \ -2 = b - 1$

$b = -1$

2) نقاط A (6, 1) ، B (8, 2) ، C (9, 4) ، D (7, 3) متوازی اضلاع کے راسی نقاط ہیں۔ثابت کیجیے۔

خط AB کی ڈھلان $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{2-1}{8-6} = \frac{1}{2}$ ..... (1)

خط BC کی ڈھلان $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{4-2}{9-8} = 2$ .... (2)

خط CD کی ڈھلان $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{3-4}{7-9} = \dfrac{-1}{-2} = \dfrac{1}{2}$ ..... (3)

خط AD کی ڈھلان $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{3-1}{7-6} = \dfrac{2}{1} = 2$..... (4)

(مساوات (I) اور (III) کی بنا پر) ... AB || CD خط BC کی ڈھلان = خط AB کی ڈھلان

(مساوات (II) اور (IV) کی بنا پر)... CB || AD خط AD کی ڈھلان = خط BC کی ڈھلان

نقاط A (6, 1) ، B (8, 2) ، C (9, 4) ، D (7, 3) متوازی اضلاع کے راسی نقاط ہیں۔ثابت کیجیے۔

مشق کے لیے مثالیں

(1 خط AB || CD خط ، A (2, 4) ، B (3, 6) ، C (8, 1) اور D (0, a) ہوتو a کی قیمت معلوم کیجیے۔

(2 نقاط P (1, –2) ، Q (5, 2) ، R (3, –1) ، S (–1, –5) متوازی الاضلاع کے راسی نقاط ہیں۔ثابت کیجیے۔

❖❖❖

6. علمِ مثلث

(1

1) $\sin\theta = \dfrac{\text{مقابل کا ضلع}}{\text{وتر}} = \dfrac{O}{H} = \dfrac{AB}{AC}$

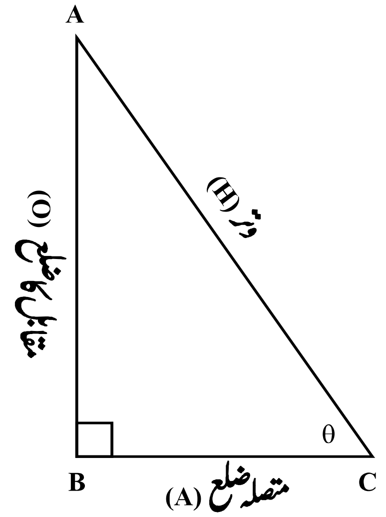
2) $\cos\theta = \dfrac{\text{متصلہ ضلع}}{\text{وتر}} = \dfrac{A}{H} = \dfrac{BC}{AC}$

3) $\tan\theta = \dfrac{\text{مقابل کا ضلع}}{\text{متصلہ ضلع}} = \dfrac{O}{A} = \dfrac{AB}{BC}$

4) $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{\text{وتر}}{\text{مقابل کا ضلع}} = \dfrac{H}{O} = \dfrac{AC}{AB}$

5) $\sec\theta = \dfrac{\text{وتر}}{\text{متصلہ ضلع}} = \dfrac{H}{A} = \dfrac{AC}{BC}$

6) $\cot\theta = \dfrac{\text{متصلہ ضلع}}{\text{مقابل کا ضلع}} = \dfrac{A}{O} = \dfrac{BC}{AB}$



(2 مثلثیاتی نسبتوں کے درمیان تعلق :

1) $\sin\theta = \dfrac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$ 2) $\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}$

3) $\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}$ 4) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

5) $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$ 6) $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

7) $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$ 8) $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

کس طرح یاد رکھیں

معکوس نسبتیں

sin θ ⟷ cosec θ
cos θ ⟷ sec θ
tan θ ⟷ cot θ

(3 مکملہ زاویوں کی مثلثیاتی نسبتیں :

1) $\sin\theta = \cos(90-\theta)$ 2) $\tan\theta = \cot(90-\theta)$

3) $\sec\theta = \operatorname{cosec}(90-\theta)$ 4) $\cos\theta = \sin(90-\theta)$

5) $\cot\theta = \tan(90-\theta)$ 6) $\operatorname{cosec}\theta = \sec(90-\theta)$

