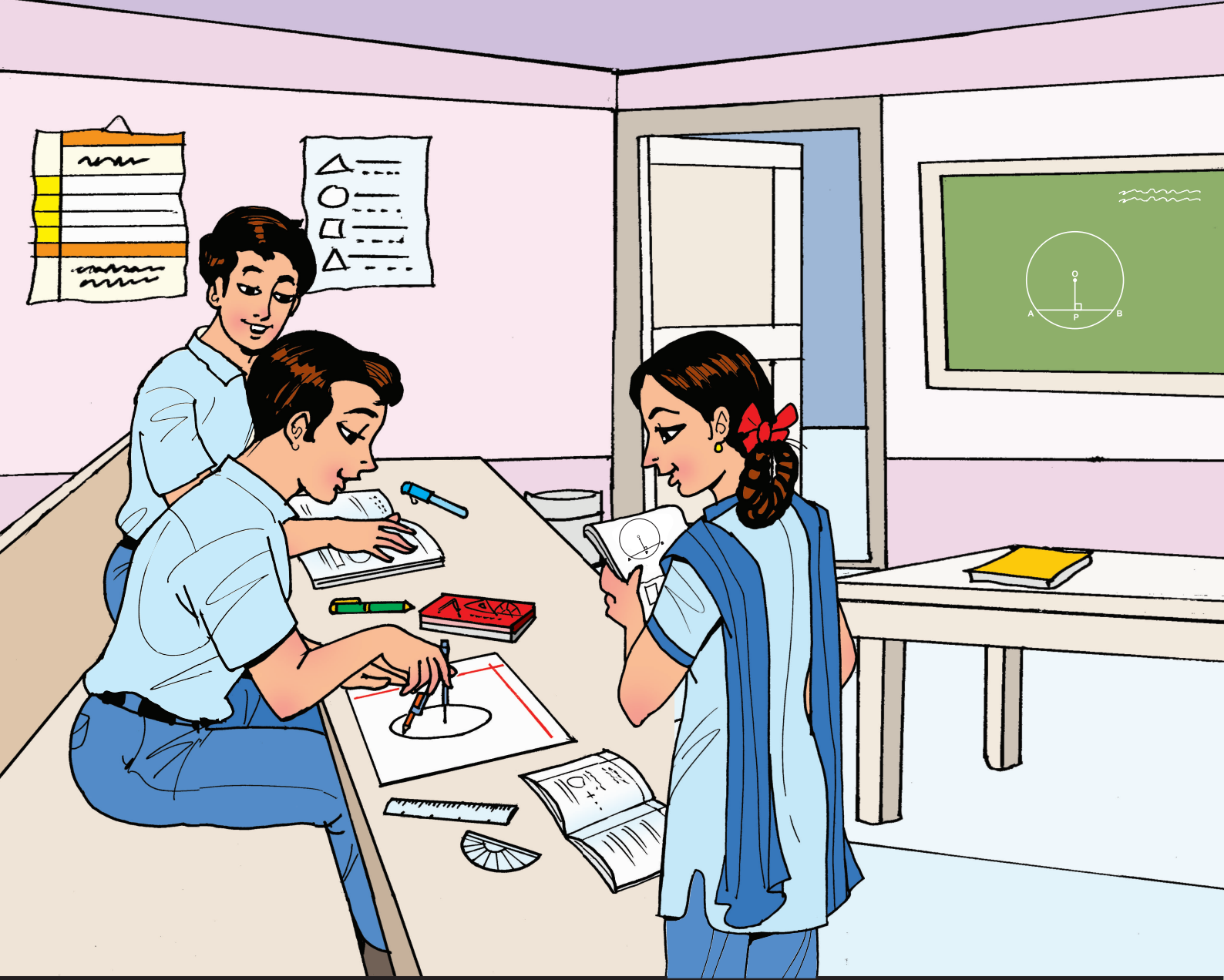


करुया मैत्री गणिताशी

कार्यपुस्तिका

इयत्ता : आठवी

'STARS' प्रकल्पांतर्गत



राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.

करूया मैत्री गणिताशी : कार्यपुस्तिका : इयत्ता आठवी

- प्रवर्तक : शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, महाराष्ट्र शासन
- प्रकाशक : राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.
- प्रेरणा : मा. रणजितसिंह देओल (भा.प्र.से.)
प्रधान सचिव, शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग, महाराष्ट्र राज्य.
- मार्गदर्शन : मा. सूरज मांडरे (भा.प्र.से.)
आयुक्त (शिक्षण), महाराष्ट्र राज्य, पुणे.
: मा. कैलास पगारे (भा.प्र.से.)
राज्य प्रकल्प संचालक,
महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.
- संपादक : मा. कौस्तुभ दिवेगावकर (भा.प्र.से.)
संचालक,
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.
- सहसंपादक : मा. रमाकांत काठमोरे
सहसंचालक,
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.
- कार्यकारी संपादक : डॉ. कमलादेवी आवटे
उपसंचालक, भाषा व समन्वय विभाग,
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.
- कार्यकारी सहसंपादक : रत्नप्रभा भालेराव
वरिष्ठ अधिव्याख्याता, गणित विभाग,
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.
: वृषाली गायकवाड
अधिव्याख्याता, गणित विभाग,
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.
- प्रथम आवृत्ती : जानेवारी २०२३
- अर्थसाहाय्य : 'STARS' प्रकल्पांतर्गत, महाराष्ट्र प्राथमिक शिक्षण परिषद, मुंबई.
- मुद्रक : रुना ग्राफिक्स, पुणे.
- © सर्व हक्क प्रकाशकाच्या स्वाधीन.

करुया मैत्री गणिताशी

कार्यपुस्तिका

इयत्ता : आठवी

'STARS' प्रकल्पांतर्गत

नाव : _____

शाळा : _____

इयत्ता : _____ तुकडी : _____



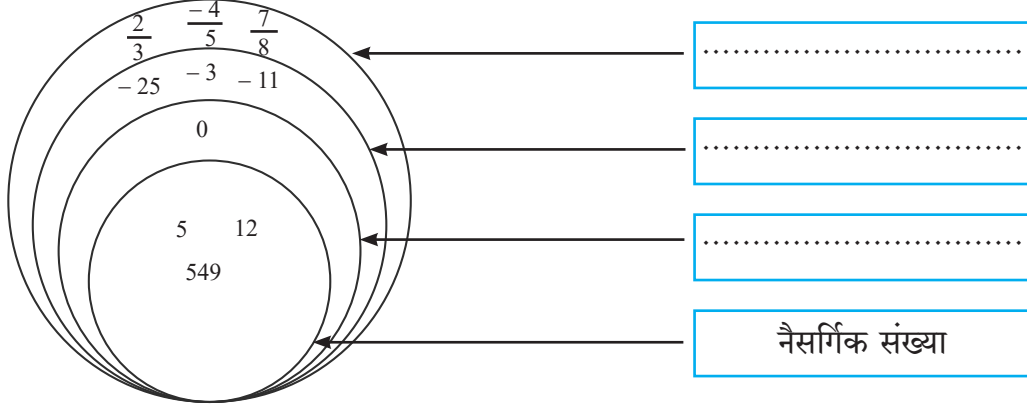
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे.

अनुक्रमणिका

अ.क्र.	घटक	पृष्ठ क्र.
भाग - 1		
1.	परिमेय व अपरिमेय संख्या	1
2.	समांतर रेषा व छेदिका	5
3.	घातांक व घनमूळ	7
4.	त्रिकोणाचे शिरोलंब व मध्यगा	10
5.	विस्तार सूत्रे	12
6.	बैजिक राशींचे अवयव	21
7.	चलन	27
8.	चौकोन रचना व चौकोनाचे प्रकार	35
9.	सूट व कमिशन	38
भाग - 2		
10.	बहुपदींचा भागाकार	43
11.	सांख्यिकी	48
12.	एकचल समीकरणे	52
13.	त्रिकोणाची एकरूपता	57
14.	चक्रवाढ व्याज	60
15.	क्षेत्रफळ	64
16.	पृष्ठफळ व घनफळ	68
17.	वर्तुळ - जीवा व कंस	74

1. परिमेय व अपरिमेय संख्या

1) खाली दिलेल्या आकृतीचे निरीक्षण करून चौकटीत योग्य संख्या समूहाचे नाव लिहा.



2) खाली दिलेली प्रत्येक अट पूर्ण करणाऱ्या प्रत्येकी पाच परिमेय संख्या लिहा.

i) अंश ऋण पूर्णांक आणि छेद धन पूर्णांक	
ii) अंश धन पूर्णांक आणि छेद ऋण पूर्णांक	
iii) अंश आणि छेद दोन्ही ऋण पूर्णांक	
iv) अंश आणि छेद दोन्ही धन पूर्णांक	

3) खाली दिलेल्या संख्या परिमेय संख्या आहेत किंवा नाहीत ते सकारण लिहा.

अ. क्र.	संख्या	परिमेय संख्या	कारण
1)	$\frac{4}{5}$	आहे	अंश व छेद पूर्णांक संख्या आहेत आणि छेद शून्य नाही.
2)	$\frac{3}{-7}$		
3)	$\frac{9}{0}$		
4)	$\frac{\sqrt{2}}{5}$		
5)	$\frac{22}{7}$		
6)	58		
7)	$\frac{0}{11}$		

4) a आणि b या दोन पूर्णांक संख्या असतील, तर खालीलपैकी नेहमीच सत्य नसणाऱ्या विधानासमोरील चौकटीत (x) अशी खूण करा.

i) $a + b$ ही परिमेय संख्या असेल. ☐

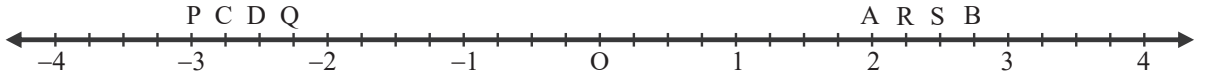
ii) $a - b$ ही परिमेय संख्या असेल. ☐

iii) $a \times b$ ही परिमेय संख्या असेल. ☐

iv) $a \div b$ ही परिमेय संख्या असेल. ☐



5) खाली दिलेल्या संख्यारेषेच्या आधारे बिंदू R, S, C व D ने दर्शविलेल्या परिमेय संख्या लिहा.



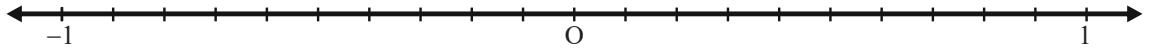
R $\rightarrow$ ☐

S $\rightarrow$ ☐

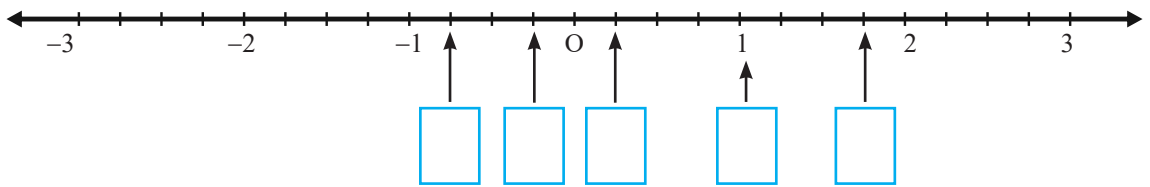
C $\rightarrow$ ☐

D $\rightarrow$ ☐

6) खाली दिलेल्या संख्यारेषेवर $-\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{5}$ या संख्या दाखवा.



7) $\frac{7}{4}, \frac{4}{4}, \frac{-3}{4}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$ या परिमेय संख्या संख्यारेषेखाली दिलेल्या चौकटींत योग्य ठिकाणी लिहा.



8) वरील उदाहरण क्र. 7 मधील संख्यारेषेच्या निरीक्षणावरून खालील रिकाम्या चौकटींत $<$, $=$, $>$ यांपैकी योग्य चिन्ह लिहा.

i) $\frac{7}{4}$ ☐ $\frac{4}{4}$

ii) $-\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{4}$

iii) $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{7}{4}$

iv) $-\frac{3}{4}$ ☐ $-\frac{1}{4}$

v) $\frac{4}{4}$ ☐ $-\frac{1}{4}$

vi) $-\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{4}$

9) $>$, $<$ आणि $=$ यांपैकी खाली दिलेल्या चौकटींत योग्य चिन्ह लिहा.

i) $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{10}$

ii) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$

iii) 0 $\frac{2}{3}$

iv) $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{4}$

v) $\frac{-7}{4}$ $\frac{-8}{5}$

vi) $\frac{-5}{11}$ $\frac{5}{11}$

vii) $\frac{1}{-3}$ $\frac{-1}{4}$

viii) 0 -3

10) $\frac{x}{y}$ व $\frac{p}{q}$ या परिमेय संख्यांमध्ये जर y आणि q धन संख्या असतील, तर खालील विधाने सत्य होण्यासाठी रिकाम्या चौकटींत $<$, $=$, $>$ यांपैकी योग्य चिन्ह लिहा.

i) जर $x \times q$ $y \times p$ तर $\frac{x}{y}$ $\frac{p}{q}$

ii) जर $x \times q$ $y \times p$ तर $\frac{x}{y}$ $\frac{p}{q}$

iii) जर $x \times q$ $y \times p$ तर $\frac{x}{y}$ $\frac{p}{q}$



11) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

अ. क्र.	परिमेय संख्या	दशांश रूप	दशांश रूप कसे आहे?
1)	$\frac{-5}{3}$	$-1.666... = -1.\dot{6}$	अखंड आवर्ती
2)	$\frac{10}{3}$	$3.33... = 3.\dot{3}$	
3)	$\frac{22}{7}$	$3.142857142857... =$	
4)	$\frac{-5}{4}$		
5)	$\frac{9}{8}$		
6)	$\frac{-12}{8}$		
7)	$\frac{25}{11}$		

12) खाली दिलेल्या अपरिमेय संख्या संख्यारेषेवर दाखवा.

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}$$

13) $\frac{2}{3}$ व $\frac{5}{2}$ या परिमेय संख्यांची तुलना करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \boxed{}}{3 \times \boxed{}} = \frac{4}{6} \text{ आणि } \frac{5}{2} = \frac{5 \times \boxed{}}{2 \times \boxed{}} = \frac{15}{6}$$

$$\therefore \frac{4}{6} \boxed{} \frac{15}{6}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \boxed{} \frac{5}{2}$$

14) $\frac{4}{7}$ व $\frac{-5}{8}$ या परिमेय संख्यांची तुलना करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

धन संख्या नेहमी ऋण संख्येपेक्षा $\boxed{}$ असते.

$$\therefore \frac{4}{7} \boxed{} \frac{-5}{8}$$

15) धन परिमेय व ऋण परिमेय नसणारी परिमेय संख्या आहे का? कोणती?

2. समांतर रेषा व छेदिका

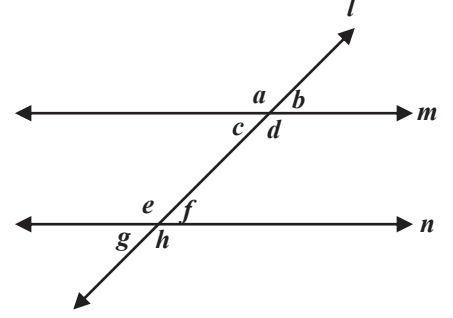
- 1) आकृतीमध्ये जर रेषा $m \parallel$ रेषा n आणि रेषा l ही छेदिका आहे तर खालील कोनांच्या जोड्या लिहा.

संगत कोन :

आंतरकोन :

आंतरव्युत्क्रम कोन :

बाह्यव्युत्क्रम कोन :



- 2) वरील आकृतीमध्ये जर $m\angle b = 75^\circ$ असेल तर, इतर सर्व कोनांची मापे काढा. त्यासाठी कोनांचा कोणता गुणधर्म वापरला तो लिहा.

कोनाचे नाव	माप	कोनाचा गुणधर्म
$m\angle c$	75°	विरुद्ध कोन एकरूप असतात.
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		

3) अचूक पर्याय निवडा.

- 1) दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता एकूण कोन तयार होतात.
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8
- 2) समांतर रेषांच्या छेदिकेमुळे तयार होणाऱ्या आंतरकोनांच्या प्रत्येक जोडीतील कोनांच्या मापांची बेरीज असते.
A) 90° B) 45° C) 180° D) 360°
- 3) रेषीय जोडीतील कोनांच्या मापांची बेरीज असते.
A) 90° B) 45° C) 180° D) 360°

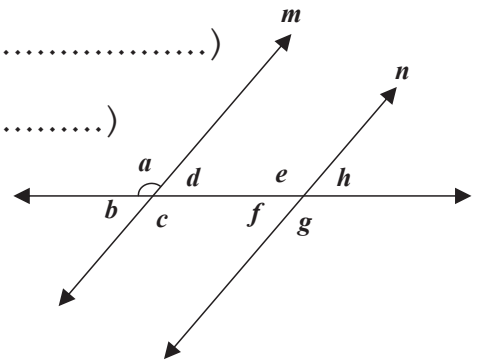
4) खाली दिलेली विधाने चूक किंवा बरोबर ते लिहा.

दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यावर होणाऱ्या कोनांपैकी...

- 1) संगतकोनांच्या जोडीतील कोन एकरूप असतात.
- 2) रेषीय जोडीतील कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.
- 3) आंतरकोनांच्या प्रत्येक जोडीतील कोन हे परस्परांचे कोटिकोन असतात.
- 4) व्युत्क्रम कोनांच्या जोडीतील कोन एकरूप नसतात.

5) आकृतीमध्ये जर $m \angle b = 60^\circ$ रेषा $m \parallel$ रेषा n , तर खालील रिकाम्या जागा भरा.

- 1) $m \angle b = 60^\circ$ तर $m \angle d = \dots\dots\dots^\circ$ (कारण
- 2) $m \angle c + m \angle f = \dots\dots\dots^\circ$ (कारण
- 3) $\angle a$ आणि $\angle \dots\dots\dots$ हे बाह्यव्युत्क्रम कोन आहेत.
- 4) $\angle a$ आणि $\angle e$ ही कोनांची जोडी आहे.



3. घातांक व घनमूल

1) घातांकांच्या नियमासमोरील चौकटीत (✓ व ✗) यांपैकी योग्य खूण करा. चुकीचा नियम दुरुस्त करून पुन्हा लिहा. (m, n, a, b या पूर्णांक संख्या आहेत.)

- i) $a^m \times b^n = a^{m+n}$ ☐
- ii) $a^m \div b^n = b^{m-n}$ ☐
- iii) $m^0 = 1$; $m \neq 0$ ☐
- iv) $(a \times b)^m = a^m \times b$ ☐
- v) $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ ☐

2) घातांकांचे नियम वापरून खालील चौकटीत योग्य उत्तर (संख्या/चल) लिहा.

- i) $5^2 \times 5^3 = 5^{\square}$ ii) $(a^2)^3 = a^{\square}$
- iii) $4^5 \div 4^2 = 4^{\square}$ iv) $a^{-5} = \frac{1}{a^{\square}}$
- v) $\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{\square}{\square}$ vi) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-3} = \left(\frac{n}{m}\right)^{\square}$
- vii) $a^{\square} = 1$; $a \neq 0$ viii) $(p \times q)^4 = p^{\square} \times q^{\square}$
- ix) $\square^{\square 2} \times \square^{\square} = x^{10}$ x) $\left(\square^{\square 3}\right)^{\square} = y^{12}$

3) खाली दिलेल्या कृती पूर्ण करा.

i) 7^3 $7^3 = \square \times \square \times \square$ $= \square$	ii) $(-8)^3$ $(-8)^3 = \square \times \square \times \square$ $= \square$
iii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \square \times \square \times \square$ $= \square$	iv) $(0.3)^3$ $(0.3)^3 = \square \times \square \times \square$ $= \square$

4) खाली दिलेल्या कृती पूर्ण करा.

i) $\sqrt[3]{729} = ?$

729 चे घनमूल काढण्यासाठी प्रथम

729 चे मूल अवयव काढू.

$$729 = \square \times \square \times \square \times \square \times \square \times \square$$

$$729 = \square \times \square \times \square = \square^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{729} = \square$$

ii) $\sqrt[3]{-2197} = ?$

$$\rightarrow -2197 = \square \times \square \times \square = \square^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-2197} = \square$$

iii) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = ?$

पहिली पद्धत :

$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} \dots\dots\dots \left(\text{कारण } \sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt[3]{\square \times \square \times \square}}{\sqrt[3]{\square \times \square \times \square}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{\square^3}}{\sqrt[3]{\square^3}}$$

$$= \frac{\square}{\square} \dots\dots\dots \left(\text{कारण } \sqrt[m]{a^m} = a \right)$$

दुसरी पद्धत :

$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \left(\frac{64}{125} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{(64)^{\frac{1}{3}}}{(125)^{\frac{1}{3}}} \dots\dots\dots \left(\text{कारण } \left(\frac{a}{b} \right)^m = \frac{a^m}{b^m} \right)$$

$$= \frac{(\square \times \square \times \square)^{\frac{1}{3}}}{(\square \times \square \times \square)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{(\square^3)^{\frac{1}{3}}}{(\square^3)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{\square}{\square} \dots\dots\dots \left(\text{कारण } (a^m)^{\frac{1}{m}} = a \right)$$

5) खालील विधाने पूर्ण करा.

i) $(15)^{\frac{1}{5}} = 15$ चे वे मूळ

ii) $27^{\frac{4}{5}} = (27^4)^{\frac{1}{5}}$ म्हणजे 27 च्या घाताचे पाचवे मूळ.

iii) $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^{\frac{1}{5}}\right)^4$ म्हणजे 27 च्या मूळाचा चौथा घात.

iv) b चे n वे मूळ असे लिहितात.

v) x या संख्येचा वर्ग असा लिहितात, तर x चे वर्गमूळ किंवा असे लिहितात.

vi) प्रत्येक धन संख्येला वर्गमूळे असतात.

vii) शून्य या संख्येचे घनमूळ असते.

viii) 27 च्या वर्गाचे घनमूळ = 27 च्या घनमुळाचा वर्ग

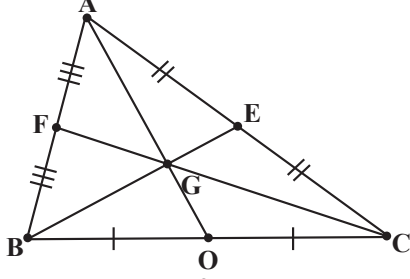
$$(27^2)^{\frac{1}{3}} = \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^2$$

6) खालील सारणी पूर्ण करा.

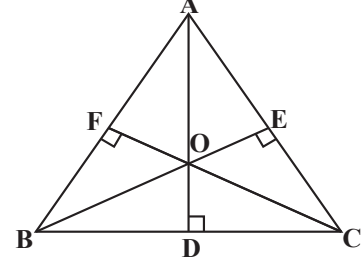
अ.क्र.	संख्या	कितव्या मुळाचा कितवा घात?	कितव्या घाताचे कितवे मूळ?
1)	$(64)^{\frac{3}{2}}$	64 च्या वर्गमुळाचा घन	64 च्या घनाचे वर्गमूळ
2)		243 च्या घनमुळाचा घन	
3)			121 च्या पाचव्या घाताचे वर्गमूळ
4)	$(216)^{\frac{2}{3}}$		
5)			

4. त्रिकोणाचे शिरोलंब व मध्यगा

1) आकृत्यांचे निरीक्षण करून खाली दिलेली विधाने पूर्ण करा.



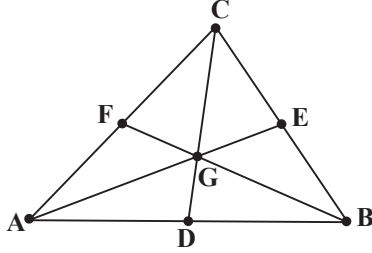
आकृती क्र. 1



आकृती क्र. 2

- आकृती क्र. 1 मध्ये, बिंदू G हा त्रिकोणाचा बिंदू आहे.
- त्रिकोणाच्या मध्यगासंपात बिंदू (G) मुळे प्रत्येक मध्यगेचे या गुणोत्तरात विभाजन होते.
- आकृती क्र. 2 मध्ये, बिंदू O हा त्रिकोणाचा बिंदू आहे.

2) आकृतीत $\triangle ABC$ मध्ये G हा मध्यगासंपात बिंदू आहे, तर खालील सारणी पूर्ण करा.



जर $FG = 3$ सेमी, तर रेख $GB = ?$	
जर $AE = 15$ सेमी, तर $GE = ?$	
जर $CD = 6$ सेमी, तर $CG = ?$ आणि $GD = ?$	

3) खाली दिलेल्या पायऱ्यांनुसार कृती करून आकृती काढा.

- लघुकोन त्रिकोणाचा लंबसंपात बिंदू काढणे.

आकृती

पायरी 1 : लघुकोन $\triangle ABC$ काढा.

पायरी 2 : त्याचे तिन्ही शिरोलंब काढा.

पायरी 3 : तिन्ही शिरोलंब एकमेकांना ज्या बिंदूत छेदतात त्याला 'O' असे नाव द्या.

b) कोणत्याही त्रिकोणाच्या तीनही मध्यगा काढणे.

आकृती

पायरी 1 : $\triangle ABC$ काढा.

पायरी 2 : बाजू AB चा मध्यबिंदू मिळवा.
त्याला P नाव द्या, रेख CP काढा.

पायरी 3 : बाजू BC चा मध्यबिंदू मिळवा.
त्याला Q नाव द्या, रेख AQ काढा.

पायरी 4 : बाजू AC चा मध्यबिंदू मिळवा.
त्याला R नाव द्या, रेख BR काढा.

पायरी 5 : $\triangle ABC$ च्या रेख CP, रेख AQ
व रेख BR या तीन मध्यगा आहेत.

c) विशालकोन त्रिकोणाचा लंबसंपात बिंदू काढणे.

आकृती

पायरी 1 : विशालकोन $\triangle ABC$ काढा.

पायरी 2 : त्याचे तिन्ही शिरोलंब काढा.

पायरी 3 : त्या शिरोलंबांना समाविष्ट
करणान्या रेषा काढा.

पायरी 4 : त्या रेषा त्रिकोणाच्या बाह्य
भागात ज्या बिंदूत छेदतात त्या
बिंदूला 'O' असे नाव द्या.

5. विस्तार सूत्रे

दिलेल्या विस्तार सूत्रांचा उपयोग करून खालील चौकटीत योग्य ते पद लिहा.

$$\begin{aligned}(102)^2 &= (100 + 2)^2 \\ &= 100^2 + \boxed{} + 2^2 \\ &= 10000 + \boxed{} + 4 \\ &= \boxed{}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(49)^2 &= (50 - 1)^2 \\ &= \boxed{} - 2 \times 50 \times 1 + 1^2 \\ &= \boxed{} - 100 + 1 \\ &= \boxed{}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4p - q)^2 &= (4p)^2 - 8pq + \boxed{} \\ &= \boxed{} - 8pq + \boxed{}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}49 \times 51 &= (50 - 1) \times \boxed{} \\ &= \boxed{}^2 - \boxed{}^2 \\ &= \boxed{} - \boxed{} \\ &= \boxed{}\end{aligned}$$

i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ii) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 iii) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

(I) $(x + a)(x + b)$ चा विस्तार

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

1) विस्तार सूत्रांचा उपयोग करून खालील चौकटीत योग्य ते पद लिहा.

$$\begin{aligned}\text{a) } (x + 2)(x + 5) &= x^2 + (\boxed{} + \boxed{})x + (2 \times 5) \\ &= x^2 + \boxed{}x + 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } (y - 3)(y + 1) &= y^2 + (\boxed{} + 1)y + \boxed{} \\ &= y^2 - \boxed{}y - \boxed{}\end{aligned}$$

2) विस्तार करा.

a) $(x + 4)(x - 3)$

b) $(p - 2)(p - 7)$

c) $(x - 4)(x + 1)$

d) $(a + \frac{2}{5})(a - \frac{3}{5})$

3) विस्तार सूत्राचा वापर करून किमती काढा.

a) 49×52

$$\begin{aligned} &= (50 - 1)(50 + 2) \\ &= (50)^2 + (-1 + 2) \times 50 + [(-1) \times 2] \\ &= 2500 + 1 \times 50 - 2 \\ &= 2500 + 50 - 2 \\ &= 2548 \end{aligned}$$

b) 99×98

4) चूक अधोरेखित करा व योग्य गणिती मांडणी करून चौकटीत उदाहरण पुन्हा सोडवा.

$(y - 3)(y + 1) = y^2 - (3 + 1)y + (-3) \times 1$ $= y^2 - 4y - 3$	
$(y - 4)(y - 1) = y^2 - (4 - 1)y - (-4) \times (-1)$ $= y^2 - 3y - 4$	
$(2y - 4)(2y - 1) = 2y^2 + (-4 - 1)y + (-4) \times (-1)$ $= 2y^2 - 5y + 4$	

5) एका आयताची लांबी ही रुंदीपेक्षा 2 सेमीने जास्त आहे. आयताची लांबी व रुंदी 1 सेमीने वाढविली, तर आयताचे क्षेत्रफळ किती होईल?

उकल : आयताची रुंदी x सेमी मानू

$\therefore$ आयताची लांबी = सेमी

$\therefore$ आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी $\times$ रुंदी

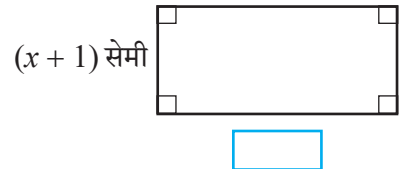
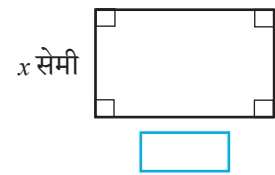
दिलेल्या अटीनुसार,

$\therefore$ आयताचे क्षेत्रफळ = $(x + 1)$

= $x^2 + (\text{ } + \text{ })x + 3$

= $x^2 + \text{ } + 3$

$\therefore$ आयताचे क्षेत्रफळ चौसेमी होईल.



6) एका संख्येत 2 व 3 मिळवून येणाऱ्या संख्यांचा गुणाकार विस्तार सूत्र वापरून करा.

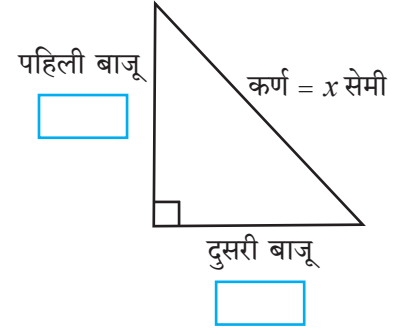
उकल : एक संख्या x मानू.

$\therefore$ एका संख्येत 2 व 3 मिळवून तयार होणाऱ्या संख्या : $(x + 2)$ व $(x + 3)$

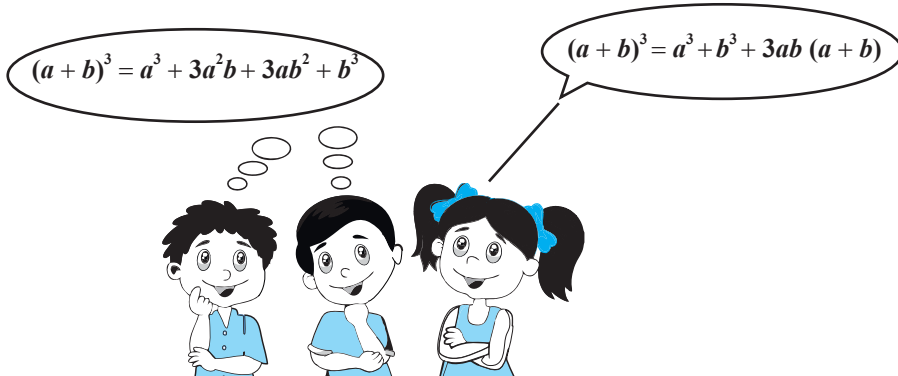
दिलेल्या अटीनुसार,

$$\begin{aligned}\therefore \text{गुणाकार} &= (x + 2) \times (x + 3) \\ &= x^2 + (\boxed{} + \boxed{})x + \boxed{} \\ &= x^2 + \boxed{} + 6\end{aligned}$$

7) एका काटकोन त्रिकोणाच्या काटकोन करणाऱ्या बाजू कर्णापेक्षा अनुक्रमे 1 सेमी व 2 सेमी ने कमी आहेत, तर त्या काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ काढा.



(II) $(a + b)^3$ चा विस्तार



1) खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned} \text{a) } (2p + 4)^3 &= (\boxed{})^3 + 3(2p)\boxed{}(4) + 3(2p)(4)\boxed{} + 4^3 \\ &= 8p^3 + \boxed{} + 96p + 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (71)^3 &= (70 + 1)^3 \\ &= (70)^3 + 3(70)\boxed{}(1) + 3(70)(1)^2 + 1\boxed{} \\ &= 343000 + 14700 + \boxed{} + 1 \\ &= \boxed{} \end{aligned}$$

2) खालील राशींचा विस्तार करा.

$$1) (5 + y)^3$$

$$2) \left(p + \frac{1}{2}\right)^3$$

3) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ या विस्तार सूत्राचा वापर करून किमती काढा.

$$1) (51)^3$$

$$2) (92)^3$$

4) चूक शोधून अधोरेखित करा व योग्य गणिती मांडणी करून चौकटीत उदाहरण पुन्हा सोडवा.

$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 3 \times \left(\frac{a}{b}\right)^2 \times \left(\frac{b}{a}\right) + 3 \times \left(\frac{b}{a}\right) \times \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3$ $= \frac{a^3}{b^3} + \frac{3a^2}{b} + \frac{3b}{a} + \frac{b^3}{a^3}$	
$(2p + 5q)^3 = (2p)^3 + 3 \times (2p)^2 \times 5q + 3 \times 2p \times (5q)^2 + (5q)^3$ $= 6p^3 + 30p^2q + 30pq^2 + 125q^3$	
$(91)^3 = (90 + 1)^3$ $= (90)^3 + 3 \times 1^2 \times 90 + 3 \times 90 \times 1^2 + (1)^3$ $= 27000 + 24,200 + 270 + 1$ $= 51,471$	

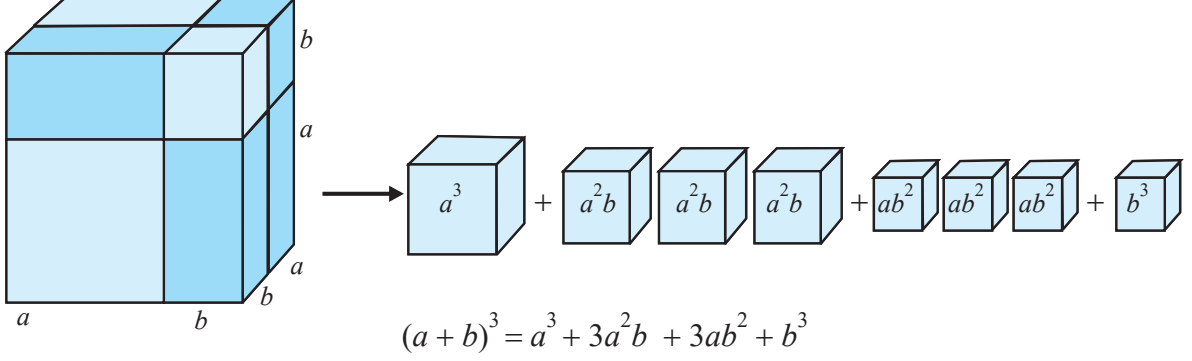
5) x मध्ये 5 मिळवून त्याचा घन काढा.

6) जर $a + b = 7$ व $a^3 + b^3 = 91$ तर $ab = ?$

7) जर $a + b = 4$ व $ab = 3$ तर $a^3 + b^3 = ?$

हे करून बघा.

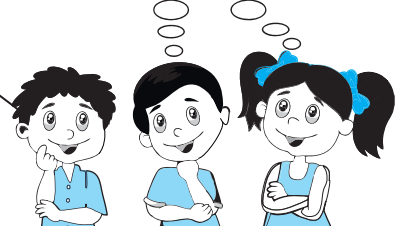
जोडो ब्लॉकचा वापर करून खालील आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे कृती करून बघा.



(III) $(a-b)^3$ चा विस्तार

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$



1) खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

a) $(3m-1)^3 = (\quad)^3 - 3 \times (3m) \times \quad \times 1 + 3 \times 3m \times 1 \times \quad - 1^3$
 $= 27m^3 - \quad + 9m - 1$

b) $99^3 = (100-1)^3 = (100)^3 - 3 \times (100) \times \quad \times 1 + 3 \times 100 \times 1 \times \quad - 1^3$
 $= 1000000 - 30000 + \quad - 1$
 $= \quad$

2) खाली दिलेल्या राशींचा विस्तार करा.

1) $(2m-3)^3$

2) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^3$

3) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ या विस्तार सूत्राचा वापर करून खालील किमती काढा.

a) $(98)^3$

b) $(49)^3$

4) सरळ रूप द्या.

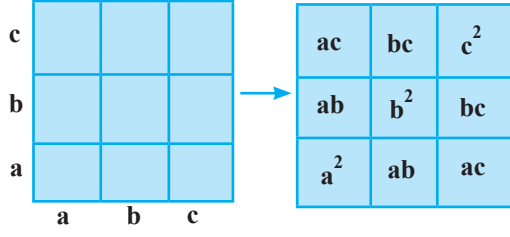
$$(4m - 3)^3 - (4m + 3)^3$$

5) एक संख्या व तिची गुणाकार व्यस्त संख्या यांच्यातील फरकाचा घन किती असेल?

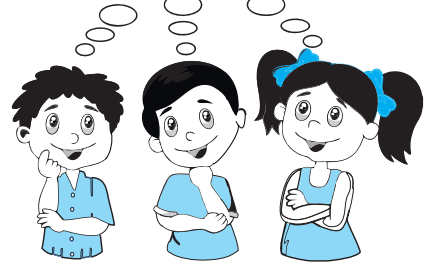
6) जर $a - b = 3$ व $a^3 - b^3 = 63$ तर $ab = ?$

7) जर $a - b = 2$ व $ab = 15$ तर $a^3 - b^3 = ?$

(IV) $(a + b + c)^2$ चा विस्तार



$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$



1) खाली दिलेल्या कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned} \text{a) } (4p + 3q + 5)^2 &= (4p)^2 + (\boxed{})^2 + (5)^2 + 2 \times 4p \times \boxed{} + 2 \times 3q \times 5 + 2 \times 5 \times \boxed{} \\ &= 16p^2 + \boxed{} + 25 + \boxed{} + 30q + 40p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2a - 3b + 4)^2 &= (2a + 3b + 4)^2 \\ &= (2a)^2 + (\boxed{})^2 + (4)^2 + 2 \times 2a \times (\boxed{}) + 2 \times (-3b) \times 4 + 2 \times 4 \times (2a) + (2a)^2 \\ &\quad + (3b)^2 + \boxed{} + 2 \times 2a \times (3b) + 2 \times (3b) \times 4 + 2 \times 4 \times 2a \\ &= 4a^2 + \boxed{} + 16 - \boxed{} - 24b + 16a + 4a^2 + 9b^2 + \boxed{} + 12ab + 24b + 16a \\ &= 8a^2 + \boxed{} + 32a + 32 \end{aligned}$$

2) खाली दिलेल्या राशींचा विस्तार करा.

i) $(p - 2q + 3)^2$

ii) $(7m + n - 4)^2$

3) सरळ रूप द्या.

i) $(p + 3r + q)^2 - (p - 3r + q)^2$

4) एका तीन अंकी संख्येतील एकक, दशक व शतक स्थानातील अंक अनुक्रमे x, y व z आहेत, तर त्या संख्येचा वर्ग काढण्यासाठी खालील कृती करा.