کس طرح یاد رکھیں

(90 – θ)
↓
sin θ ⟷ cos θ
coses θ ⟷ sec θ
tan θ ⟷ cot θ

4) مثلثیاتی متماثلہ مساواتیں:

1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

2) $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

3) $\cot^2\theta + 1 = \text{coses}^2\theta$

5) 0°، 30°، 45°، 60° اور 90° پیمائش کے زاویوں کے مثلثیاتی نسبتوں کی جدول۔

مثلثیاتی نسبتیں	زاویوں کی پیمائش (θ)				
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	طے نہیں کر سکتے
$\text{coses}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	طے نہیں کر سکتے	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	طے نہیں کر سکتے
$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$	طے نہیں کر سکتے	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

سوال 1 A) درج ذیل سوالوں کے متبادلات میں سے صحیح جواب کا انتخاب کیجیے۔ **(1 نمبر)**

1) $\sin\theta\ \text{cosec}\,\theta = ?$

A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{2}$

2) $\sec 60° = ?$

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{2}$

3) $1 + \tan^2\theta = ?$

A) $\tan^2\theta$ B) $\sec^2\theta$ C) $\text{coses}^2\theta$ D) $\cos^2\theta$

(4 $\sin^2\theta + \sin^2(90-\theta) = ?$

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\sqrt{2}$

(5 $\tan\theta = \sqrt{3}$ تو $\theta = ?$

A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

(6 $\cot\theta\,(90-\theta) = ?$

A) $\sin\theta$ B) $\cos\theta$ C) $\cot\theta$ D) $\tan\theta$

(7 $2\tan 45° - 2\sin 30°$ کی قیمت .... ہے۔

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\sqrt{2}$

(8 اگر $\sin\theta = \frac{3}{5}$ ہو تو $\cos\theta = ?$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{5}{3}$

سوال 1 (B درج ذیل سوالات حل کیجیے۔ **(1 نمبر)**

(1 $\frac{1-\tan^2 45°}{1+\tan^2 45°} = ?$

حل: $\frac{1-\tan^2 45°}{1+\tan^2 45°}$ ... (دیا ہوا ہے)

$= \frac{1-1^2}{1+1^2}$

$= \frac{0}{2} = 0$

(2 ثابت کیجیے کہ $\text{coses}\,\theta \,.\, \sqrt{1-\cos^2\theta} = 1$

حل: $\text{coses}\,\theta .\ \sqrt{1-\cos^2\theta}$ ... (دیا ہوا ہے)

$= \text{coses}\,\theta .\ \sqrt{\sin^2\theta}$ .... $(\because\ 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta)$

$= \text{coses}\,\theta .\ \sin\theta$

$= 1$

(3 اگر $\tan\theta = 1$ ہو تو $\sin\theta \,.\, \cos\theta = ?$

حل: $\tan\theta = 1$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore\ \tan\theta = \tan 45°$

$\therefore\ \theta = 45°$

اب،

$\sin\theta .\ \cos\theta = \sin 45° .\ \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

(4 اگر $2\sin\theta = 3\cos\theta$ تو $\tan\theta = ?$

(5 اگر $\cot(90 - A) = 1$ تو $\angle A = ?$

(6 $\dfrac{\sin 75^\circ}{\cos 15^\circ} = ?$

سوال 2 A) درج ذیل سرگرمی مکمل کیجیے۔(مکمل جواب لکھیے) (ہر سوال کے لیے 2 نمبرات)

(1 $\cos^2\theta.\left(1+\tan^2\theta\right)=1$ ، اِسے ثابت کرنے کے لیے دی گئی سرگرمی مکمل کیجیے۔

عملی کام:

L.H.S. = $\boxed{\quad}$

$= \cos^2\theta \times \boxed{\quad}$ .... $\left(1+\tan^2\theta = \boxed{\quad}\right)$

$= \left(\cos\theta \times \boxed{\quad}\right)^2$

$= 1^2$

$= 1$

= L.H.S.

حل:

L.H.S.= $\boxed{\cos^2\theta.\ (1+\tan^2\theta)}$

$= \cos^2\theta \times \boxed{\sec^2\theta}$ ....$\left(1+\tan^2\theta = \boxed{\sec^2\theta}\right)$

$= \left(\cos\theta \times \boxed{\sec\theta}\right)^2$

$= 1^2$

$= 1$

= R.H.S.