उकल : तीन अंकी संख्या = $(100z + 10y + x)$

तीन अंकी संख्येचा वर्ग $(\boxed{})^2$

$$= (100z)^2 + (\boxed{})^2 + (x)^{\boxed{}} + 2 \times \boxed{} \times 10y + 2 \times \boxed{} \times x + 2 \times x \times 100z$$
$$= 10000z^2 + \boxed{} y^2 + x^2 + \boxed{} + 20yx + \boxed{}$$

$\therefore$ तीन अंकी संख्येचा वर्ग = $\boxed{}$

5) जर $a^2 + b^2 + c^2 = 29$ व $ab + bc + ca = 26$, तर $a + b + c = ?$

6. बैजिक राशींचे अवयव

1) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

त्रिपदी	वर्गपदाचा सहगुणक	मधल्या पदाचा सहगुणक	स्थिरपद
$3p^2 - 2p + 9$	3	- 12	9
$x^2 + 7x + 8$			
$5y^2 + 5y - 7$			
$ax^2 + bx + c$			

2) दोन संख्यांच्या गुणाकार व बेरजेवरून त्या दोन्ही संख्या शोधा व खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

गुणाकार	बेरीज	पहिली संख्या	दुसरी संख्या
18	9	3	6
45	14		
9	- 10		
100	- 25		
- 60	4		
- 36	- 5		

3) खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } x^2 + 9x + 14 &= x^2 + \boxed{} + \boxed{} + 14 \\
 &= x(x + 7) + \boxed{}(x + 7) \\
 &= (x + 7)(x + 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
 14 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 2 \quad \quad 7 \\
 9x = \boxed{} + \boxed{}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 4y^2 + 9y - 9 &= 4y^2 + \boxed{} + \boxed{} - 9 \\
 &= 4y(y + 3) - \boxed{}(y + 3) \\
 &= (y + 3) \boxed{}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
 4 \times -9 = -36 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 12 \quad \quad -3 \\
 9y = \boxed{} - \boxed{}
 \end{array}$$

4) अवयव पाडा.

a) $5y^2 + 2y - 7$

b) $3p^2 - 12p + 9$

5) एका चौरसाचे क्षेत्रफळ $x^2 + 6x + 9$ चौसेमी आहे, तर त्या चौरसाची बाजूची लांबी किती?

उकल : चौरसाचे क्षेत्रफळ $= x^2 + 6x + 9$

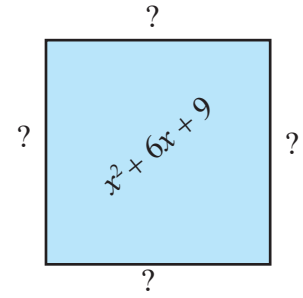
$= x^2 + \boxed{} + \boxed{} + 9$

$= x(x + 3) + \boxed{}(x + 3)$

$= (x + 3) \boxed{}$

$= (\boxed{})^2$

$= (\text{बाजू})^2 \quad \therefore \text{चौरसाची बाजू} = \boxed{} \text{ सेमी}$



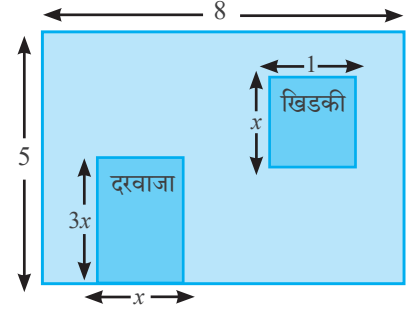
6) एका आयताचे क्षेत्रफळ $x^2 + 9x + 18$ चौसेमी आहे. त्या आयताची लांबी $(x + 6)$ सेमी आहे, तर त्या आयताची रुंदी काढा.

7) एका वर्तुळाचे क्षेत्रफळ $\pi (y^2 - 6y + 9)$ चौसेमी आहे, तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

(वर्तुळाचे क्षेत्रफळ $= \pi r^2$)

8) आकृतीत घराची भिंत फिकट निळ्या रंगाने रंगविलेली आहे, तर आकृतीतील

- गडद निळ्या रंगाने रंगविलेल्या भागांचे एकूण क्षेत्रफळ काढा.
- दरवाजा व खिडकी वगळून भिंतीचे क्षेत्रफळ काढा.



$a^3 + b^3$ चे अवयव

1) खाली दिलेल्या कृती पूर्ण करा.

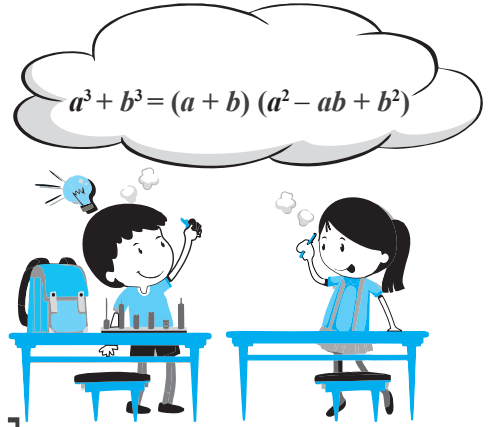
$$\begin{aligned} \text{a) } 2k^3 + 16m^3 &= 2 \left(\boxed{} + \boxed{} \right) \\ &= 2(k + 2m) \left(k^2 - 2km + \boxed{}^2 \right) \\ &= 2(k + 2m) \left(k^2 - 2km + \boxed{} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } y^3 + \frac{1}{27y^3} &= \left(y + \frac{1}{3y} \right) \left[y^2 - y \times \frac{\boxed{}}{\boxed{}} + \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \right)^2 \right] \\ &= \left(y + \frac{1}{3y} \right) \left(y^2 - \frac{\boxed{}}{\boxed{}} + \frac{1}{\boxed{}} \right) \end{aligned}$$

2) अवयव पाडा.

a) $125p^3 + 27$

b) $m^3 + \frac{64}{m^3}$



3) जर $a^2 - ab + b^2 = 15$ व $a + b = 3$
तर $a^3 + b^3 = ?$

4) जर $a + b = 7$ व $a^3 + b^3 = 84$
तर $a^2 - ab + b^2 = ?$

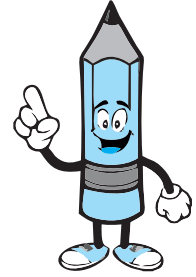
$a^3 - b^3$ चे अवयव

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

1) खाली दिलेल्या कृती पूर्ण करा.

a) $64k^3 - 8m^3 = \boxed{} - (2m)^3$
 $= (4k - 2m) \left[\boxed{} + (4k) \times (2m) + \boxed{} \right]$
 $= (4k - 2m) \left(\boxed{} + 8km + \boxed{} \right)$

b) $125y^3 - \frac{27}{y^3} = (5y)^3 - \left(\frac{3}{y} \right)^{\boxed{}}$
 $= \left(5y - \frac{3}{y} \right) \left[(5y^2) + (5y) \times \left(\frac{3}{y} \right) + \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \right)^2 \right]$
 $= \left(5y - \frac{3}{y} \right) \left(25y^2 + \boxed{} + \frac{\boxed{}}{y^2} \right)$



2) अवयव पाडा.

a) $27x^3 - 8y^3$

b) $z^3 - 125q^3$

$$c) p^3 - \frac{1}{p^3}$$

$$d) 343a^3 - 216b^3$$

$$3) \text{ जर } a^2 + ab + b^2 = 109 \text{ व } a - b = 2 \\ \text{तर } a^3 - b^3 = ?$$

$$4) \text{ जर } a - b = 5 \text{ व } a^3 - b^3 = 125 \\ \text{तर } a^2 + ab + b^2 = ?$$

गुणोत्तरीय बैजिक राशी (Rational algebraic expressions)

A आणि B या दोन बैजिक राशी असतील, तर $\frac{A}{B}$ या राशीला गुणोत्तरीय बैजिक राशी म्हणतात.
बैजिक राशींचे भागाकार करताना छेद किंवा भाजक शून्य असू शकत नाही. ($B \neq 0$)

1) खालील कृती पूर्ण करा.

$$a) \frac{p^2 + 14p + 40}{p^2 + 2p - 8} \times \frac{p^2 + 5p - 14}{p^2 + 7p - 30} \\ = \frac{(p+4)(p+10)}{(p+4)(p-2)} \times \frac{\boxed{}(p-2)}{(p+10)\boxed{}} \\ = \frac{\boxed{}}{(p-3)}$$

$$b) \frac{2m-3}{m^2+5m+6} \div \frac{4m^2-9}{m+3} \\ = \frac{2m-3}{(m+3)\boxed{}} \times \frac{m+3}{\boxed{}(2m-3)} \\ = \frac{1}{(m+2)\boxed{}}$$

2) सोपे रूप द्या.

a) $\frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} \times \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$

b) $\frac{m^2 - 9}{m^2 + 5m + 6} \div \frac{3 - m}{m + 2}$

3) किंमत काढा.

$$\frac{17^3 - 15^3}{17^2 + 17 \times 15 + 15^2}$$

$$a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$$

या अवयवसूत्राचा वापर करून

$$= \frac{\boxed{} (17^2 + 17 \times 15 + 15^2)}{(17^2 + 17 \times 15 + 15^2)}$$

=

=

उत्तर :

4) सोडवा.

$$\frac{25^3 + 13^3}{950 + 13^2}$$

7. चलन

1) खाली दिलेल्या सारणींचे निरीक्षण करा व रिकाम्या चौकटी पूर्ण करा.

अ)

फुलांची संख्या	किंमत (₹)
1	8
2	16
10	
20	

ब)

उद्यान स्वच्छ करणाऱ्या व्यक्तींची संख्या	उद्यान स्वच्छतेसाठी लागणारा वेळ (मिनिटे)
2	40
4	20
8	
16	

अ) फुलांची संख्या वाढली की त्यांची किंमत (वाढते/कमी होते.)

ब) उद्यान स्वच्छ करणाऱ्या व्यक्तींची संख्या वाढली की लागणारा वेळ (वाढतो/कमी होतो.)

2) खाली दिलेल्या सारणी क्र. 1 व 2 चे निरीक्षण करून रिकाम्या चौकटी पूर्ण करा. त्यावरून त्यापुढील विधाने पूर्ण करा.

सारणी क्र. 1

शेंगदाणा लाडूंची संख्या	किंमत (रुपये)	गुणाकार (संख्या × किंमत)	गुणोत्तर $\left(\frac{\text{संख्या}}{\text{किंमत}}\right)$
1	8	$1 \times 8 = 8$	$\frac{1}{8}$
3	24	$3 \times 24 = \text{$	$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$
5	40	$5 \times 40 = \text{$	$\frac{5}{40} = \text{$
10	80	$10 \times 80 = \text{$	$\frac{10}{80} = \frac{1}{8}$



सारणी क्र. 2

गाडीचा वेग (किमी/तास)	अंतर पार करण्यासाठी लागणारा वेळ (तासात)	गुणाकार	गुणोत्तर
30	4	$30 \times 4 = \square$	$\frac{30}{4} = \frac{15}{1}$
40	3	$40 \times 3 = 120$	$\frac{40}{3} = \square$
60	2	$60 \times 2 = \square$	$\frac{60}{2} = \square$
120	1	$120 \times 1 = \square$	$\frac{120}{1} = \square$



- शेंगदाणा लाडूंची संख्या वाढली की त्यांची किंमत (वाढते/कमी होते.)
- गाडीचा वेग वाढविला की अंतर पार करण्यासाठी लागणारा वेळ (वाढतो/कमी होतो.)
- सारणी क्र. 1 मधील दोन्ही राशींचे (गुणोत्तर/गुणाकार) स्थिर (समान) आहे.
- सारणी क्र. 2 मधील दोन्ही राशींचा (गुणोत्तर/गुणाकार) स्थिर आहे.
- जेव्हा दोन राशींचे गुणोत्तर स्थिर असते तेव्हा त्या राशींमध्ये (समचलन/व्यस्तचलन) असते.
- जेव्हा दोन राशींचा गुणाकार स्थिर असतो तेव्हा त्या राशींमध्ये (समचलन/व्यस्तचलन) असते.

3) खाली दिलेल्या राशींमधील चलनाचा प्रकार ओळखा व चिन्हांचा वापर करून लिहा.

अ. क्र.	राशी - 1	राशी - 2	चलनाचा प्रकार	चिन्हांचा वापर करून लेखन
1)	मेथीची जुडी (x)	जुडीची किंमत (y)	समचलन	$x \propto y$
2)	एका दिवसात वाचलेल्या पानांची संख्या (m)	संपूर्ण पुस्तक वाचण्यासाठी लागणारे दिवस (n)		
3)	मजुरांची संख्या (p)	काम पूर्ण होण्यासाठी लागणारे दिवस (q)		
4)	खोल्यांची संख्या (a)	खोल्यांचे क्षेत्रफळ (b)		
5)	वाहनाचा वेग (v)	अंतर पार करण्यासाठी लागणारा वेळ (t)		

- 4) m हे n शी समचलनात आहे. जेव्हा $m = 36$ तेव्हा $n = 9$, तर चलनाचा स्थिरांक काढा व चलनाचे समीकरण लिहा.

$$m \propto \boxed{}$$

$$m = \boxed{} n \text{ (} k \text{ हा स्थिरांक)}$$

$$36 = k \times \boxed{}$$

$$\therefore k = \frac{\boxed{}}{9}$$

$$\therefore k = \boxed{} \text{ (चलनाचा स्थिरांक)}$$

यावरून $m = kn$ म्हणजेच $m = \boxed{} n$ हे चलनाचे समीकरण मिळते.

- 5) a हे b शी समप्रमाणात आहे, तर खाली दिलेली कृती पूर्ण करून सारणी भरा.

a	12	?	32	?
b	3	15	?	5.5

a) $a \propto b$

$$\therefore a = kb \text{ (} k \text{ हा स्थिरांक)}$$

$$a = 12, b = 3 \text{ या किमती ठेवू}$$

$$\boxed{} = k \times \boxed{} \therefore k = \frac{12}{3}$$

$$\therefore k = \boxed{} \text{ (चलनाचा स्थिरांक)}$$

$$\therefore a = \boxed{} b \text{ (चलनाचे समीकरण)}$$

b) $b = 15$ ही किंमत चलनाच्या समीकरणात ठेवू.

$$a = 4b \dots\dots\dots \text{ (चलनाचे समीकरण)}$$

$$\therefore a = 4 \times \boxed{}$$

$$\therefore a = \boxed{}$$

c) $a = 32$ ही किंमत चलनाच्या समीकरणात ठेवू.

$$a = 4b \dots\dots\dots \text{ (चलनाचे समीकरण)}$$

$$\therefore \boxed{} = 4b$$

$$\therefore b = \frac{32}{4}$$

$$\therefore b = \boxed{}$$

d) $b = 5.5$ ही किंमत चलनाच्या समीकरणात ठेवू.

$$a = 4b \dots\dots\dots \text{ (चलनाचे समीकरण)}$$

$$a = 4 \times \boxed{}$$

$$\therefore a = \boxed{}$$

a	12		32	
b	3	15		5.5

- 6) m ची किंमत n^2 च्या समप्रमाणात बदलते. $m = 4$ असताना $n = 6$, तर $n = 3$ असताना m ची किंमत काढा.

m	4	
n	6	3

$$m \propto n^2$$

$$\therefore m = kn^2 \text{ (} k \text{ हा स्थिरांक)}$$

$$m = 4 \text{ व } n = 6 \text{ या किमती ठेवू}$$

$$\boxed{} = k \times 6^2$$

$$\therefore k = \frac{\boxed{}}{36} = \frac{1}{9} \text{ (चलनाचा स्थिरांक)}$$

$$\therefore m = \frac{1}{9} n^2 \text{ (चलनाचे समीकरण)}$$

$$\therefore n = 3 \text{ ही किंमत चलनाच्या समीकरणात ठेवू.}$$

$$\therefore m = \frac{1}{9} \times \boxed{}^2 = \frac{1}{9} \times \boxed{}$$

$$\therefore m = \boxed{}$$

- 7) पिशवीत तेल भरण्याच्या यंत्राद्वारे 6 तासांत 840 पिशव्या भरल्या जातात, तर त्याच यंत्राद्वारे 5 तासांत किती पिशव्या भरल्या जातील ?

पिशव्यांची संख्या		
भरण्यासाठी लागणारा वेळ		

- 8) आदित्य 15 मिनिटांत 900 शब्द टाईप करतो, तर तो 60 सेकंदात किती शब्द टाईप करेल ?

वेळ (सेकंदात)		
टाईप केलेले शब्द		



- 9) जर m हे n च्या व्यस्त चलनात आहे, तर खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

m	12		24
n	4	6	

a) $m \propto \frac{1}{n}$

$\therefore mn = k$ (k हा स्थिरांक)

$m = 12$ व $n = 4$ या किमती ठेवू

$\square \times \square = k$

$\therefore k = \square$ (चलनाचा स्थिरांक)

$\therefore mn = \square$ (चलनाचे समीकरण)

- b) $n = 6$ ही किंमत चलनाच्या समीकरणात ठेवू.

$\therefore mn = \square$ चलनाचे समीकरण

$\therefore m \times \square = \square$

$\therefore m = \frac{\square}{\square}$

$\therefore m = \square$

- c) $m = 24$ ही किंमत चलनाच्या समीकरणात ठेवू.

$\therefore mn = \square$ चलनाचे समीकरण

$\therefore \square \times n = \square$

$\therefore n = \frac{\square}{\square}$

$\therefore n = \square$

- 10) एक गाडी 75 किमी/तास या एकसमान वेगाने धावत आहे, तर

1 तास = 60 मिनिटे



- i) ती गाडी 20 मिनिटांत किती अंतर जाईल ?

- ii) त्या गाडीला 250 किमी अंतर जाण्यासाठी किती वेळ लागेल ?

अंतर (किमी मध्ये)			
वेळ (मिनिटांत)			

- 11) x हे y^3 शी व्यस्त चलनात बदलते. $x = 3$ असताना $y = 2$, तर चलनाचा स्थिरांक काढा व चलनाचे समीकरण लिहा.

$x \propto \frac{1}{y^3}$

$\therefore x = \square \frac{1}{y^3}$ (k हा स्थिरांक)

$\therefore k = x \times y^3 = \square \times \square^3$

$\therefore k = \square$ (चलनाचा स्थिरांक)

$\therefore x \times y^3 = \square$ (चलनाचे समीकरण)

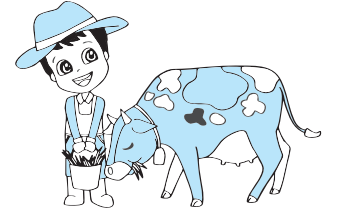
12) तीन व्यक्ती एका शाळेचे रंगकाम 4 दिवसांत पूर्ण करू शकतात.

- a) त्यांच्यातील एक व्यक्ती काम सुरू होण्यापूर्वीच परगावी निघून गेली, तर आता रंगकाम पूर्ण होण्यास किती दिवस लागतील?
- b) जर संपूर्ण रंगकाम एकाच दिवसात संपवायचे असेल, तर एकूण किती व्यक्तींची आवश्यकता पडेल?

व्यक्तींची संख्या	3		
रंगकामास लागणारे दिवस	4		

13) एका शेतकऱ्याकडे 20 जनावरांना 6 दिवस पुरेल एवढा खुराक आहे. जर जनावरांची संख्या 10 ने वाढविली, तर तेवढाच खुराक किती दिवस पुरेल?

जनावरांची संख्या		
दिवस		



14) एका कारखान्यात 24 यंत्रांद्वारे काही वस्तू 35 दिवसांत तयार केल्या जातात, तेवढ्याच वस्तू 28 दिवसांत तयार करण्यासाठी यंत्रांची संख्या किती असावी?

यंत्रांची संख्या		
लागणारे दिवस		

- 15) 15 व्यक्तींना एक शेततळे तयार करण्यासाठी 48 दिवस लागतात, तर 30 दिवसांत त्या शेततळ्याचे काम पूर्ण करण्यासाठी किती व्यक्ती लागतील?



मजुरांची संख्या (n)	15	
लागणारे दिवस (d)	48	30

काम पूर्ण होण्यासाठी लागणारे दिवस आणि व्यक्तींची संख्या यात चलन असते.

$$\therefore d \propto \frac{1}{n} \therefore d \times n = k \text{ (} k \text{ हा स्थिरांक)}$$

जेव्हा $n = 15$ तेव्हा $d = 48$

$$\therefore k = d \times n = \text{ } \times \text{ } = \text{ } \text{ (चलनाचा स्थिरांक)}$$

आता $d = 30$ असताना $n =$ किती हे काढू

$$d \times n = k$$

$$\therefore \text{ } \times n = \text{ }$$

$$\therefore n = \frac{\text{ }}{\text{ }} = \text{ }$$

$\therefore$ शेततळ्याचे काम 30 दिवसांत पूर्ण करण्यासाठी व्यक्ती लागतील.

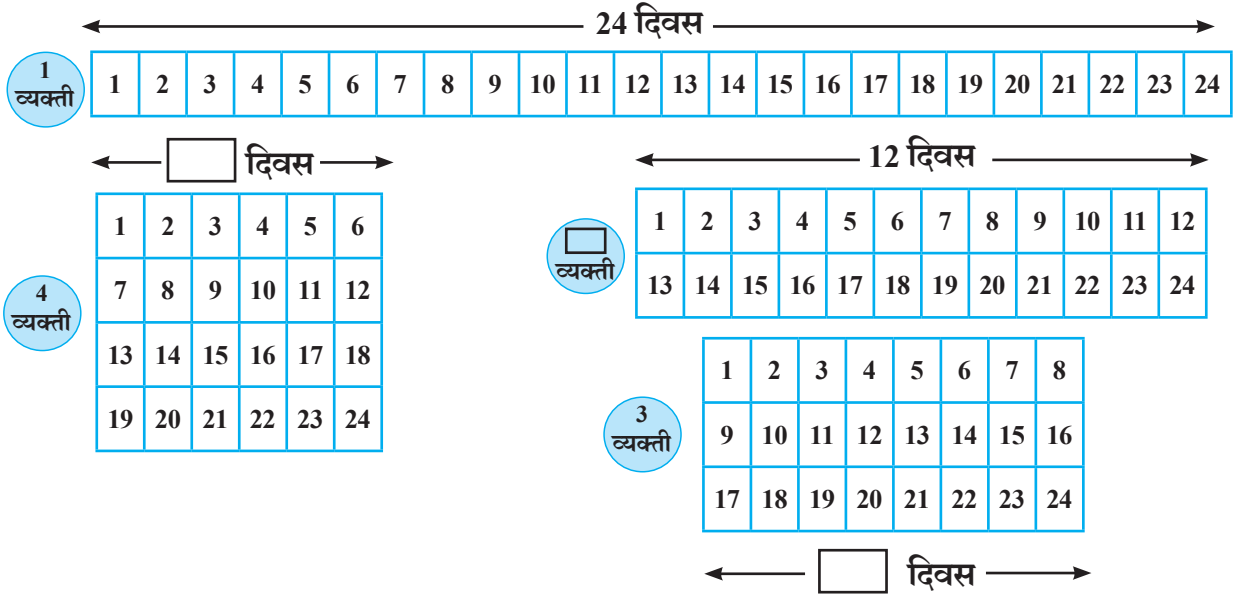
- 16) एका विद्यालयात प्रत्येकी 45 मिनिटांच्या 8 तासिका होतात. शाळेची वेळ तेवढीच ठेवून 9 तासिका घ्यायच्या असतील, तर प्रत्येक तासिका किती मिनिटांची असावी?

तासिकांची संख्या		
तासिकेचा कालावधी		

- 17) एक गाडी 45 किमी/तास वेगाने काही अंतर 4 तासांत जाते, तर 60 किमी/तास वेगाने तेवढेच अंतर जाण्यासाठी किती वेळ लागेल ?

वेग (किमी/तास)		
वेळ (तास)		

- 18) एका व्यक्तीला इमारतीच्या कुंपण भिंतीला रंग देण्यासाठी 24 दिवस लागतात, तर खालील उदाहरणातील रिकाम्या चौकटीत अचूक उत्तर लिहा व खाली दिलेल्या प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

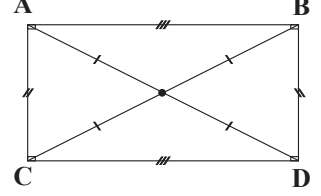
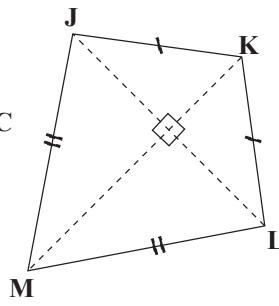
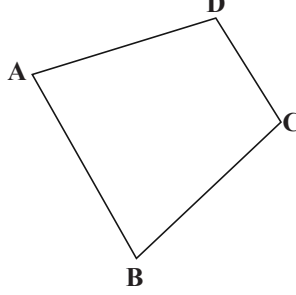
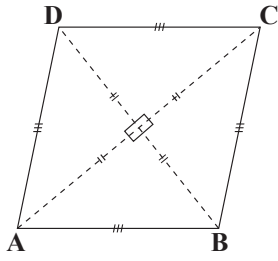


- a) उदाहरणावरून चलनाचा प्रकार ओळखा.
- b) चलनाचा स्थिरांक (k) =
- c) चलनाचे समीकरण :
- d) सारणी पूर्ण करा.

..... x				
..... y				

8. चौकोन रचना व चौकोनाचे प्रकार

1) खाली दिलेल्या आकृतीचे निरीक्षण करा व चौकोनाच्या प्रकाराचे नाव लिहा.



2) ओळखा पाहू! मी कोण?

- माझे चारही कोन काटकोन आहेत. माझे कर्ण एकरूप आहेत. माझ्या लगतच्या दोन बाजूंची लांबी दिल्यास माझी रचना करता येईल.
- माझ्या चारही भुजा समान लांबीच्या असून संमुख कोन एकरूप आहेत.
- माझ्या चार बाजूंपैकी संमुख बाजूंची एकच जोडी समांतर आहे. माझ्या लगतच्या कोनांपैकी दोन जोड्या परस्परपूरक असतात.
- माझ्या संमुख भुजा परस्परांना समांतर असून त्या समान लांबीच्या आहेत. माझे कर्ण एकमेकांना दुभागतात.

3) खाली दिलेली विधाने चूक की बरोबर ते लिहा.

- प्रत्येक काटकोन चौकोन चौरस असतो.
- प्रत्येक समभुज चौकोन चौरस असतो.
- आयताचे कर्ण समान लांबीचे असतात.
- समांतरभुज चौकोनाच्या लगतच्या कोनांची बेरीज 180° असते.
- समलंब चौकोनात लगतच्या कोनाच्या चारपैकी दोन जोड्या परस्परांचे पूरक कोन असतात.
- प्रत्येक चौरस हा आयत असतो.

4) रचना करा.

- a) चौकोन ABCD असा काढा की,
 $l(AB) = 5$ सेमी, $l(BC) = 6$ सेमी,
 $m\angle A = 70^\circ$, $m\angle B = 120^\circ$, $m\angle C = 90^\circ$.

- b) चौकोन PINK असा काढा की,
 $l(PI) = 7$ सेमी, $l(IN) = 6$ सेमी,
 $m\angle P = 60^\circ$, $m\angle I = 100^\circ$, $m\angle N = 100^\circ$.

5) आकृतीमध्ये, ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे, तर x ची किंमत काढा.

उकल : समांतरभुज चौकोनात संमुख बाजू समान लांबीच्या म्हणजेच एकरूप असतात.

$\therefore$ बाजू AB = बाजू CD

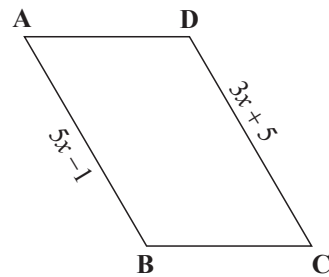
$$\therefore 5x - 1 = \boxed{}$$

$$5x - \boxed{} = 5 + 1$$

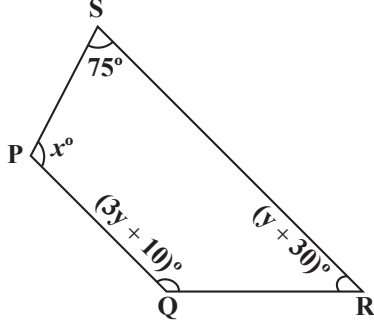
$$2x = \boxed{}$$

$$x = \frac{6}{2} = \boxed{}$$

x ची किंमत आहे.



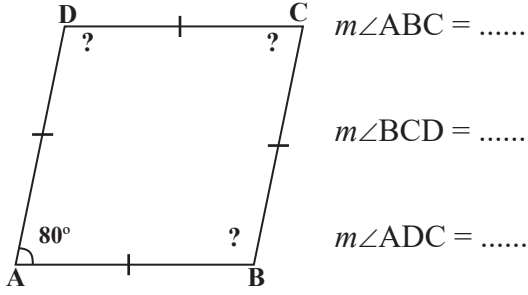
6) आकृती मधील □PQRS हा समलंब चौकोन आहे बाजू PQ || बाजू SR तर x आणि y ची किंमत काढा.



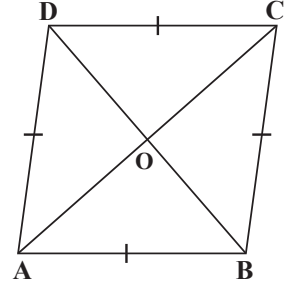
7) □ABCD हा समभुज चौकोन आहे, तर खालील उदाहरणे सोडवा.

a) जर $m\angle DAB = 80^\circ$ आहे,
तर उर्वरित तिन्ही कोनांचे माप काढा.

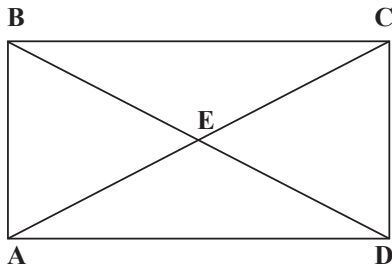
उकल :



b) जर $l(DB) = 6$ सेमी आणि $l(AC) = 8$ सेमी,
तर $l(AB) = ?$



8) आयत ABCD मध्ये, $l(AB) = 7$ सेमी, $l(BE) = 12.5$ सेमी तर, $l(BD)$, $l(CD)$ व $l(AD)$ शोधून स्पष्टीकरण लिहा.



.....
.....
.....
.....
.....

9. सूट व कमिशन

1) खाली दिलेल्या रिकाम्या चौकटींत योग्य संख्या लिहा.

a) $\frac{25}{100} =$ शेकडा = %

b) $78\% = \frac{\text{input}}{\text{input}}$

c) शेकडा 57 = $\frac{\text{input}}{\text{input}}$

d) 400 चा शेकडा 20 = $400 \times \frac{\text{input}}{\text{input}} = \text{input}$

e) 1200 चे 15% = $1200 \times \frac{\text{input}}{\text{input}} = \text{input}$

f) अनिलला परीक्षेत 85% गुण मिळाले, तर त्याला एकूण 700 गुणांपैकी किती गुण मिळाले?

अनिलला मिळालेले एकूण गुण = चे %

= $\times \frac{\text{input}}{\text{input}}$ =

2) एका खेळण्याची छापील किंमत ₹ 570 आहे. दुकानदार त्यावर 20% सूट देत असेल, तर एकूण किती सूट मिळेल? खेळण्याची विक्री किंमत किती असेल?

खेळण्याची छापील किंमत = ₹

मिळालेली सूट = %

समजा, छापील किंमतीवर मिळालेली सूट x आहे.

$\frac{x}{\text{input}} = \frac{\text{input}}{100}$

$\therefore x = \frac{\text{input} \times \text{input}}{100}$

$\therefore$ सूट = ₹

$\therefore$ विक्री किंमत = छापील किंमत - सूट

= - = ₹

3) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

छापील किंमत	₹ 1850	₹ 2325	
विक्री किंमत	₹ 1725		₹ 5170
सूट		₹ 450	₹ 870

4) दुकानदाराने छापील किमतीवर 15% सूट देऊन एक मोबाईल ₹ 6375 ला विकला, तर त्या मोबाईलची छापील किंमत किती होती ?

समजा, मोबाईलची छापील किंमत ₹ 100 आहे.

दिलेली सूट शेकडा आहे.

$$\therefore \text{विक्री किंमत} = 100 - \text{} = \text{$$

समजा, त्या मोबाईलची छापील किंमत ₹ x आहे.

छापील किंमत x असताना विक्री किंमत = ₹ 6375

$$\therefore \frac{85}{\text{$$

$$\therefore x = \frac{\text{} \times \text{}}{85}$$

$$\therefore \text{छापील किंमत} = ₹ \text{$$

मोबाईलची छापील किंमत ₹ आहे.

5) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

छापील किंमत	₹ 850		₹ 3500	
सूट	8 %			25 %
मिळालेली सूट		₹ 210	₹ 350	
विक्री किंमत		₹ 1190		₹ 2250

- 6) एका शर्टची छापील किंमत ₹ 1020 आहे. त्याच्या छापील किमतीवर शेकडा 15 सूट देऊन विकला असल्यास शर्टची विक्री किंमत किती?



- 7) एका वस्तूच्या छापील किमतीवर 5% सूट देऊन ती ₹ 7,600 ला विकली, तर त्या वस्तूची छापील किंमत किती होती?

- 8) एका लॅपटॉपची छापील किंमत ₹ 30,000 होती दुकानदाराने छापील किमतीवर काही सूट देऊन तो ₹ 27,600 ला विकला, तर दुकानदाराने शेकडा सूट किती दिली?



- 9) संपतरावांनी दलालामार्फत ₹ 13,50,000 किमतीचे घर सरिताला विकले. दलालाने दोघांकडून प्रत्येकी 3% दलाली घेतली, तर दलालास एकूण किती रुपये दलाली मिळाली?

घराची किंमत = ₹

$$\therefore \text{दलाली} = 13,50,000 \times \frac{\text{}}{100} = \text{$$

दलाली दोघांकडून घेतली

$$\therefore \text{एकूण दलाली} = \text{} + \text{$$

$$= ₹ \text{$$

- 10) सुनिलरावांनी ₹ 75,000 किमतीचा एक बैल दलालामार्फत विकला. त्यांना दलालास 4% दलाली द्यावी लागली, तर सुनिलरावांना बैल विकून किती रक्कम मिळाली ?

बैलाची किंमत = ₹

$$\therefore \text{दलाली} = 75,000 \times \frac{\text{}}{100} = \text{$$

$$\begin{aligned} \text{सुनिलरावांना मिळालेली रक्कम} &= 75,000 - \text{} \\ &= ₹ \text{$$

- 11) एका शेतकऱ्याने ₹ 18,000 किमतीची ज्वारी व ₹ 17,000 किमतीची बाजरी अडत्यामार्फत विकली. त्याला 2% अडत द्यावी लागली, तर त्या शेतकऱ्याला किती रक्कम मिळाली ?

- 12) एका व्यक्तीच्या ₹ 8,500 किमतीच्या वस्तूची विक्री दलालाने केली. दलालाने त्या व्यक्तीस ₹ 7,905 दिले, तर त्याला किती दलाली मिळाली ? दलालीचा दर काढा.

- 13) सुहासिनीने ₹ 25,000 किमतीचा माल अडत्यामार्फत विकला. त्याला 3% अडत द्यावी लागली, तर अडत्याला किती रक्कम अडत म्हणून दिली ?

- 14) रीजवानाने खादी ग्रामोद्योग मंडळातून प्रत्येकी ₹ 750 किमतीच्या 3 साड्या खरेदी केल्या. खरेदीवर तिला 15% रिबेट मिळाले, तर तिला एकूण किती रिबेट मिळाले? तिला दुकानदाराला किती रुपये द्यावे लागले?

$$3 \text{ साड्यांची किंमत} = \boxed{} \times \boxed{}$$

$$= ₹ \boxed{}$$

$$15\% \text{ दराने मिळालेले एकूण रिबेट} = \boxed{} \times \frac{\boxed{}}{100} = ₹ \boxed{}$$

$$\text{रीजवानाला द्यावी लागणारी रक्कम} = 2250 - \boxed{}$$

$$= ₹ \boxed{}$$

- 15) सरिताने एका हस्तकला वस्तू विक्री केंद्रातून खालील वस्तू खरेदी केल्या.

a) 2 चादरी, प्रत्येकी ₹ 650

b) 2 फुलदाणी, प्रत्येकी ₹ 250

सरिताला या खरेदीवर शेकडा 10 रिबेट मिळाले, तर तिला एकूण किती रक्कम द्यावी लागेल?

10. बहुपदींचा भागाकार

1) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

अ.क्र.	बैजिक राशी	बहुपदी आहेत किंवा नाहीत ते सकारण स्पष्ट करा.
1)	$15x^3 + 17x + 6$	या एका चलातील बैजिक राशीच्या प्रत्येक पदातील चलाचा घातांक पूर्ण संख्या आहे; म्हणून ही बहुपदी आहे.
2)	$m^{-2} + 8m + 7$	
3)	0	
4)	$\frac{7}{x} + 9x^2 - 4$	
5)	$15y^2 + \frac{y^4}{9} - 18$	
6)	$\sqrt{y} + 6$	

2) खालील बहुपदींची कोटी ओळखा.

अ.क्र.	बहुपदी	कोटी
1)	$11 - 2y^3 + 5y^5 + y^2$	5
2)	$p^2 + p^3 + 4^4$	
3)	513	
4)	$x^3 + 27$	
5)	$4p$	
6)	0	

दिलेल्या बहुपदीतील चलाच्या सर्वात मोठ्या घातांकास त्या बहुपदीची कोटी म्हणतात.