(2 $\frac{5}{\sin^2\theta} - 5\cot^2\theta$ کی قیمت معلوم کرنے کے لیے نیچے دیا ہوا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام:

$\frac{5}{\sin^2\theta} - 5\cot^2\theta$

$= \boxed{\quad}\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - \cot^2\theta\right)$

$= 5\left(\boxed{\quad} - \cot^2\theta\right)$ .... $\left(\frac{1}{\sin^2\theta} = \boxed{\quad}\right)$

$= 5\ (1)$

$= \boxed{\quad}$

جواب: $\frac{5}{\sin^2\theta} - 5\cot^2\theta$ ... (دیا ہوا ہے)

$= \boxed{5}\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - \cot^2\theta\right)$

$= 5\left(\boxed{\text{cosec}^2\theta} - \cot^2\theta\right)$ ....$\left(\because \frac{1}{\sin^2\theta} = \boxed{\text{cosec}^2\theta}\right)$

$= 5\,(1)$

$= \boxed{5}$

(3 اگر $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{3}$ ہو تو $\sec\theta - \tan\theta$ کی قیمت معلوم کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام: $\boxed{\quad} = 1 + \tan^2\theta$ ... (بنیادی مثلثیاتی متماثلہ مساوات)

$\boxed{\quad} - \tan^2\theta = 1$

$(\sec\theta + \tan\theta).\ (\sec\theta - \tan\theta) = \boxed{\quad}$

$\sqrt{3}\,(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$(\sec\theta - \tan\theta) = \boxed{\quad}$

حل: $\boxed{\text{ses}^2\theta} = 1 + \tan^2\theta$ ... (بنیادی مثلثیاتی متماثلہ مساوات)

$\therefore\ \boxed{\text{ses}^2\theta} - \tan^2\theta = 1$

$(\sec\theta + \tan\theta).\ (\sec\theta - \tan\theta) = \boxed{1}$

$\sqrt{3}\,(\sec\theta - \tan\theta) = 1$ .... ($\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{3}$ دیا ہوا ہے)

$(\sec\theta - \tan\theta) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

(4 اگر $\tan\theta = \frac{9}{10}$ ہو تو $\sec\theta$ کی قیمت معلوم کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام: $\sec^2\theta = 1 + \boxed{\quad}$ ... (بنیادی مثلثیاتی متماثلہ مساوات)

$\sec^2\theta = 1 + \boxed{\quad}^2$

$\sec^2\theta = 1 + \boxed{\quad}$

$\sec\theta = \boxed{\quad}$

سوال 2 (B مندرجہ ذیل سوالات حل کیجیے۔ (ہر سوال کے لیے 2 نمبرات)

1) اگر $\cos\theta = \frac{24}{24}$ ہو تو ? = $\sin\theta$

حل:

$\cos\theta = \frac{24}{24}$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \cos\theta = 1$

$\therefore \cos\theta = \cos 0^\circ$

$\therefore \theta = 0^\circ$

اب ،

$\sin\theta = \sin 0^\circ$

$= 0$

2) ثابت کیجیے کہ $\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \cos\theta = \sec\theta$

حل:

L.H.S. $= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \cos\theta$ ... (دیا ہوا ہے)

$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{1}{\cos\theta}$ .... $\left(\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \right)$

$= \sec\theta$

= R.H.S.

3) اگر $\cos(45^\circ + x) = \sin 30^\circ$ ہو تو ? = x

4) اگر $\tan\theta + \cot\theta = 2$ ہو تو $\tan^2\theta + \cot^2\theta = ?$

5) ثابت کیجیے کہ $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = \sec^2\theta \times \operatorname{cosec}^2\theta$

6) ثابت کیجیے کہ $\cot^2\theta \times \sec^2\theta = \cot^2\theta + 1$

7) اگر $\sin 3A = \cos 6A$ ہو تو $\angle A = ?$

(8 ثابت کیجیے $\frac{\tan A}{\cot A} = \frac{\sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A}$

سوال 3 A) درج ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔ **(ہر سوال کے لیے 3 نمبرات)**

(1 $\sin^4 A - \cos^4 A = 1 - 2\cos^2 A$ کو ثابت کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام:

L.H.S.= $\boxed{}$

$= (\sin^2 + \cos^2 A)\left(\boxed{}\right)$

$= 1\left(\boxed{}\right)$ .... $\left(\sin^2 A + \boxed{} = 1\right)$

$= \boxed{} - \cos^2 A$ .... $\left(\sin^2 A = 1 - \cos^2 A\right)$

$= \boxed{}$

= R.H.S.

حل:

L.H.S.= $\boxed{(\sin^4 A - \cos^4 A)}$

$= (\sin^2 + \cos^2 A)\left(\boxed{(\sin^2 A - \cos^2 A)}\right)$

$= 1\left(\boxed{(\sin^2 A - \cos^2 A)}\right)$ ..... $\left(\because \sin^2 A + \boxed{\cos^2 A} = 1\right)$

$= \boxed{1 - \cos^2 A} - \cos^2 A$ ..... $\left(\because \sin^2 A = 1 - \cos^2 A\right)$

$= \boxed{1 - 2\cos^2 A}$

= R.H.S.

(2 $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \times \sin^2\theta$ کو ثابت کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام:

$$\text{L.H.S.} = \boxed{}$$

$$= \boxed{}\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}\right)$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \frac{\boxed{}}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}\right)$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{1} \times \frac{\cos^2\theta}{\boxed{}}\right)$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \boxed{}\right)$$

$$= \tan^2\theta \times \boxed{} \quad (1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta)$$

$$= \text{R.H.S.}$$

حل:

$$\text{L.H.S.} = \boxed{(\tan^2\theta - \sin^2\theta)}$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}\right)$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}\right)$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{1} \times \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$$

$$= \tan^2\theta\left(1 - \boxed{\cos^2\theta}\right)$$

$$= \tan^2\theta \times \boxed{\sin^2\theta} \quad \ldots\ldots \quad (1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta)$$

$$= \text{R.H.S.}$$

(3 اگر $\tan\theta = \frac{7}{24}$ ہو تو $\cos\theta$ کی قیمت معلوم کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام :

$\sec^2\theta = 1 + \boxed{}$ ... (بنیادی مثلثیاتی متماثلہ مساوات)

$\sec^2\theta = 1 + \boxed{}^2$

$\sec^2\theta = 1 + \frac{\boxed{}}{576}$

$\sec^2\theta = \frac{\boxed{}}{576}$

$\sec\theta = \boxed{}$

$\cos\theta = \boxed{}$ ..... $\left(\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}\right)$

(4 $\cot\theta + \tan\theta = \text{coses}\,\theta \times \sec\theta$ کو ثابت کرنے کے لیے نیچے دیا گیا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام :

L.H.S. $= \boxed{}$

$= \frac{\boxed{}}{\sin\theta} = \frac{\sin\ \theta}{\cos\ \theta}$

$= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\boxed{}}$

$= \frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$ ..... $\left(\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = \boxed{}\right)$

$= \frac{1}{\sec\theta} \times \frac{1}{\boxed{}}$

$= \boxed{}$

= R.H.S.

سوال 3 (B درج ذیل سوالات حل کیجیے۔ (ہر سوال کے لیے 3 نمبرات)

1) ثابت کیجیے کہ $\dfrac{\tan(90-\theta)+\cot(90-\theta)}{\text{coses}\,\theta} = \sec\theta$

حل:

$$\text{L.H.S.} = \frac{\tan(90-\theta)+\cot(90-\theta)}{\text{coses}\,\theta} \quad \ldots \text{(دیا ہوا ہے)}$$

$$= \frac{\cot\theta+\tan\theta}{\text{coses}\,\theta} \quad \left[\because \tan(90-\theta)=\cot\theta,\ \cot(90-\theta)=\tan\theta\right]$$

$$= \frac{\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}+\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\dfrac{1}{\sin\theta}} \quad \left(\because \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta},\ \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$$

$$= \frac{\dfrac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta\,.\cos\theta}}{\dfrac{1}{\sin\theta}}$$

$$= \frac{\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}}{\dfrac{1}{\sin\theta}} \quad \left(\because \cos^2\theta+\sin^2\theta=1\right)$$

$$= \frac{1}{\cos\theta}$$

$$= \sec\theta \quad \left(\because \frac{1}{\cos\theta}=\sec\theta\right)$$

$$= \text{R.H.S.}$$

2) ثابت کیجیے۔ $\dfrac{\sec A}{\tan A+\cot A} = \sin A$

3) ثابت کیجیے۔ $\frac{\sin\theta + \text{coses}\,\theta}{\sin\theta} = 2 + \cot^2\theta$