3) खाली दिलेल्या माहितीवरून y हे चल वापरून प्रत्येकी एक बहुपदी लिहा.

- 1) कोटी 5 असलेली बहुपदी -
- 2) कोटी 4 असलेली एकपदी -
- 3) कोटी 8 असलेली द्विपदी -
- 4) कोटी 0 असलेली बहुपदी -

4) गटात न बसणाऱ्या पर्यायाभोवती वर्तुळ करा.

i) $x^4 + 1$; $x^3 + x^2 - 1$; 20 ; $\frac{2}{x^2} - 3$

ii) $m^3 + m^2 + 4$; 3^3 ; $m^3 - m^{-3}$; $m^2 + \frac{1}{m^{-3}}$

iii) $p^{-3} + p^2 - 3$; $p^2 + 3p - 1$; $\sqrt{p} - 4$; $\frac{1}{x} - \frac{2}{x}$

5) योग्य जोड्या जुळवा.

अ. क्र.	बहुपदी		अ. क्र.	कोटी
1)	$x^8 - 64$		a)	1
2)	0		b)	2
3)	15		c)	8
4)	$x^2 - 2x - 6$		d)	सांगता येत नाही.
5)	$-20x$		e)	0
6)	$x + x^3$		f)	3

6) खाली दिलेल्या कृती पूर्ण करा.

1) $2n^5 \div n^2$ $\begin{array}{r} \boxed{} \\ n^2 \overline{) 2n^5} \\ \underline{\pm 2n^5} \\ 0 \end{array}$	स्पष्टीकरण : $n^2 \times \boxed{} = 2n^5$ भागाकार = $\boxed{}$ बाकी = $\boxed{}$
2) $-5y^5 \div y^3$ $\begin{array}{r} \boxed{} \\ y^3 \overline{) -5y^5} \\ \underline{\mp 5y^5} \\ 0 \end{array}$	स्पष्टीकरण : $y^3 \times \boxed{} = -5y^5$ भागाकार = $\boxed{}$ बाकी = $\boxed{}$
3) $(p^5 + 9p^2 - 7p) \div p^2$ $\begin{array}{r} \boxed{} \\ p^2 \overline{) p^5 + 9p^2 - 7p} \\ \underline{\pm p^5} \\ 0 + 9p^2 \\ \underline{\pm 9p^2} \\ 0 - 7p \end{array}$	स्पष्टीकरण : $p^2 \times \boxed{} = p^5$ $p^2 \times \boxed{} = 9p^2$ भागाकार = $\boxed{}$ बाकी = $\boxed{}$
4) $(x^3 + 8x^2 - 7) \div 2x$ $\begin{array}{r} \boxed{} \\ 2x \overline{) 2x^3 + 8x^2 - 7} \\ \underline{\pm 2x^3} \\ 0 + 8x^2 \\ \underline{\pm 8x^2} \\ 0 - 7 \end{array}$	स्पष्टीकरण : $2x \times \boxed{} = 2x^3$ $2x \times \boxed{} = 8x^2$ भागाकार = $\boxed{}$ बाकी = $\boxed{}$

7) खाली दिलेले भागाकार करा व बाकी लिहा.

$(3m^4 - 14) \div 2m$	$56p^3 \div 8p$
-----------------------	-----------------

बहुपदीला द्विपदीने भागणे :

1) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

अ.क्र.	बैजिक राशी	घातांक रूप - घातांकाच्या उतरत्या क्रमाने
1)	$p^5 + 2p^3 + 6p^6 - 14$	$6p^6 + p^5 + 0p^4 + 2p^3 + 0p^2 - 14$
2)	$m^4 - 7$	
3)	$x^5 + 7x + 6$	
4)	$4x^2 + 9x^4 - 4$	
5)	$15y^2 + y^3 - 18$	
6)	$y^3 + 7y + 23$	

2) खालील कृती पूर्ण करा.

1) $(y^3 - 5y^2 + 7y + 23) \div (y + 2)$ $ \begin{array}{r} y+2 \overline{) y^3 - 5y^2 + 7y + 23} \\ \underline{\pm y^3 \pm 2y^2} \\ 0 - 7y^2 + 7y \\ \underline{\mp 7y^2 \mp 14y} \\ 0 + 21y + 23 \\ \underline{\mp 21y \mp 42} \\ 0 - 19 \end{array} $	स्पष्टीकरण : $(y + 2) \times \boxed{} = y^3 + 2y^2$ $(y + 2) \times \boxed{} = -7y^2 - 14y$ $(y + 2) \times \boxed{} = 21y + 42$ भागाकार = बाकी =
2) $n^5 \div (n^2 + 1)$ $ \begin{array}{r} n^2+1 \overline{) n^5 + 0n^4 + 0n^3 + 0n^2 + 0n} \\ \underline{\pm n^5 \pm n^3} \\ - n^3 + 0n \\ \underline{\mp n^3 \mp n} \\ 0 n \end{array} $	स्पष्टीकरण : $(n^2 + 1) \times \boxed{} = n^5 + n^3$ $(n^2 + 1) \times \boxed{} = -n^3 - n$ भागाकार = बाकी =

3) खाली दिलेले भागाकार करा व बाकी लिहा.

$(2m^2 + 2) \div (m + 2)$	$(x^3 - 64) \div (x - 4)$
---------------------------	---------------------------

11. सांख्यिकी

- 1) सोहेलकडे 12, रेशमकडे 8 व सुजनकडे 10 गोष्टींची पुस्तके आहेत, तर त्या तिघांकडे सरासरी किती पुस्तके आहेत?

$$\begin{aligned} \text{सरासरी} &= \frac{\text{पुस्तकांची एकूण संख्या}}{\text{ } } \\ &= \frac{\text{ } }{3} \\ &= \text{ } \end{aligned}$$

- 2) खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

ताळ्याच्या खुणा	वारंवारता
	3
	10

- 3) 5, 9, 7, 5, 16, m , 11 या प्राप्ताकांचा मध्य 8 असल्यास m ची किंमत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned} \text{मध्य} &= \frac{\text{सर्व प्राप्ताकांची बेरीज}}{\text{एकूण प्राप्तांक}} \\ 8 &= \frac{5 + 9 + 7 + \text{ } + \text{ } + m + 11}{7} \end{aligned}$$

$$8 = \frac{m + \text{ } }{\text{ } }$$

$$\therefore \text{ } = m + \text{ }$$

$$\therefore m = \text{ }$$

- 4) पूरग्रस्तांसाठी बालाजीनगरमधील व्यक्तींनी काही निधी गोळा केला. त्याची माहिती खालील सारणीत दिली आहे. सारणीचे निरीक्षण करून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

गोळा केलेली रक्कम (प्राप्तांक) x_i	व्यक्तींची संख्या (वारंवारता) f_i	$f_i \times x_i$
500	24	
1000	20	20,000
2000	12	
5000	5	
	$N = \sum f_i =$	$\sum f_i x_i =$

- 1) एकूण किती रक्कम गोळा झाली?

- 2) सर्वाधिक रक्कम किती व्यक्तींनी गोळा केली?

- 3) एकूण किती व्यक्तींनी रक्कम गोळा केली?

- 4) ₹ 500 इतकी रक्कम किती व्यक्तींनी गोळा केली?

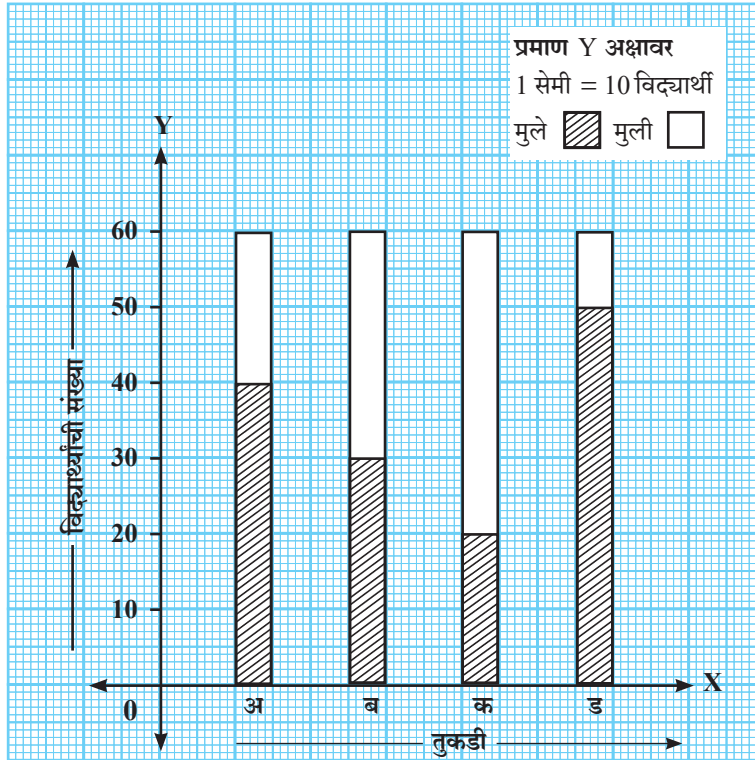
- 5) वर्गात वाचन कोपरा तयार करण्यासाठी वर्गातील 25 विद्यार्थ्यांनी पुस्तकांचे संकलन केले. प्रत्येकाने संकलन केलेल्या पुस्तकांची संख्या खालील वारंवारता सारणीत दिली आहे. यावरून प्रत्येकाने संकलित केलेल्या पुस्तकांचा मध्य काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

पुस्तकांची संख्या (प्राप्तांक) f_i	विद्यार्थी संख्या (वारंवारता) x_i	$f_i \times x_i$
1	2	2
2		10
	11	33
4	5	
	2	10
N =		$\sum f_i x_i =$

$$\text{मध्य } (\bar{x}) = \frac{\text{}}{N} = \frac{\text{}}{25} = \text{$$

प्रत्येकाने संकलन केलेल्या पुस्तकांचा मध्य आहे.

- 6) विभाजित स्तंभालेखाचे निरीक्षण करून खाली दिलेल्या प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



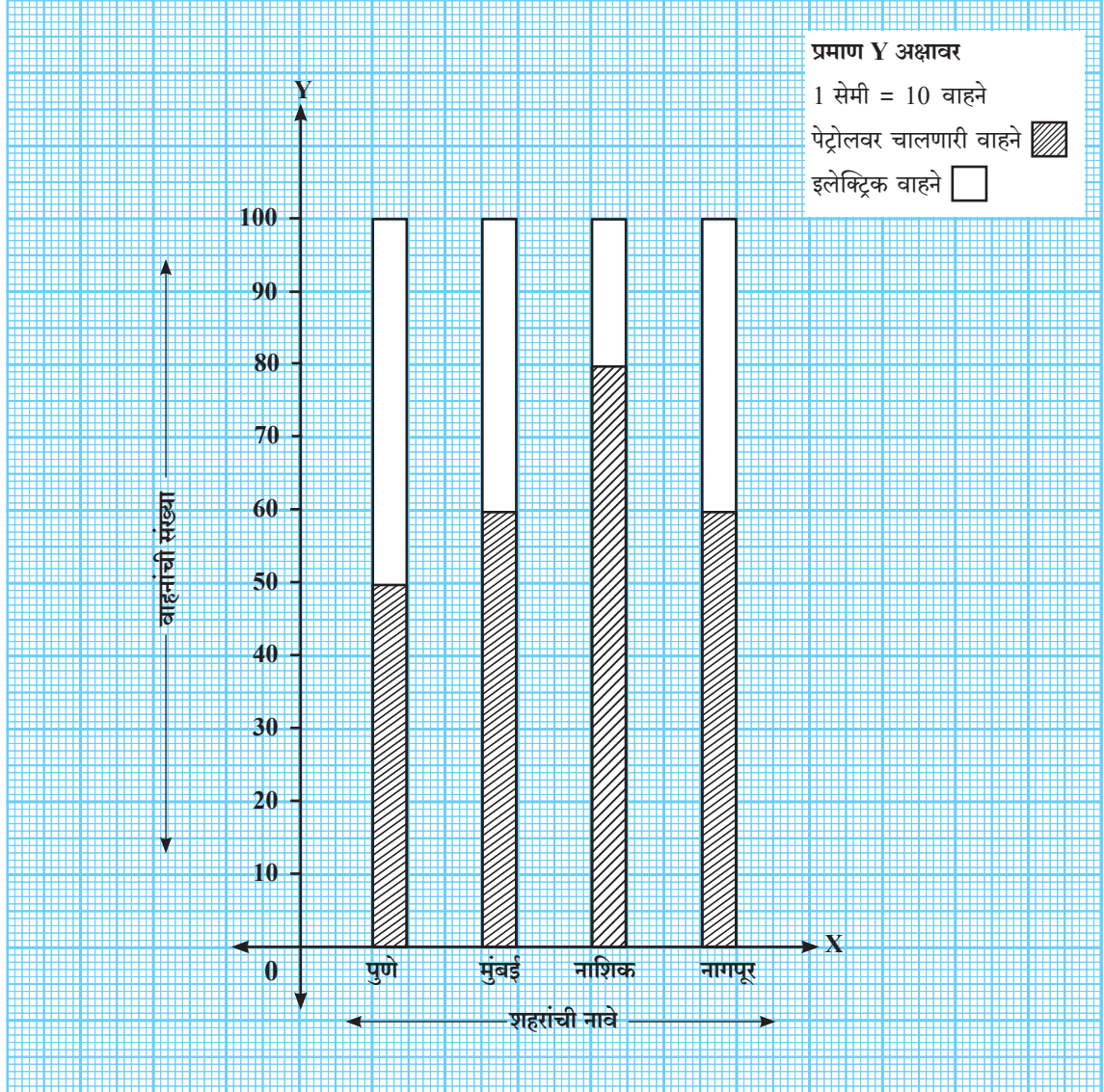
- 1) 'अ' तुकडीतील मुलांची संख्या व मुलींची संख्या यांचे गुणोत्तर काढा.

- 2) 'ड' तुकडीतील मुलांची संख्या मुलींच्या संख्येपेक्षा कितीने जास्त आहे.

- 3) कोणत्या तुकडीत मुलींची संख्या सर्वाधिक आहे?

- 4) एकूण विद्यार्थी संख्या किती?

7) स्तंभालेखाचे निरीक्षण करून खाली दिलेल्या प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



- वरील स्तंभालेखाच्या प्रकाराचे नाव लिहा?
- कोणत्या शहरांमध्ये इलेक्ट्रिक वाहनांची संख्या समान आहे?
- मुंबईपेक्षा पुण्यात इलेक्ट्रिक वाहनांची संख्या किती टक्क्यांनी जास्त आहे?
- नाशिकमधील पेट्रोलवर चालणाऱ्या वाहनांची संख्या, एकूण वाहनांच्या संख्येच्या किती टक्के आहे?
.....
- नागपूरमध्ये इलेक्ट्रिक वाहनांची संख्या, पेट्रोलवर चालणाऱ्या वाहनांच्या संख्येपेक्षा कितीने कमी आहे?
.....

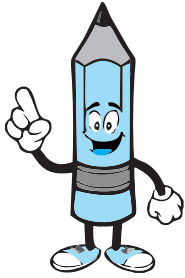
- 8) राष्ट्रीय क्रीडा स्पर्धेसाठी चार राज्यांतून आलेल्या महिला व पुरुष खेळाडूंची संख्या खालील सारणीत दिली आहे.

राज्ये	महिला	पुरुष
महाराष्ट्र	25	25
बिहार	45	15
केरळ	20	30
तमिळनाडू	35	15

- अ) वरील सारणीतील माहिती दर्शविणारा विभाजित स्तंभालेख काढा.

- ब) वरील सारणीतील माहिती दर्शविणारा शतमान स्तंभालेख काढा.

राज्ये	महिला %	पुरुष %
महाराष्ट्र	50%	50%
बिहार		
केरळ		
तमिळनाडू		



12. एकचल समीकरणे

एकचल समीकरणाची उकल :

चलासाठी दिलेल्या किमती, त्या समीकरणाच्या उकली आहेत का नाही हे ठरविण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

1) $\frac{x+1}{3} = 7$; $x=16, 20$

उकल : दिलेले समीकरण

$$\frac{x+1}{3} = 7 \quad \dots\dots (1)$$

दिलेल्या समीकरणात $x=16$ ठेवून,

$$\text{डावी बाजू} = \frac{x+1}{3} = \frac{\boxed{} + \boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\text{उजवी बाजू} = 7$$

$$\text{डावी बाजू} \neq \text{उजवी बाजू}$$

दिलेल्या समीकरणाची $x = 16$ ही उकल नाही.

दिलेल्या समीकरणात $x = 20$ ठेवून,

$$\text{डावी बाजू} = \frac{x+1}{3} = \frac{\boxed{} + \boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\text{उजवी बाजू} = 7$$

$$\text{डावी बाजू} = \text{उजवी बाजू}$$

दिलेल्या समीकरणाची $x = 20$ ही उकल आहे.

1) प्रत्येक समीकरणानंतर चलासाठी दिलेल्या किमती, त्या समीकरणाच्या उकली आहेत का ते ठरवा.

1) $5x = 35$; $x = 7, -5$

2) $x + 6 = 9$; $x = -3, 3$

$$3) \frac{y}{2} = 6; \quad y = 6, 12$$

$$4) \quad 2y - 1 = 5; \quad y = 0, 3$$

2) खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

$$i) 7(2p - 5) = 49$$

$$\frac{7(2p - 5)}{7} = \frac{49}{7} \quad \text{..... दोन्ही बाजूंना 7 ने भागू.}$$

$$\therefore 2p - 5 = 7$$

$$2p - 5 + \boxed{} = 7 + \boxed{} \quad \text{..... दोन्ही बाजूंत 5 मिळवू.}$$

$$\therefore 2p = \boxed{}$$

$$\frac{2p}{2} = \frac{\boxed{}}{2} \quad \text{..... दोन्ही बाजूंना 2 ने भागू.}$$

$$\therefore p = \boxed{}$$

3) खाली दिलेली समीकरणे सोडवा.

$$1) 3x - 4 = 23$$

$$2) 30 = 6(8 + y)$$

$$3) \frac{p}{3} - 5 = 6$$

$$4) 12(m - 4) = 6(8 + m)$$

$$5) \text{ जर } \frac{(2t+3)}{7} = 3 \text{ तर } 2t+3 = \text{किती?}$$

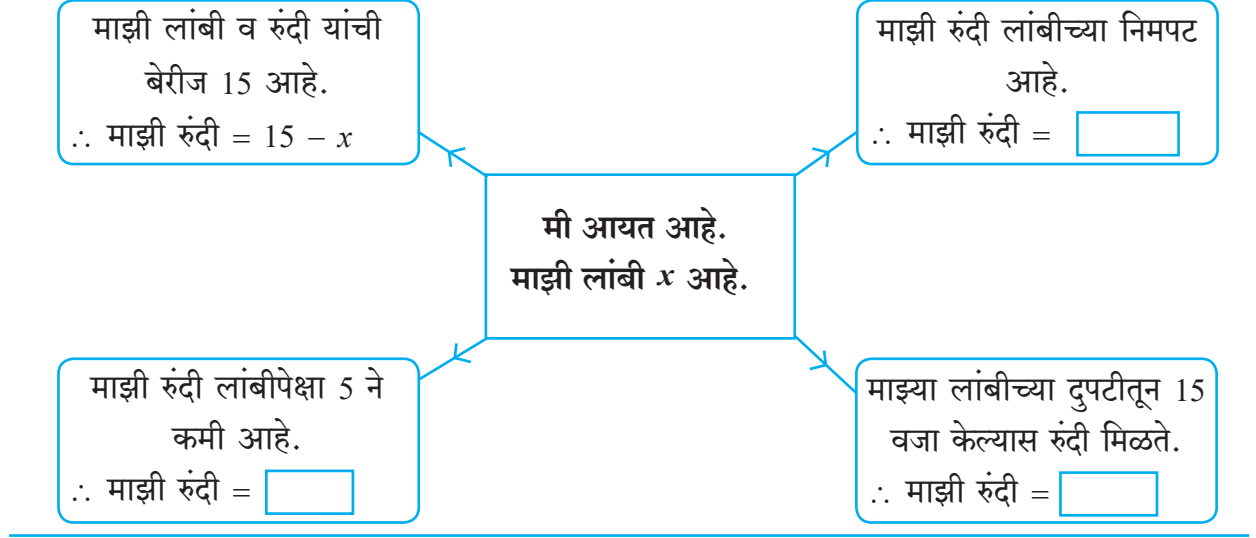
$$6) \text{ जर } 4(3y-1)=12, \text{ तर } 3y-1 = \text{किती?}$$

शाब्दिक उदाहरणे

1) खाली दिलेल्या माहितीवरून एकचल समीकरण तयार करा.