4) ثابت کیجیے۔ $\sec^2\theta - \cos^2\theta = \tan^2\theta + \sin^2\theta$

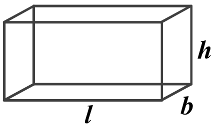
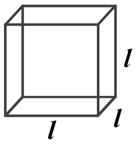
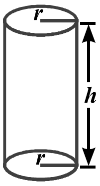
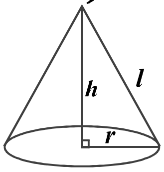
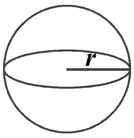
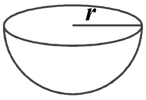
5) $\triangle ABC$ میں ، $\cos C = \frac{12}{13}$ اور $BC = 24$ ہے تب AC کی قیمت معلوم کیجیے۔

6) اگر $\sin A = \frac{3}{5}$ ہے تو دِکھائیے کہ $4 \tan A + 3 \tan A = 6 \cos A$

❖❖❖

7. مساحت

آیئے، ذرا یاد کریں۔

ٹھوس اجسام	سطح کا رقبہ			
	عمودی سطح	خمدار سطح	کل سطح	حجم
مکعب نما 	$2h\ (l + b)$	-	$2\ (lb + bh + hl)$	$(l \times b \times h)$
مکعب 	$4l^2$	-	$6l^2$	l^3
استوانہ 	-	$2\pi rh$	$2\pi r\ (r + h)$	$\pi r^2 h$
مخروط 		πrl where, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$	$\pi r\ (\ l + r\ )$	$\frac{1}{3}\ \pi r^2 h$
کرہ 	-	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\ \pi r^3$
نصف کرہ 	-	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\ \pi r^3$

- قوس کی لمبائی $= l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$
- → تراشہ کا رقبہ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$
- تراشہ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times l \times r$ یہاں قوس کی لمبائی $= l$

سوال 1 A) ہر ذیلی سوال کے چار متبادل جوابات دیے گئے ہیں۔ صحیح متبادل منتخب کیجیے اور اس کا جواب کا حرف تہجی لکھیے۔

1) مکعب کا حجم معلوم کیجیے جس کا ضلع 3 سم ہے۔

(A) $27\ cm^3$ (B) $9\ cm^3$ (C) $81\ cm^3$ (D) $3\ cm^3$

2) دائرے کے قوس کی لمبائی معلوم کیجیے جس کے مرکزی زاویہ کی پیائش $90°$ اور نصف قطر 7 سم ہو۔

(A) 44 cm (B) 25 cm (C) 36 cm (D) 56 cm

3) 7 سم نصف قطر اور 24 سم اونچائی کے مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(A) $440\ cm^2$ (B) $330\ cm^2$

(C) $40\ cm^2$ (D) $550\ cm^2$

4) دائرہ کا نصف قطر 4 سم ہو تو دائرے کے سب سے بڑے وتر کی لمبائی کیا ہوگی؟

(A) 2 cm (B) 4 cm (C) 12 cm (D) 8 cm

5) مدوّر استوانہ کا حجم اور مخروط کے حجم کی نسبت کیا ہوگی اگر ان کے نصف قطر اور اونچائیاں مساوی ہیں؟

(A) 1 : 3 (B) 3 : 1 (C) 1 : 2 (D) 2 : 1

6) ایک مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر 5 سم اور اونچائی 12 سم ہو تو اس کی مائل بلندی کیا ہوگی؟

(A) 23 cm (B) 31 cm (C) 13 cm (D) 12 cm

سوال 1 B) ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) اگر ایک قوس کی پیائش $160°$ ہو اور اس کی لمبائی 44 سم ہو تو دائرہ کا محیط کیا ہوگا؟

→ قوس کی پیائش $= \theta = 160°$

قوس کی لمبائی $= l = 44$ سم

قوس کی لمبائی $= l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$44 = \frac{160}{360} \times$ دائرہ کا محیط