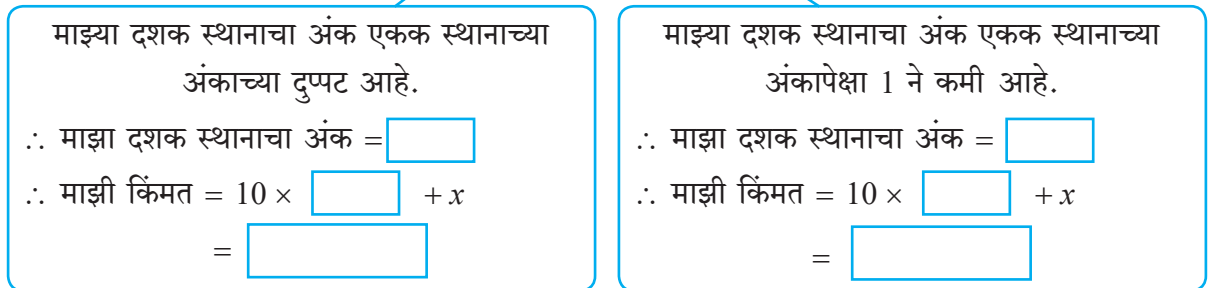
अ. क्र.	माहिती	एकचल समीकरण
1)	चौरसाची परिमिती 16 सेमी आहे. (x)	$4x = 16$
2)	3 टेबलांची किंमत ₹ 1,500 आहे. (y)	
3)	एका संख्येतून 15 वजा केल्यास वजाबाकी 27 येते. (a)	
4)	दर्शजवळ काही गोळ्या आहेत. त्याने त्या 20 जणांना समान वाटल्या, तर प्रत्येकाला 5 गोळ्या मिळाल्या. (p)	
5)	एका टेबलाची किंमत एका खुर्चीच्या किमतीच्या तिप्पट असून दोन्हीची एकूण किंमत ₹ 2,000 आहे. (m)	

2) शाब्दिक उदाहरणे सोडविण्यासाठी एका राशीसाठी चल वापरून संबंधित दुसरी राशी बैजिक रूपात लिहा.



माझ्या दशक स्थानचा अंक एकक स्थानाच्या अंकापेक्षा 4 ने मोठा आहे.
 $\therefore$ माझा दशक स्थानचा अंक $= x + 4$
 $\therefore$ माझी किंमत $= (10 \times \text{दशक स्थानचा अंक}) + \text{एकक स्थानचा अंक}$
 $= 10 \times \square + x$
 $= \square + \square + \square = \square$

मी एक दोन अंकी संख्या आहे.
माझा एकक स्थानचा अंक x आहे.



3) खालील कृती पूर्ण करा.

संदीपकडे किरणच्या दुप्पट रक्कम आहे. त्या दोघांकडे मिळून एकूण ₹ 150 आहेत, तर किरणकडे किती रक्कम आहे?

उकल : किरणजवळची रक्कम ₹ x रुपये मानू.

∴ संदीपजवळ असलेली रक्कम = ₹

∴ दिलेल्या माहितीवरून

$$x + \text{} = 150 \dots\dots\dots\text{समीकरण}$$

$$\therefore 3x = 150$$

दोन्ही बाजूंना ने भागू

$$\therefore \frac{3x}{\text{$$

$$\therefore x = \text{}$$

∴ किरणजवळ ₹ आहेत.

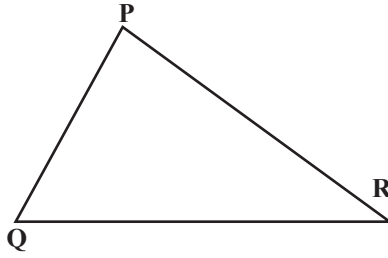
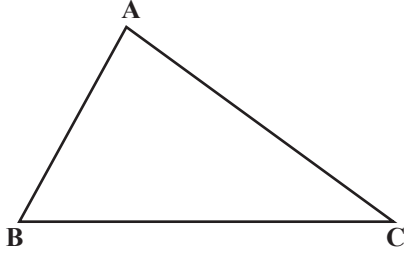
4) तीन क्रमागत पूर्ण संख्यांची बेरीज 36 आहे, तर त्या संख्या काढा.

5) आयताकृती हॉलची लांबी रुंदीच्या दुपटीपेक्षा 3 मीटरने जास्त आहे. जर परिमिती 66 मीटर असेल, तर आयताकृती हॉलची लांबी किती?

6) एका परीक्षेत अचूक उत्तरासाठी 2 गुण दिले जातात व चुकीच्या उत्तरासाठी 1 गुण कमी केला जातो. सुनिलने एकूण 50 प्रश्न सोडविले त्याला 76 गुण मिळाले, तर त्याने किती प्रश्नांची अचूक उत्तरे दिली?

13. त्रिकोणाची एकरूपता

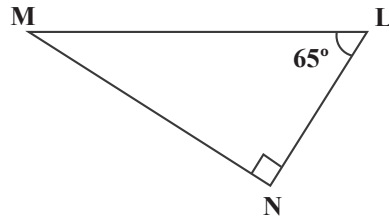
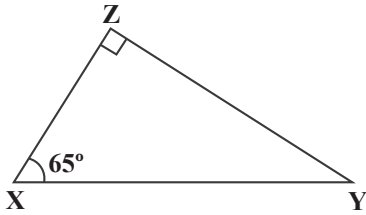
- 1) आकृतीमध्ये, $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ आहे, तर $ABC \leftrightarrow PQR$ या संगतीनुसार एकरूप बाजू आणि एकरूप कोनांच्या जोड्या लिहा.



.....
.....
.....
.....
.....

- 2) जर $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ आणि $AB = 5$ सेमी, $BC = 6$ सेमी व $AC = 7$ सेमी असेल, तर $l(QR) = ?$ आणि $l(PR) = ?$ सकारण लिहा.

- 3) दोन्ही त्रिकोणांचे निरीक्षण करून रिकाम्या जागा भरा.

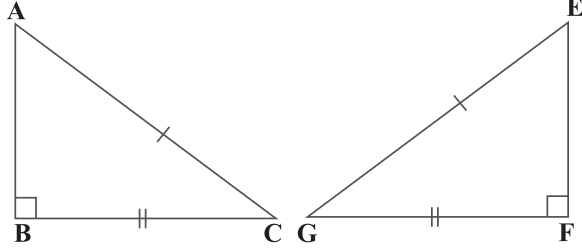


जर $l(ZX) = l(LN)$

तर, $\triangle XYZ \cong \triangle$ कसोटी

4) आकृतीमधील दोन त्रिकोण कोणत्या कसोटीने एकरूप होतील, त्या कसोटीचे नाव लिहा.

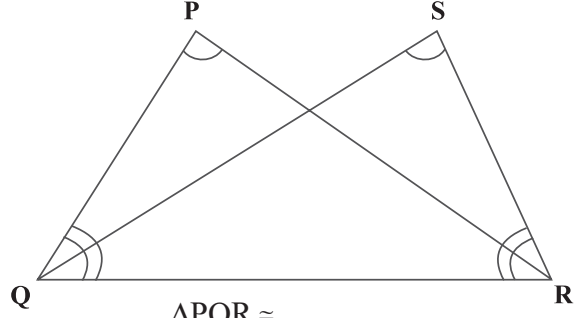
a)



$\triangle ABC \cong \triangle \dots\dots\dots$

..... कसोटीने

b)

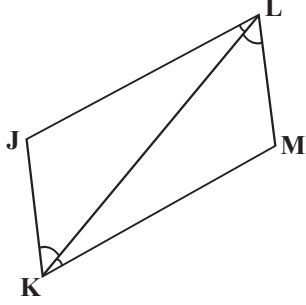
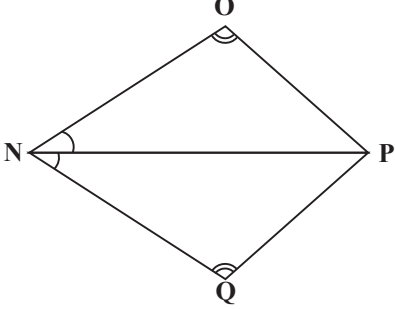


$\triangle PQR \cong \dots\dots\dots$

..... कसोटीने

5) खाली दिलेल्या सारणीतील त्रिकोण कोणत्या कसोटीनुसार एकरूप आहेत ते लिहा.

अ. क्र.	त्रिकोण	एकास एक संगती आणि कसोटी
1)		संगती कसोटी
2)		संगती कसोटी
3)		संगती कसोटी

अ. क्र.	त्रिकोण	एकास एक संगती आणि कसोटी
4)		संगती कसोटी
5)		संगती कसोटी

6) $QPR \leftrightarrow LMN$ या संगतीनुसार $\triangle PQR$ व $\triangle LMN$ एकरूप आहेत, तर खाली दिलेल्या रिकाम्या जागा भरा.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $\angle R \cong$ | 2) $\angle P \cong$ |
| 3) $\angle Q \cong$ | 4) बाजू $QR \cong$ |
| 5) बाजू $RP \cong$ | 6) बाजू $PQ \cong$ |

7) खालील विधानांचे अर्थ शब्दांत लिहा.

- $PQ \cong AB$ रेषाखंड PQ व रेषाखंड AB एकरूप आहेत.
- रेख $XY \cong$ रेख MN
- $\angle ABC \cong \angle PQR$
- $\triangle LMN \cong \triangle XYZ$
- $l(AB) = l(CD)$

14. चक्रवाढ व्याज

- 1) रावसाहेबांनी एका बँकेत द.सा.द.शे. 8 दराने 4 वर्षासाठी ₹ 20,000 गुंतवले, तर मुदतीनंतर त्यांना बँकेकडून एकूण किती रक्कम मिळेल ?

$$\text{मुद्दल (P)} = \boxed{},$$

$$\text{दर (R)} = \text{द.सा.द.शे. } \boxed{},$$

$$\text{मुदत (N)} = \boxed{} \text{ वर्षे}$$

$$\text{एकूण व्याज (I)} = \frac{P \times N \times R}{100}$$

$$\therefore I = \frac{\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}}{100}$$

$$\therefore I = \boxed{}$$

बँकेकडून मिळणारी रक्कम म्हणजेच, 'रास'

$$\therefore \text{रास (A)} = \text{मुद्दल (P)} + \text{व्याज (I)}$$

$$A = \boxed{} + \boxed{}$$

$$A = \boxed{}$$

$\therefore$ रावसाहेबांना बँकेकडून एकूण ₹ मिळतील.

- 2) ₹ 25,000 मुद्दल द.सा.द.शे. 9 दराने 5 वर्षासाठी बँकेत गुंतवल्यास मिळणारे सरळव्याज काढा.

- 3) रेहानने बँकेत काही रक्कम गुंतवली. 4 वर्षांनंतर त्याला ₹ 5,400 मिळाले. या व्यवहारात त्याला मुद्दलापेक्षा ₹ 950 जास्तीचे मिळाले असतील, तर त्याने किती रक्कम गुंतवली असेल ?

- 4) सरिताबाई यांनी बँकेत ₹ 14,000 सरळव्याजाने 3 वर्षासाठी गुंतविले त्यांना मुदतपूर्तीनंतर ₹ 15,350 मिळणार होते. अडचणीमुळे त्यांनी 2 वर्षांनंतर रक्कम काढली तर त्यांना किती रुपये मिळाले ?

- 5) ₹ 5,000 चे द. सा. द. शे. 10 दराने 3 वर्षांचे चक्रवाढ व्याज काढा.

येथे $P = ₹ 5,000$ $R =$,

$N =$, चक्रवाढीने रास $A = ?$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^N$$

$$\therefore A = \text{} \left(1 + \frac{\text{}}{100} \right)^{\text{}}$$

$$\therefore A = \text{} \times \left(\frac{110}{100} \right)^3$$

$$\therefore A = \text{} \times \left(\frac{\text{---}}{\text{---}} \right) \times \left(\frac{\text{---}}{\text{---}} \right) \times \left(\frac{\text{---}}{\text{---}} \right)$$

$$\therefore \text{रास (A)} = ₹ \text{}$$

चक्रवाढ व्याज = रास - मुद्दल

$$= \text{} - \text{}$$

चक्रवाढ व्याज = ₹

- 6) अनिताने ₹ 8,000 एका राष्ट्रीयकृत बँकेत द. सा. द. शे. 6 दराने चक्रवाढ व्याजाने 2 वर्षांसाठी ठेवले. दोन वर्षांनी मिळणारे चक्रवाढ व्याज काढा.

- 7) प्राजक्ताने द. सा. द. शे. 8 दराने 2 वर्षांसाठी ₹ 10,000 गुंतवले. जर ही रक्कम तिने चक्रवाढ व्याजाने गुंतवली, तर तिला 2 वर्षांनी किती रक्कम मिळेल?

- 8) ₹ 8,000 रकमेवरील द. सा. द. शे. 5 दराने होणारे 3 वर्षांचे सरळव्याज व चक्रवाढ व्याज यांतील फरक काढा.

- 9) एका रकमेची द. सा. द. शे. 4 दराने 2 वर्षांनी चक्रवाढ व्याजाने ₹ 16,224 रास होते. तर ती रक्कम काढा.

येथे $A = \boxed{}$, $R = \boxed{}$

$N = \boxed{}$ वर्षे $P = ?$

$A = \boxed{} \times \left(1 + \frac{\boxed{}}{100}\right)^{\boxed{}} \dots\dots (\text{सूत्र})$

$\therefore 16,224 = P \times \left(1 + \frac{\boxed{}}{100}\right)^{\boxed{}}$

$\therefore 16,224 = P \times \left(\frac{104}{100}\right)^{\boxed{}}$

$\therefore 16,224 = P \times \left(\frac{}{}\right) \times \left(\frac{}{}\right)$

$\therefore P = 16,224 \times \frac{100}{\boxed{}} \times \frac{100}{\boxed{}}$

$\therefore P = \text{₹ } \boxed{}$

$\therefore$ ती रक्कम $\text{₹ } \boxed{}$ आहे.

- 10) द. सा. द. शे. 10 दराने 8,000 रुपयांचे किती वर्षांचे चक्रवाढ व्याज 1,680 रुपये होईल ?

- 11) द. सा. द. शे. 12 दराने चक्रवाढ व्याजाने एका मुद्दलाची 2 वर्षांची रास ₹ 3,136 होते, तर मुद्दल किती होती ?

- 12) द. सा. द. शे. 4 दराने चक्रवाढ व्याजाने एका मुद्दलाची 2 वर्षांची रास ₹ 676 झाली, तर मुद्दल किती होते ते काढा ?

- 13) एका अभयारण्यात 50,000 झाडे आहेत. दरवर्षी 5% दराने वृक्षवाढ करण्याचे उद्दिष्ट ठरविण्यात आले असेल, तर 3 वर्षांनंतर त्या अभयारण्यात किती झाडे असतील ?

येथे $P = 50,000$

$A = 3$ वर्षांनंतरची झाडांची संख्या

$R =$ वाढीचा दर $= 5\%$ दरवर्षी $N = 3$ वर्षे

$$A = \boxed{} \times \left(1 + \frac{\boxed{}}{100}\right)^{\boxed{} N} \quad (\text{सूत्र})$$

$$\therefore A = 50,000 \times \left(1 + \frac{\boxed{}}{100}\right)^{\boxed{}}$$

(किमती भरू)

$$\therefore A = 50,000 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{\boxed{}}$$

$$\therefore A = 50,000 \times \left(\frac{105}{100}\right) \times \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right) \times \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)$$

$$\therefore A = \boxed{}$$

$\therefore$ अभयारण्यात 3 वर्षांनंतर $\boxed{}$ झाडे असतील.

- 14) दोन वर्षांपूर्वी श्रावणीने एक दुचाकी ₹ 90,000 ला खरेदी केली. घसाऱ्याचा दर दरवर्षी 6% असल्यास त्या दुचाकीची आजची किंमत किती ?

- 15) एका धरणाच्या बांधकामावर सुरुवातीला 3,200 व्यक्ती होत्या. जर दरवर्षी 20% व्यक्ती कामावरून कमी करायच्या असतील, तर 2 वर्षांनंतर कामावर किती व्यक्ती राहतील ?

- 16) मेहेकरी गावाची लोकसंख्या 2 वर्षांपूर्वी 20,000 होती. स्थलांतरामुळे ती दरवर्षी 5% ने कमी होत असल्यास त्या गावाची आजची लोकसंख्या किती ?

15. क्षेत्रफल

1) बंदिस्त बहुभुजाकृतीच्या क्षेत्रफळाची सूत्रे दिली आहेत. सूत्रातील चूक शोधून सूत्र पुन्हा लिहा.

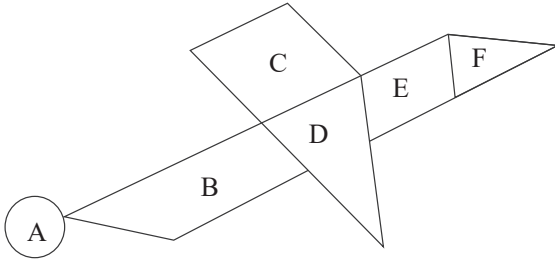
a) चौरसाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (\text{बाजू})^2$

b) काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = काटकोन करणाऱ्या बाजूंचा गुणाकार

c) आयताचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{लांबी} \times \text{रुंदी}$

d) त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = पाया $\times$ उंची

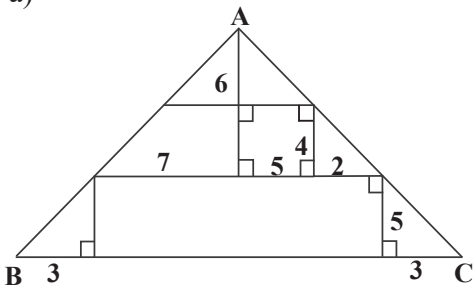
2) सोबतच्या आकृतीचे निरीक्षण करून सारणी पूर्ण करा.