$44 = \frac{4}{9} \times$ دائرہ کا محیط

$\frac{44 \times 9}{4} =$ محیط کا دائرہ

$99 =$ دائرہ کا محیط

$\therefore$ دائرہ کا محیط 99 سم ہوگا۔

2) اگر استوانہ کا نصف قطر (r) 7 سم اور اونچائی (h) 2 سم ہو تو اس کا حجم کتنا ہوگا؟

3) مکعب کا حجم 1000 مکعب سم ہو تو اس کے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟

سوال 2 A) **عملی کام مکمل کر کے دوبارہ لکھیے۔**

1) ایک کرہ کا نصف قطر 7 سم ہے۔ کرہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے نیچے دیا ہوا عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام:

$\rightarrow$ کرہ کی سطح کا رقبہ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \boxed{}^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \boxed{}$

$= \boxed{} \times 7$

$= \boxed{}$ مربع سم

جواب:

$\rightarrow$ کرہ کی سطح کا رقبہ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \boxed{7}^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \boxed{49}$

$= \boxed{88} \times 7$

$= \boxed{616}$ مربع سم

2) کرہ کا قطر 6 سم ہو تو کرہ کا حجم معلوم کرنے کے لیے مندرجہ ذیل عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام :

→ کرہ کا نصف قطر $= r = \frac{6}{2} = \square$ سم

کرہ کا حجم $= \square$ ... (ضابطہ)

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times \square$

$= \square$ cm^3/ مکعب سم

3) ایک استوانہ نما ٹنکی کا نصف قطر (r) 2.8 میٹر اور اس کی اونچائی (h) 3.5 میٹر ہے۔ ٹنکی میں موجود پانی کی گنجائش لٹر میں معلوم کرنے کے لیے عملی کام مکمل کیجیے۔

عملی کام :

ٹنکی میں موجود پانی کی گنجائش = استوانہ نما ٹنکی کا حجم

$= \square$ ... (ضابطہ)

$= \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 3.5$

$= \square$ m^3 (مربع میٹر)

$= \square \times 1000$ لٹر

$= \square$ لٹر

سوال 2 B) مندرجہ ذیل ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1) ایک تراشہ کے قوس کی لمبائی 10 سم اور اس کا نصف قطر 5 سم ہو تو تراشہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

عملی کام :

قوس کی لمبائی $= l = 10$ سم

تراشہ کا نصف قطر $= r = 5$ سم

تراشہ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times l \times r$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5$

$= 25$ cm^2/ مربع سم

∴ تراشہ کا رقبہ 25 مربع سم ہے۔

2) مخروط کا نصف قطر 7 سم ہے۔اس کا حجم معلوم کیجیے۔ ($\pi \frac{22}{7}$)

3) ایک مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب $10 \times 18 \times 30$ ہے۔اس کا حجم معلوم کیجیے۔

4) ایک مدور استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر 3 سم اور اونچائی 7 سم ہے۔اس کی خمدار سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi \frac{22}{7}$)

سوال 3 A) **عملی کام مکمل کر کے دوبارہ لکھیے۔**

1) نصف کرہ کا نصف قطر معلوم کرنے کے لیے مندرجہ ذیل عملی کام مکمل کیجیے اگر اس کا حجم 2094 مکعب سم ہو۔

عملی کام:

(ضابطہ) ... $= \boxed{\quad}$ نصف کرہ کا حجم ←

$\boxed{\quad} = \frac{2}{3} \times \boxed{\quad} \times r^3$

$r^3 = \frac{\boxed{\quad} \times 3}{2 \times \boxed{\quad}}$

$r^3 = 1000$

$r = \boxed{\quad}$ سم

عملی کام: (ضابطہ) ... $= \boxed{\frac{2}{3} \times \pi r^3}$ نصف کرہ کا حجم ←

$\boxed{2094} = \frac{2}{3} \times \boxed{3.14} \times r^3$

$r^3 = \frac{\boxed{2094} \times 3}{2 \times \boxed{3.14}}$

$r^3 = 1000$

$r = \boxed{10}$ سم

2) لمبائی سم 16، چوڑائی سم 11 اور اونچائی سم 10 والے مکعب نما دھات کو پگھلایا گیا۔ اگر ہر سکے کی موٹائی 2 ملی میٹر اور قطر 2 سینٹی میٹر ہو تو کتنے سکے بنائے جا سکتے ہیں؟ درج ذیل سرگرمی کو مکمل کیجیے۔

سرگرمی: مکعب نما دھات کی لمبائی = 16 سم = (l)، چوڑائی = 11 سم = (b)، اونچائی = 10 سم = (h)

سکے کی موٹائی یعنی اونچائی (h_1) ہے۔

$h1$ = 2 ملی میٹر = $\boxed{\quad}$ سم

قطر = d = 2 سم

نصف قطر = r = $\boxed{\quad}$ سم

$$\text{سکّوں کی تعداد} = \frac{\text{مکعب نما کا حجم}}{\text{1 سکّے کا حجم}}$$

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad \text{... (ضابطہ)}$$

$$= \frac{16 \times 11 \times 10}{\frac{22}{7} \times 1 \times 1 \times \boxed{}}$$

$$= \frac{16 \times 11 \times 10 \times 7 \times 10}{22 \times 2}$$

$$\text{سکّوں کی تعداد} = \boxed{}$$

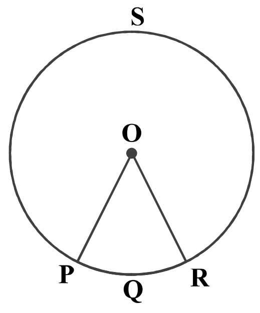
سوال B 3)   ذیل کے ضمنی سوالات حل کیجیے۔

1)   کرہ کا حجم اور کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کا نصف قطر 2.1 سم ہو۔ ($\pi \frac{22}{7}$)

2) مکعب کا حجم 1000 مکعب سم ہو تو اس کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

3) شکل میں دائرہ کا نصف قطر 7 سم اور m (قوس PQR) = 100° ہو تو مندرجہ ذیل معلوم کیجیے۔

(i) دائرہ کا رقبہ (ii) A (O-PQR) (iii) A (O-PSR)



ضمنی امتحان کی تیاری کے لیے خصوصی مواد

مضمون : ریاضی (حصہ-1 اور 2)

جماعت دسویں

تشکّر نامہ

نمبر شمار	نام	عہدہ	اسکول/ دفتر
۱۔	منور عبدالرزّاق شیخ	معاون معلم	شرنگاری اُردو ہائی اسکول و جونیئر کالج، شرنگاری تالی، تعلقہ گہا گھر، رتنا گری
۲۔	شیخ ضیاء الدین قمرالدین	معاون معلم	گلشن اسلام اُردو ہائی اسکول، سا کی ناکہ، ممبئی
۳۔	سیّد مسیرۃ الفردوس	معاون معلّمہ	ضلع پریشد اُردو اسکول، ضلع گونڈیا
۴۔	اقتضاء الرحمٰن	معاون معلم	ڈاکٹر ذاکر حسین اُردو ہائی اسکول، چکھلی
۵۔	الناصر عبدالصمد مومن	صدر معلم	شاہین ہائی اسکول، کراڈ
۶۔	عبدالوحید عبدالستار	معاون معلم	پروفیسر جاوید خان اُردو ہائی اسکول، منگرول پیر، ضلع واشم
۷۔	عبدالرحمٰن محمد اسماعیل شیخ	صدر معلم	پٹیل ہائی اسکول، ممبرا، تھانہ
۸۔	مرزا صابر بیگ	معاون معلم	مولانا ابوالکلام آزاد اُردو ہائی اسکول، عنایت نگر، پربھنی
۹۔	شیخ شعیب حسین	معاون معلم	مولانا آزاد اُردو ہائی اسکول، گولی بار، سانتا کروز (مشرق)
۱۰۔	خان محمد اکبر محمد زاہد	معاون معلم	انجمن رفیق الاسلام اُردو ہائی اسکول، کملا رمن نگر، گوونڈی، ممبئی
۱۱۔	شکیل احمد محمد حنیف چودھری	معاون معلم	انجمن اسلام کرلا بوائز ہائی اسکول، ممبئی
۱۲۔	ناہید انجم شیخ	معاون معلّمہ	انجمن خیر الاسلام اُردو گرلز ہائی اسکول، کرلا (مغرب)، ممبئی
۱۳۔	محمد اشرف الدین	صدر معلم	کوہِ طور اُردو ہائی اسکول، سادات نگر، اورنگ آباد