आकृती	आकृतीचे नाव	क्षेत्रफल
A	वर्तुळ	πr^2
B		
C	समभुज चौकोन	
D		हिरोचे सूत्र
E	समांतरभुज चौकोन	
F	विषमभुज त्रिकोण	

3) खाली दिलेल्या आकृत्यांचे क्षेत्रफल शोधण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

a)



ΔABC मध्ये -

त्रिकोणाची उंची = + +

= एकक

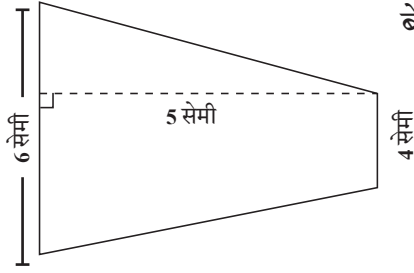
त्रिकोणाचा पाया = + + + +

= एकक

त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ $\times$

= चौरस एकक

b)

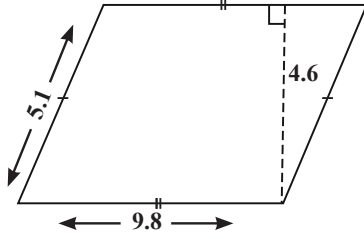


समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times (\text{समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज}) \times \text{उंची}$

$$= \frac{1}{2} \times (\boxed{} + \boxed{}) \times \boxed{}$$

$$= \frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} \text{ चौसेमी}$$

c)

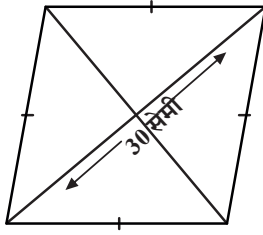


समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = पाया $\times$ उंची

$$= \boxed{} \times \boxed{}$$

$$= \boxed{} \text{ चौरस एकक}$$

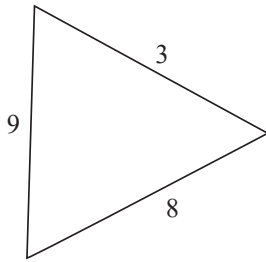
d)



समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times \boxed{}$

$$= \frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} \text{ चौसेमी}$$

e)



येथे बाजूची लांबी

$$a = \boxed{}, b = \boxed{}, c = \boxed{} \text{ घेऊ}$$

$$\text{त्रिकोणाची अर्धपरिमिती} = s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

$$= \frac{1}{2} (\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}) = \frac{1}{2} (\boxed{})$$

$$s = \boxed{} \text{ एकक}$$

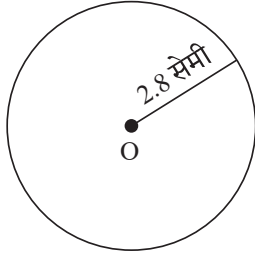
$$\text{त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \dots\dots\dots (\text{हिरोचे सूत्र})$$

=

=

$$\text{त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ} = \boxed{} \text{ चौ. एकक}$$

f)



$$\text{वर्तुळाचे क्षेत्रफळ} = \pi r^2$$

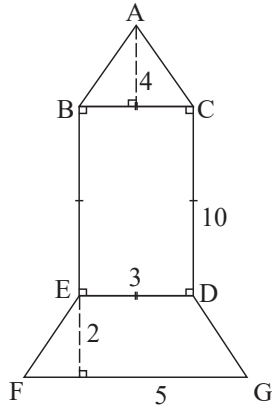
$$= \frac{22}{7} \times \boxed{}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \boxed{} \times \boxed{}$$

=

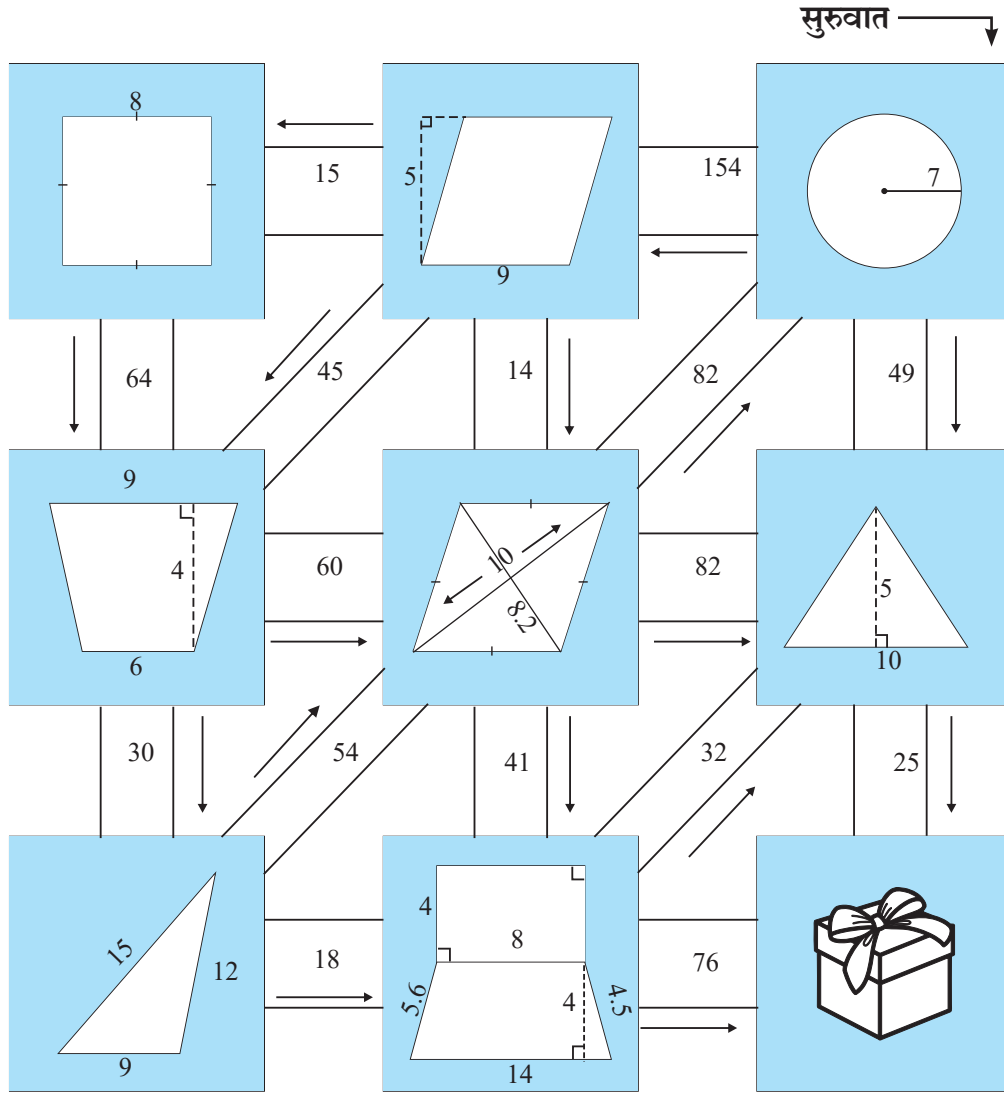
= $\boxed{}$ चौसेमी

g)



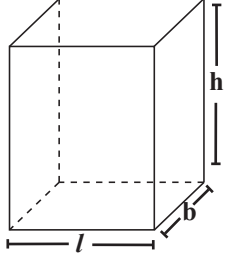
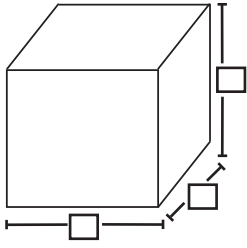
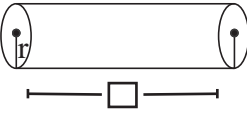
दिलेल्या आकृतीचे क्षेत्रफळ काढा.

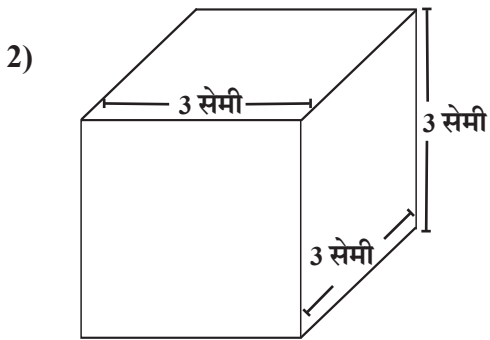
4) दिलेल्या आकृतींच्या अचूक क्षेत्रफळांचा मार्ग निवडून तुमचे बक्षीस मिळवा.



16. पृष्ठफल व घनफल

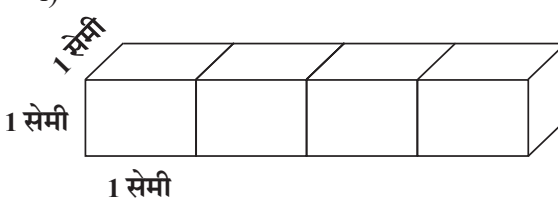
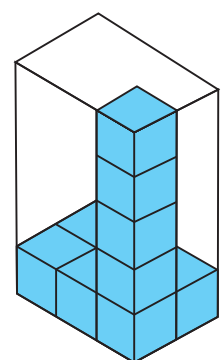
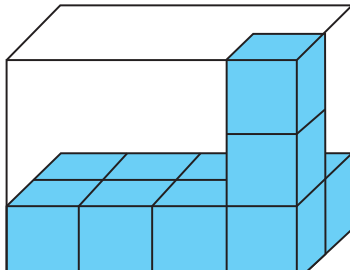
1) खाली दिलेल्या सारणीतील रिकाम्या चौकटीत योग्य चल लिहा.

अ. क्र.	आकार	एकूण पृष्ठफल	घनफल
1)		$2 (\square \times \square + \square \times \square + \square \times \square)$	$\square \times \square \times \square$
2)		$6a^2$	$\square^3$
3)		$2\pi r \square + 2\pi \square^2$	$\pi \square^2 \square$

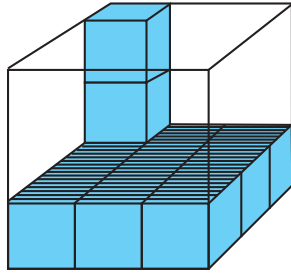


$$\begin{aligned}
 \text{घनाचे घनफल} &= (\text{बाजू})^3 \\
 &= \square^3 \\
 &= \square \times \square \times \square \\
 &= \square \text{ घ.सेमी}
 \end{aligned}$$

3) खाली दिलेल्या इष्टिकाचितींचे घनफळ त्याखालील चौकटीत लिहा.

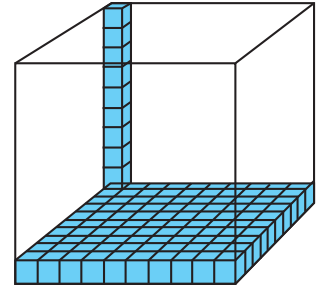
$l = \boxed{}$ सेमी $b = \boxed{}$ सेमी $h = \boxed{}$ सेमी i)  1 सेमी $\boxed{}$ घ.सेमी	$l = \dots\dots\dots b = \dots\dots\dots h = \dots\dots\dots$ ii)  1 सेमी $\boxed{}$ घ.सेमी
$l = \boxed{3}$ सेमी $b = \boxed{2}$ सेमी $h = \boxed{5}$ सेमी iii)  $\boxed{30}$ घ.सेमी	$l = \dots\dots\dots b = \dots\dots\dots h = \dots\dots\dots$ iv)  $\boxed{}$ घ.सेमी

4)



आकृती क्र. 1

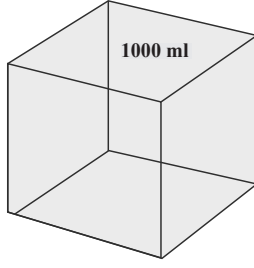
आकृती क्र. 1 मध्ये काचेच्या टँकमधील एका घनाकृती ठोकळ्याची प्रत्येक बाजू 2 सेमी आहे. म्हणून या टँकचे घनफळ $\boxed{}$ घ.सेमी इतके असेल.



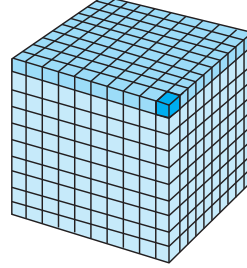
आकृती क्र. 2

आकृती क्र. 2 मध्ये काचेच्या टँकमधील एका घनाकृती ठोकळ्याची प्रत्येक बाजू 1 सेमी आहे. म्हणून या टँकचे घनफळ $\boxed{}$ घ.सेमी इतके असेल.

5)



पोकळ घन



10 सेमी × 10 सेमी × 10 सेमी चा भरीव घन

वरील आकृतीत एकाच मापाचे दोन घन आहेत. एक पोकळ तर दुसरा घन भरीव आहे.

- भरीव घनाचे घनफळ = × × = घ.सेमी
- पोकळ घनाचे घनफळ = मिलीलीटर
- पोकळ घन पाण्याने भरला तर त्यातील पाण्याचे आकारमान म्हणजेच घनफळ मिलीलीटर असेल. या आकारमानालाच लीटर असे म्हणतात.

∴ 1 लीटर = घ.सेमी = मिली यावरून 1 घ.सेमी = मिली

- 6) एका रुबिक क्युबची प्रत्येक बाजू 5.6 सेमी आहे, तर त्या रुबिक क्युबचे घनफळ काढण्यासाठीची कृती पूर्ण करा.

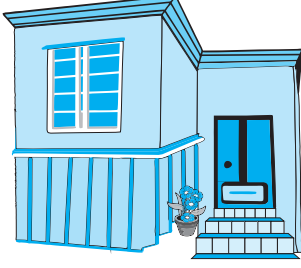


रुबिक क्युबचे घनफळ = ³
 = ³
 = × ×
 = घ.सेमी

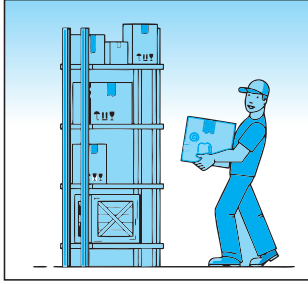
- 7) एका बॉक्सचे घनफळ 24 घनसेमी आहे, तर दिलेल्या पर्यायांपैकी त्याची मापे असू शकतील अशा पर्यायांसमोर (✓) अशी खूण करा.

	लांबी	रुंदी	उंची	
a)	8 सेमी	1 सेमी	3 सेमी	
b)	10 सेमी	4 सेमी	10 सेमी	
c)	2 सेमी	2 सेमी	6 सेमी	
d)	6 सेमी	3 सेमी	4 सेमी	

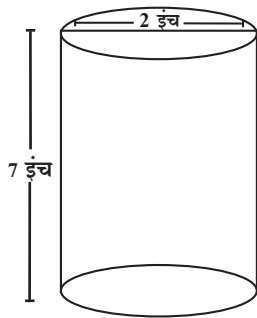
- 8) खाली दिलेल्या चित्रात दाखविल्याप्रमाणे घरात जाण्यासाठी पायऱ्या बनवल्या आहेत. पायऱ्या बनवताना प्रत्येक बाजूला 1 फूट असणारे घनाकृती ठोकळे वापरले आहेत, तर त्या सर्व पायऱ्यांचे एकूण घनफल किती?



- 9) लांबी 5 मी., रुंदी 3 मी. व उंची 2.5 मी. असणाऱ्या स्टोअर रूममध्ये कागदाची खोकी ठेवायची आहेत. एका खोक्याची लांबी 30 सेमी, रुंदी 20 सेमी तर उंची 10 सेमी आहे, तर अशी किती खोकी त्या स्टोअर रूममध्ये मावतील ?



- 10) 2 इंच व्यास आणि 7 इंच उंची असणाऱ्या वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफल दर्शविणाऱ्या अचूक गणिती मांडणीसमोर (✓) अशी खूण करा.



i) $2\pi \times 2 (7) + 2\pi \times (2)^2$

ii) $2\pi \times 1 (7) + 2\pi \times (2)$

iii) $2\pi \times 2 (7)$

iv) $2\pi \times 1 (7) + 2\pi \times (1)^2$

- 11) रंगाच्या बंद डब्याची त्रिज्या 5 सेमी आणि त्याचे एकूण पृष्ठफळ 170π सेमी² आहे तर त्या डब्याची उंची शोधण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.



डब्याची त्रिज्या (r) = सेमी

डब्याचे एकूण पृष्ठफळ = सेमी²

डब्याचे एकूण पृष्ठफळ = +

$$\therefore 170\pi = 2\pi \text{ }^2 + 2\pi \text{ } h$$

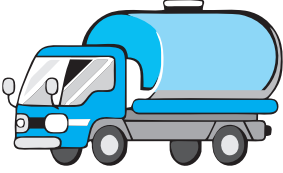
$$\therefore 170\pi = 2\pi \text{ } + 10\pi h$$

$$\therefore 170\pi = \text{ } \pi + 10\pi h$$

$$\therefore 170\pi - \text{ } = 10\pi h$$

$$\therefore h = \frac{\text{ }}{\text{ }} \quad \therefore h = \text{ } \text{ सेमी}$$

- 12) पाण्याचा एक टँकर वृत्तचिती आकाराचा आहे. पाण्याच्या टँकची लांबी 50 फूट, तर त्रिज्या 4 फूट आहे. तर त्या टँकचे एकूण पृष्ठफळ किती?



- 13) एका इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी व उंची यांची बेरीज 10 असून त्यांच्या वर्गांची बेरीज 38 आहे. तर त्या इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ किती?

$[(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)]$ ही नित्यसमानता वापरा.

- 14) एका वृत्तचिती आकाराच्या खांबाची उंची 15 मी. आहे, त्या खांबाच्या पायाचा व्यास 350 सेमी आहे.
₹ 25 प्रति चौ.मी. दराने त्या खांबास रंग देण्याचा किती खर्च येईल?

येथे व्यास (d) = 350 सेमी $\therefore$ त्रिज्या (r) = सेमी

त्रिज्या (r) = मी. उंची = मी.

$$\begin{aligned}\text{खांबाचे वक्रपृष्ठफळ} &= 2 \times \text{} \times \text{} \times \text{} \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times \text{} \times \text{} = \text{} \text{ मी}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{₹ 25 प्रति चौ.मी. दराने खांबास रंग देण्याचा खर्च} &= \text{} \times 165 \text{ रुपये} \\ &= \text{} \text{ रुपये}\end{aligned}$$

- 15) खाली दिलेल्या सूत्रातील चूक शोधून आधोरेखित करा व सूत्र पुन्हा लिहा.

- a) वृत्तचितीचे घनफळ = $2\pi r^3 h$
- b) ऑयलरचे सूत्र : $V + E = F + 2$
- c) घनाचे घनफळ = (बाजू)²
- d) इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ = $2 (\text{लांबी} \times \text{रुंदी} + \text{लांबी} \times \text{उंची} + \text{लांबी} \times \text{लांबी})$
.....
- e) घनाचे पृष्ठफळ = $6 (\text{बाजू})^3$
- f) वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ = वृत्तचितीचे घनफळ + $2 \times$ वर्तुळाचे क्षेत्रफळ
.....
- g) वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ = $2 \pi r^2 h$
- h) इष्टिकाचितीचे घनफळ = $2 (\text{लांबी} \times \text{रुंदी} \times \text{उंची})$
.....

17. वर्तुळ - जीवा व कंस

- 1) 'O' केंद्रबिंदू असलेल्या एका वर्तुळाची जीवा केंद्रबिंदूपासून 6 सेमी अंतरावर असून वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे, तर त्या वर्तुळाच्या जीवेची लांबी काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

उकल : $OP \perp AB$

$\therefore$ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$(OB)^2 = (OP)^2 + (PB)^2$$

$$(10)^2 = (6)^2 + (PB)^2$$

$$100 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$(PB)^2 = \dots\dots\dots - 36$$

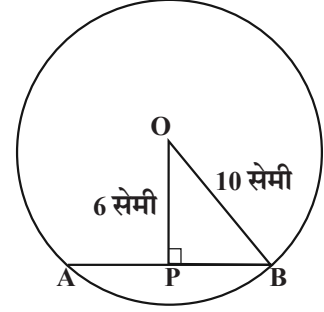
$$= \dots\dots\dots$$

$$PB = \sqrt{64}$$

$$PB = \dots\dots\dots$$

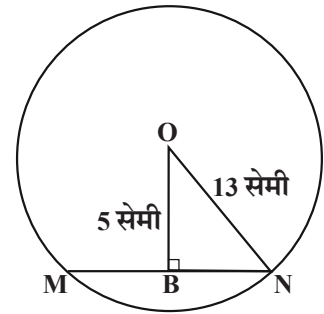
$$\text{जीवा } AB = 2 \times PB = 2 \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$\therefore$ वर्तुळाच्या जीवेची लांबी $\dots\dots\dots$ सेमी आहे.



- 2) 'O' केंद्रबिंदू असलेल्या पुढील वर्तुळाचे निरीक्षण करून जीवेची लांबी काढा.

उकल :



- 3) एका वर्तुळातील सर्वात मोठ्या जीवेची लांबी 10 सेमी असून वर्तुळाच्या केंद्रबिंदूपासून 3 सेमी अंतरावर एक दुसरी जीवा काढली, तर त्या दुसऱ्या जीवेची लांबी किती असेल?

उकल :

- 4) वर्तुळातील एका जीवेची लांबी 24 सेमी असून वर्तुळाचा व्यास 30 सेमी आहे, तर ती जीवा वर्तुळकेंद्रापासून किती अंतरावर आहे?

उकल :

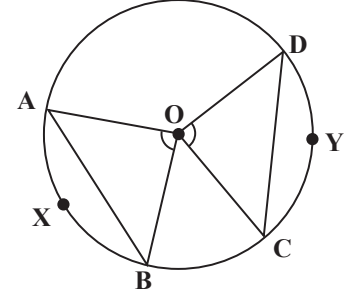
- 5) सोबतच्या आकृतीचे निरीक्षण करा व कंसात दिलेल्या माहितीच्या आधारे रिकाम्या जागा भरा.
(AXB, जीवा, त्रिज्या, DYC, केंद्र, व्यास)

O केंद्रबिंदू असलेल्या वर्तुळात रेख OB ही वर्तुळाची आहे.

रेख AB आणि रेख CD या वर्तुळाच्या आहेत.

जर $m\angle AOB = m\angle DOC$ आहेत,

तर $m(\text{कंस } \dots\dots\dots) = m(\text{कंस } \dots\dots\dots)$



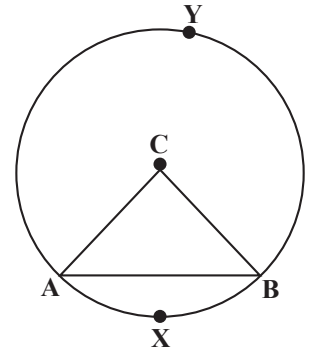
- 6) सोबतच्या आकृतीचे निरीक्षण करून कंसात दिलेल्या माहितीच्या आधारे रिकाम्या जागा भरा.
(विशालकंस, जीवा, 360° , त्रिज्या, लघुकंस, ACB, AXB)

रेख AB वर्तुळाची जीवा असून कंस AYB हा आणि

कंस AXB हा आहे.

$m(\text{कंस } AXB) = m\angle \dots\dots\dots$ आणि

$m(\text{कंस } AYB) = 360^\circ - m(\text{कंस } \dots\dots\dots)$



- 7) खाली दिलेल्या आकृतीमधील वर्तुळात व्यास AC आणि व्यास BD हे एकमेकांना लंब आहेत, तर कंस $ARB \cong$ कंस $BSC \cong$ कंस CPD हे सिद्ध करा.

उकल :

O केंद्र असलेल्या आकृतीत,

$$m \angle AOB = m \angle AOD = m \angle \dots\dots\dots = m \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

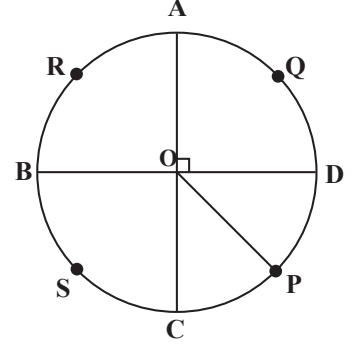
म्हणून,

$$m (\text{कंस} \dots\dots\dots) = m (\text{कंस} \dots\dots\dots) = m (\text{कंस BSC})$$

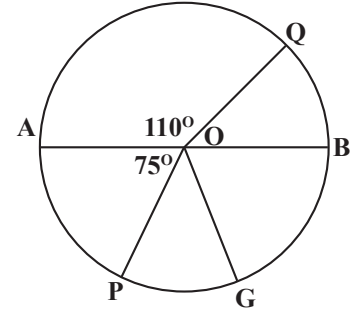
$$= m (\text{कंस CPD}) = \dots\dots\dots^\circ$$

कंसाशी संगत कोन एकरूप असल्यास कंस एकरूप असतात.

म्हणून कंस $ARB \cong$ कंस $BSC \cong$ कंस CPD हे सिद्ध होते.

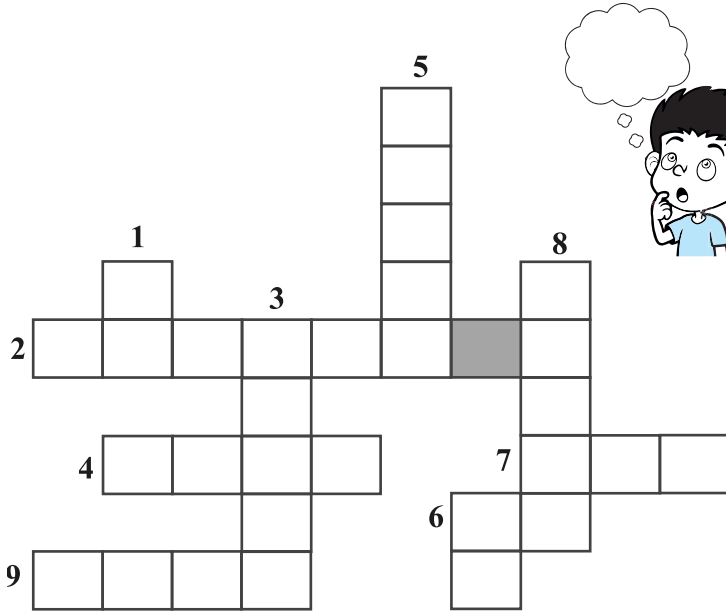
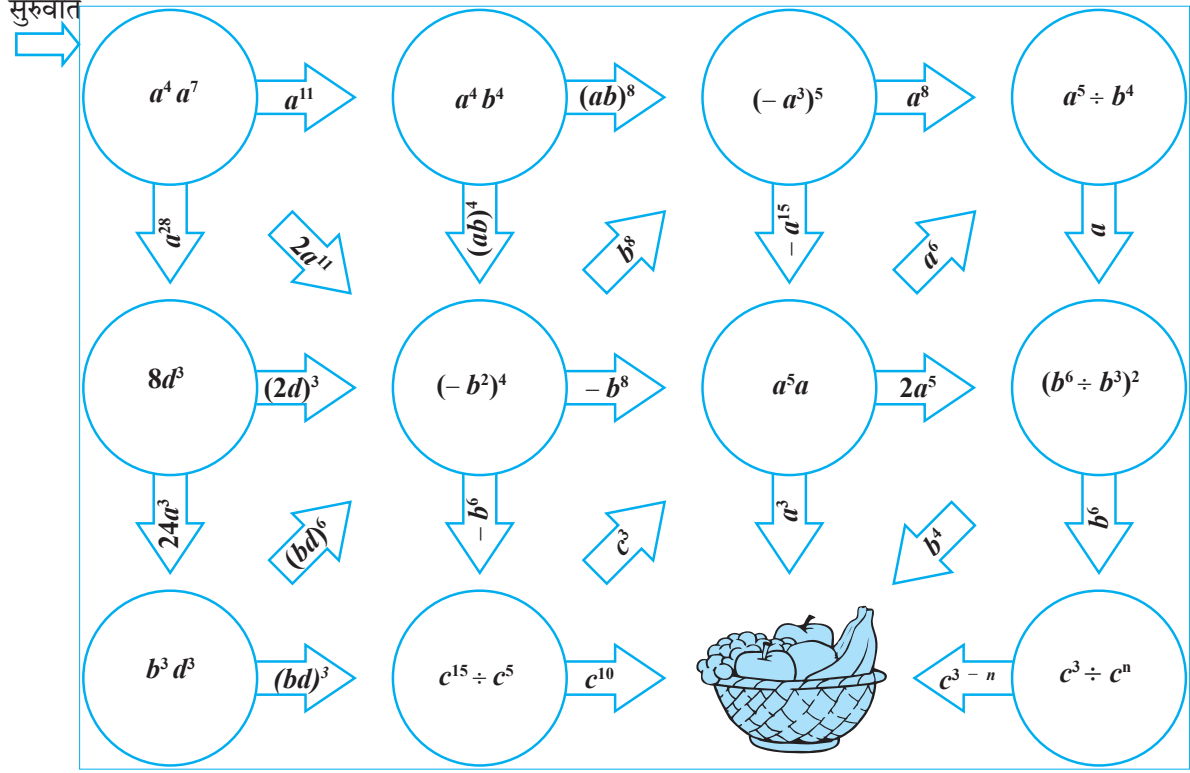


- 8) 'O' केंद्रबिंदू असलेल्या वर्तुळाचा AB हा व्यास आहे, तर कंस AQB व कंस PGB चे माप काढा.



चला कोडी सोडवू या...

- फळांच्या टोपलीपर्यंत पोहोचण्यासाठी योग्य मार्ग पेन्सिलने दाखवा.



उभे शब्द

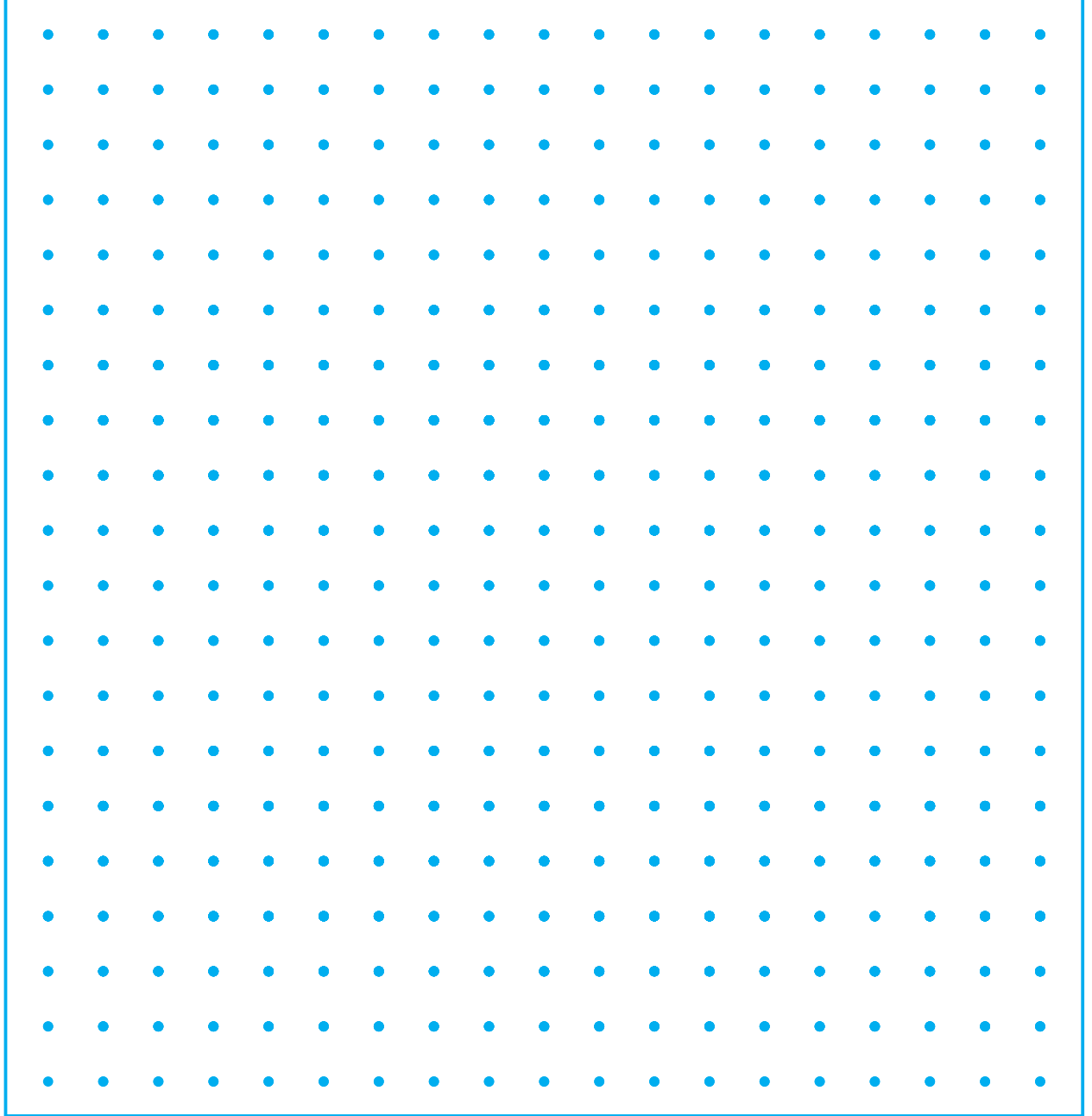
- सरासरीचे सांख्यिकी परिभाषेतील नाव.
- दोन समांतर रेषा व छेदिका यामुळे छेदिकेच्या एका बाजूस तयार होणारे कोन.
- शिरोलंबाच्या संपात बिंदूचे नाव.
- एका चलातील बहुपदीचा सर्वात मोठा घात.
- दोन रेषांना छेदिकेने छेदल्यावर छेदिकेच्या विरुद्ध बाजूस तयार होणारे कोन.

आडवे शब्द

- मध्यगाच्या संपातबिंदूचे नाव.
- एकाच प्रतलातील एकमेकींना न छेदणाऱ्या रेषा.
- समान आरंभबिंदू असणाऱ्या दोन किरणांनी तयार होणारी आकृती.
- त्रिकोण एकरूपतेची एक कसोटी.
- आपला माल विकून देण्याच्या बदल्यात दिला जाणारा मोबदला.

• ठिपक्यांच्या कागदावर (1 cm Dot paper) खालील रचना करा.

- 1) 2 सेमी लांबीचा रेषाखंड LM काढा.
- 2) 1 सेमी पेक्षा मोठा व 2 सेमी पेक्षा लहान रेषाखंड PQ काढा.
- 3) 1 चौसेमी क्षेत्रफळ असणारा ΔPQR काढा.
- 4) 2 चौसेमी क्षेत्रफळ असणारा ΔLMN काढा.
- 5) 16 चौसेमी क्षेत्रफळ असणारा कोणताही एक समद्विभुज त्रिकोण काढा.
- 6) चौरस ABCD असा काढा की, त्याची प्रत्येक बाजू $\sqrt{2}$ सेमी असेल.



श्रेयनामावली

करुया मैत्री गणिताशी : कार्यपुस्तिका : इयत्ता - आठवी विकसन, लेखन निर्मिती सहभाग

अ. क्र.	तज्ज्ञ सदस्यांचे नाव	पद	कार्यालय
१.	विजय गायकवाड	वरिष्ठ अधिव्याख्याता	जिल्हा शिक्षण व प्रशिक्षण संस्था, फलटण, जि. सातारा.
२.	चंदन कुलकर्णी	विषय सहायक	राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र पुणे.
३.	प्रदीप पालवे	सहशिक्षक	लक्ष्मीबाई भाऊराव पाटील विद्यालय, औरंगाबाद.
४.	सुभाष मारवाडे	सहशिक्षक	जि. प. हायस्कूल व कनिष्ठ महाविद्यालय आमगाव, ता. आमगाव, जि. गोंदिया.
५.	शैलेशकुमार खेताडे	सहशिक्षक	जि. प. प्राथ. शाळा पारसोडी, ता. पवनी, जि. भंडारा.
६.	विकास कुंभारे	सहशिक्षक	जि. प. प्राथ. शाळा घरतोडा, ता. लाखांदूर, जि. भंडारा.
७.	तरुबेन पोपट	सेवानिवृत्त मुख्याध्यापिका	पुणे.

शिक्षकांसाठी सूचना :

१) विद्यार्थ्यांना स्वयं-अध्ययनाची सवय आणि अध्ययन निष्पत्तीनिहाय प्रगती करण्याची संधी मिळावी या हेतूने ही कार्यपुस्तिका तयार करण्यात आली आहे. २) पाठ्यपुस्तकातील आशय किंवा पाठ्यांश शिकल्यावर विद्यार्थ्यांनी नियमितपणे कार्यपुस्तिकेतील कृती पूर्ण कराव्यात ही अपेक्षा आहे. ३) ही कार्यपुस्तिका आकर्षक करण्यासाठी भरपूर चित्रांचा, आवश्यक तेथे रेखीव आकृत्यांचा व सारण्यांचा तसेच कार्यपुस्तिकेतील कृतींमध्ये रंजकता आणण्यासाठी गणितीय कोड्यांचा समावेश केला आहे. ४) कार्यपुस्तिकेतील प्रत्येक कृती विशिष्ट अध्ययन निष्पत्तीवर आधारित असून शिक्षकांनी अध्ययन प्रक्रियेच्या अंतिम टप्प्यावर भर न देता प्रत्येक विद्यार्थी अपेक्षित क्षमता प्राप्त करू शकेल याकडे लक्ष द्यावे. ५) शैक्षणिक वर्षात प्रत्येक विद्यार्थी कार्यपुस्तिकेतील कृती पूर्ण करेल यासाठी शिक्षकांनी स्थानिक परिस्थितीनुरूप नियोजन करावे. ६) कार्यपुस्तिकेत बहुतांश ठिकाणी कृतीच्या सुरुवातीला नमुन्यादाखल काही कृती करून दाखविल्या आहेत; ज्यांचा उपयोग करून विद्यार्थी पुढील कृती स्व-प्रयत्नांनी पूर्ण करतील. ७) शिक्षकांनी विद्यार्थ्यांना गरजेनुसार वैयक्तिक अथवा गटात मदत करावी. ८) गणिती संकल्पना मुलांमध्ये संक्रमित करताना, स्थानिक परिसरातून त्या संकल्पना मुले शिकू शकतील, अशा संधी निर्माण करण्याचा प्रयत्न शिक्षकांनी करावा. तसेच अशा संधी शोधण्यास मुलांना प्रोत्साहन द्यावे किंवा प्रवृत्त करावे. ९) विद्यार्थ्यांचे मूल्यांकन करणे हा या कार्यपुस्तिकेचा एकमेव उद्देश नसून गणिताची भीती दूर करून गणिताचा आनंद घेण्यासाठी शिकविणे हा आहे. १०) प्रत्येक मूल गणित शिकू शकते हा विश्वास मनात बाळगून शिक्षकांनी प्रत्येक विद्यार्थ्याला या कार्यपुस्तिकेच्या मदतीने अध्ययन-अध्यापन प्रक्रियेत सहभागी करून घ्यावे.

